

中图法分类号: TP391.41 文献标志码: A 文章编号: 1006-8961(2011)06-0953-07

论文索引信息: 张善卿, 辛维斌, 张桂戌. 局部熵驱动的模糊区域竞争图像分割 [J]. 中国图象图形学报, 2011, 16(6): 953-959

局部熵驱动的模糊区域竞争图像分割

张善卿¹⁾, 辛维斌¹⁾, 张桂戌²⁾

¹⁾(杭州电子科技大学图形图像研究所, 杭州 310018) ²⁾(华东师范大学信息与科技学院计算机科学技术系, 上海 200062)

摘要: 针对现有图像分割模型对光照敏感, 提出一种新的基于区域的主动轮廓线模型。该模型能量泛函包含一个惩罚区域弧长的几何正则项和一个区域数据拟合项, 特别是数据拟合项采用局部熵来区分不同的区域。首先, 根据图像像素空间排列之间的相关性, 采用一个滑动窗函数提取图像局部熵特征, 将图像从灰度空间转化到相应局部熵特征空间; 然后, 在局部熵空间计算最大后验分割概率得出两相区域竞争模型, 为了能够快速求解该模型, 采用隶属度函数替换特征函数得到了凸的模糊区域竞争模型。最后, 采用快速的 Chambolle 对偶方法得到全局最小解。实验结果表明, 该算法可以得到令人满意的分割效果且收敛速度快和对光照稳定。

关键词: 图像分割; 主动轮廓线; 变分; 模糊; 局部熵

Fuzzy region competition images segmentation driven by local entropy

Zhang Shanqing¹⁾, Xin Weibin¹⁾, Zhang Guixu²⁾

¹⁾(Institute of Graphics and Image, Hangzhou Dianzi University, Hangzhou 310018 China)

²⁾(Department of Computer Science and Technology, East China Normal University, Shanghai 200062 China)

Abstract: This paper proposes a new region-based active contour for existing images segmentation model to light-sensitive. The energy functional consists of a geometric regularization term that penalizes the length of region boundaries and a data fitting term. Particularly, the local entropy is used as the data fitting term to distinguish different region. First, this paper uses a sliding window function to extract the local entropy according to the relationship of spatial arrangements of image pixel, which can map intensity space of image to local entropy space. Then, we can get the region competition model by maximum a posteriori segmentation probability in local entropy space. Next, it has a fuzzy region competition model by the membership function to replace the characteristic function to solving this model. Finally one can solve this model using fast Chambolle's dual method. The experimental results for some images show desirable performances of this model, which has the fast convergence speed and light stability.

Keywords: image segmentation; active contours; variational; fuzzy; local entropy

0 引言

自 Kass 等人^[1]提出主动轮廓线技术以来, 该方法在图像分割中得到了广泛的应用。现有的主动轮廓线方法大致可分为两类: 基于边的主动轮廓线和

基于区域的主动轮廓线。基于边的主动轮廓线模型主要采用图像的梯度来标识被分割对象的边界, 如测地主动轮廓线模型^[2]。该类方法适合于有明显边界的图像。但这类方法有明显的不足, 如对初始曲线的位置和噪声比较敏感且会产生漏边现象等。因此, 出现了另外一类主动轮廓线技术, 即基于区域

收稿日期: 2010-02-08; 修回日期: 2010-06-07

基金项目: 国家自然科学基金项目(60773119)

第一作者简介: 张善卿(1971—), 男, 副教授。2004年于华东师范大学获系统分析与集成专业博士学位, 主要研究方向为图像处理与模式识别。E-mail: zhangsq71@126.com。

的主动轮廓线。

基于区域的主动轮廓线使用特定的区域描述子(如均值、方差或某种概率分布等)标识每一个区域从而驱动主动轮廓线的运动。这类方法可以处理有比较弱的边界的图像分割问题,另外,初始轮廓线位置的选择也相对灵活且对噪声稳定。这种方法的第一个模型是 Mumford-Shah 分割模型^[3],该模型使用分段连续函数最优逼近图像,但在实际求解时比较困难。Chan 等人^[4]对 Mumford-Shah 分割模型进行了简化,而采用分段常值函数来近似图像,提出了无边界主动轮廓线模型,即 CV 模型。Yezzi 等人^[5]也提出了相类似的模型,使用有固定方差和自适应均值的高斯分布分割双模态图像。Zhu 等人从统计角度出发提出的区域竞争模型^[6]是一个基于最小广义 Bayes 准则和最小弧长准则的变分模型。Cremers 等人^[7]从统计框架下给出了一类基于区域的水平集分割方法的详细综述。

主动轮廓线方法的成功在于其具有强大的数学特性和采用了有效的水平集数值格式。但传统的变分水平集框架下的分割泛函往往是非凸的,即存在多个局部最小解,从而分割效果对初始轮廓线的位置具有高度的依赖性。最近,Chan 等人^[8]在观察二值图像去噪的 ROF 模型^[9]和 CV 模型时,发现导致局部最小解的缺点源于非凸的特征函数。于是,提出使用一个值在 $[0,1]$ 之间的“分割”变量代替特征函数,最终在分割处理过程中得到全局最小解。为了使该方法具有更高的运算效率,Bresson 等人^[10]提出了添加另外一个新变量来近似“分割”变量,从而可用 Chambolle 的快速对偶映射方法^[11]获取全局最小解。Mory 等人^[12]在此基础上使用模糊的方法提出了模糊区域竞争模型。

对包含有杂乱特征(如草、树叶等)的图像分割问题,若直接统计灰度信息很难区分出不同区域。为此,Chan 等人^[13]使用局部直方图来提取图像特征,并使用一次 Wasserstein 距离度量归一化直方图的相似性,最后嵌入到变分的水平集中得到了新的分割模型。但由于光源和相机位置的影响,曝光的不均匀经常发生,所以,当局部光照变化剧烈时局部直方图可能形状相似,但它们的 Wasserstein 距离也会很大,如图 1 所示(两个人类视觉观察相似的直方图,但由于光照的影响它们的 Wasserstein 距离为 1)。针对这些问题 Ni 等人^[14]引入快速全局最优解技术^[10]对文献^[13]的结论进行了部分完善。

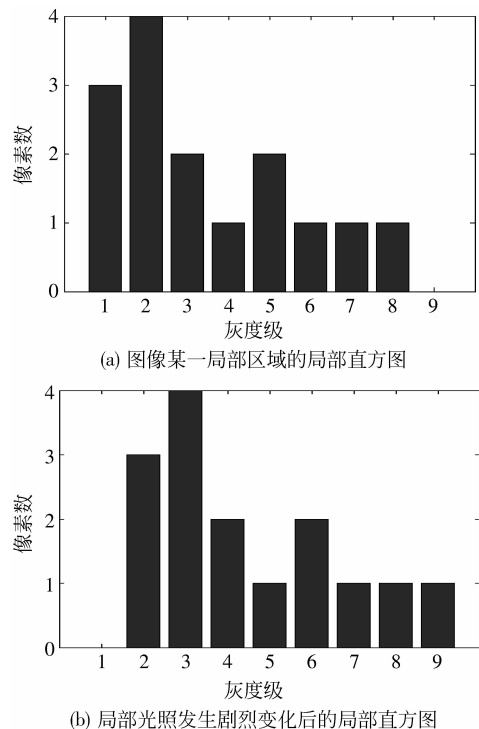


图 1 图像某一局部区域光照变化对直方图的影响

Fig. 1 The influence of illumination change on the local histogram in images

为解决使用 Wasserstein 距离的分割模型^[13-14]对光照敏感的缺陷,采用对光照稳定的局部熵,通过图像局部熵的提取将图像转换到图像局部熵(特征)空间;然后,在图像局部熵空间中应用 Bayes 公式推导出相应的新分割泛函模型;接着,采用最新的凸化技术和快速算法对提出的新模型进行求解;最后,通过实验验证了该模型具有收敛速度快和对光照稳定等特性。

1 图像局部熵提取

设 Ω 是 \mathbf{R}^N 的一个有界子集,而 $I: \Omega \rightarrow [0, L]$ 为给定的灰度图像。设图像只有两个感兴趣的区域,即目标区域 A_0 和背景区域 A_b , 并且每个区域有着相似的特征。为了对图像目标区域(或背景区域)的相应特征进行局部比较,采用如下的局部熵概念:

任意一个点 $x \in \Omega$, 设 $W_{x,r}$ 为以 x 为中心, r 为半径的圆形窗口函数(如图 2), 则图像灰度级局部概率密度估计(直方图)^[14] 定义为

$$P_x(y) = \frac{|\{z \in W_{x,r} \cap \Omega : I(z) = y\}|}{|W_{x,r} \cap \Omega|} \quad (1)$$

式中, $y \in [0, L]$ 是灰度值, 而 $|\cdot|$ 表示集合点的个数。

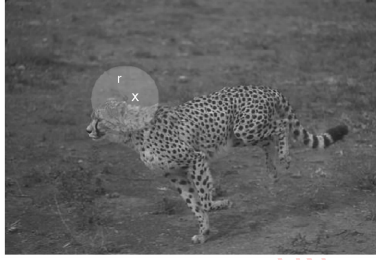


图 2 窗口函数示意
Fig. 2 Demonstration of window function

由香农第二定理^[15], 可引入如下的图像局部熵的概念:

$$h_x(P_x(y)) = - \int_0^L P_x(y) \log P_x(y) dy \quad (2)$$

式中灰度级 y 满足 $0 \leq y \leq L$ 。

有了图像局部熵的定义, 可以将任意一幅图像转换到其相应的图像局部熵空间, 即图像局部熵提取过程, 具体如图 3 所示。

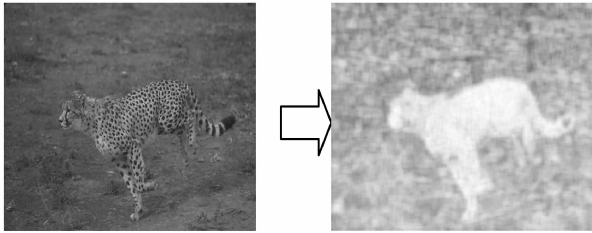


图 3 原始图像映射到局部熵空间

Fig. 3 Mapping original intensity image to local entropy space

使用图像局部熵是非常必要的, 因图像局部熵对光照稳定, 具有亮度不变性。例如, 通过计算发现图 1 中两个相似的直方图具有相等的局部熵, 即包含了相等的信息量。

2 两相区域竞争模型

要得到一个优化的图像分割区域 $P(\Omega)$, 可以通过计算最大后验分割概率 $p(P(\Omega) | I)$ 来分割图像^[6-7], 其中 $P(\Omega) = \{A_0, A_B\}$ 是图像区域 Ω 的分割。在文献[6-7]的推导中使用了两个重要的假设: 所有的分割域是等概率的和每个区域里的灰度是独立的。但对包含有杂乱特征的图像来说, 一个像素与其空间排列邻近的像素的灰度值有一定的相

关性, 显然, 以上假设不再成立。而本文使用一个滑动的窗口函数 $W_{x,r}$ 来提取图像局部熵, 即窗口中心每滑动一个像素可以计算一个局部熵, 这可看做是相互独立的事件源, 而灰度级 y 可看做是事件源的使用符号。于是, 我们考虑使用图像局部熵 h_x 来代替原始图像 I , 计算最大后验分割概率 $p(P(\Omega) | h_x)$ 。

设 $p_0(h_x | \Theta_0)$ 和 $p_B(h_x | \Theta_B)$ 分别是局部图像熵 h_x 的值在 A_0 和 A_B 上的概率密度函数, 则可得如下的两相区域竞争模型

$$\inf_{A_0, \Theta_0, \Theta_B} \{ E(\cdot, \cdot, \cdot | I) = Per(A_0) - \int_{A_0} \log p_0(h_x | \Theta_0) dx - \int_{A_B} \log p_B(h_x | \Theta_B) dx \} \quad (3)$$

式中 $Per(A_0)$ 是集合 A_0 的周长。

泛函式(3)是不完整的, 因为概率密度函数是未知的。但通过观察, 如图 3 所示, 在图像局部熵空间上感兴趣的区域和背景已是同质区域, 故可采用高斯分布来近似每个区域的局部熵分布, 即

$$p_i(h_x | \mu_i, \sigma_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_i^2}} e^{-\frac{(h_x - \mu_i)^2}{2\sigma_i^2}} \quad (4)$$

$$i = \{O, B\}$$

式中, $\mu_0, \mu_B, \sigma_0, \sigma_B$ 分别是图像局部熵在 A_0, A_B 上的均值和方差。

将能量泛函式(3)用水平集方法^[16]表示, 可得

$$\inf_{\phi, \mu_i, \sigma_i} \{ E_1(\cdot, \cdot, \cdot | I) = \int_{\Omega} |\nabla \chi(\phi(x))| dx + \int_{\Omega} \chi(\phi(x)) \log p_0(h_x) dx + \int_{\Omega} (1 - \chi(\phi(x))) \log p_B(h_x) dx \} \quad (5)$$

式中 Lipschitz 函数 $\phi: \Omega \rightarrow R$ 的零水平集表示 ∂A_0 , χ 为正则化的 Heaviside 函数 H_ϵ , $\int_{\Omega} |\nabla \chi(\phi(x))| dx$ 表示的是 $Per(A_0)$ 。

将式(4)带入式(5)并对整个参数集 $\{\phi, \mu_0, \mu_B, \sigma_0, \sigma_B\}$ 分别变分(具体求导细节参看文献[7]), 得到相应的水平集演化方程

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \delta_\epsilon(\phi) \left[\text{div} \cdot \left(\frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) + \frac{(h_x - \mu_B)^2}{2\sigma_B^2} - \frac{(h_x - \mu_0)^2}{2\sigma_0^2} + \log \frac{\sigma_B}{\sigma_0} \right] \quad (6)$$

及每一次迭代高斯参数更新公式

$$\mu_0 = \frac{\int_{\Omega} \chi(\phi) h_x dx}{\int_{\Omega} \chi(\phi) dx} \tag{7}$$

$$\mu_B = \frac{\int_{\Omega} (1 - \chi(\phi)) h_x dx}{\int_{\Omega} (1 - \chi(\phi)) dx} \tag{8}$$

$$\sigma_0^2 = \frac{\int_{\Omega} \chi(\phi) (h_x - \mu_0)^2 dx}{\int_{\Omega} \chi(\phi) dx} \tag{9}$$

$$\sigma_B^2 = \frac{\int_{\Omega} (1 - \chi(\phi)) (h_x - \mu_B)^2 dx}{\int_{\Omega} (1 - \chi(\phi)) dx} \tag{10}$$

式中, $\mu_0, \mu_B, \sigma_0, \sigma_B$ 分别是图像局部熵在 A_0, A_B 上的均值和方差, δ_ϵ 是正则化的 Dirac 函数,

$\text{div}\left(\frac{\nabla\phi}{|\nabla\phi|}\right)$ 表示水平集的曲率。

按照式(7)(9)(8)(10)(6)的顺序交替迭代直到收敛可得到泛函式(5)的稳定解。

3 两相模糊区域竞争模型

模糊分割方法属于软分割^[17]。在模糊方法中, 假设每一个局部图像特征可以同时属于几个不同区域, 属于的程度(概率)可以用值在 $[0, 1]$ 之间的隶属度函数来表示。近几年, 许多模糊分割模型涌现出来, 由于能量泛函中使用了隶属度函数, 使得泛函对隶属度函数是凸的。凸性确保了模糊分割方法对初始化稳定并且可得到全局最小解。类似其他变分能量泛函模型, 泛函式(5)是非凸的, 存在多个局部最小解。因此, 对初始化轮廓比较敏感。虽然可采用多个初始轮廓, 或数值上使用非紧支撑的 Dirac 函数^[4]来增加得到全局最小解的可能性, 但仍没有根本改变泛函的非凸性。为了得到全局最小解, 可使用一个属于凸集的模糊隶属度函数 u 替换式(5)中的特征函数 χ , 其中 u 满足 $\{u \in BV(\Omega) : 0 \leq u \leq 1\}$, 详细参见文献[12]。于是, 可得两相模糊区域竞争的凸泛函模型:

$$\min_{0 \leq u \leq 1, \mu_i, \sigma_i} \{E_2(\cdot, \cdot, |I) = \int_{\Omega} |\nabla u(x)| dx + \int_{\Omega} u(x) \log p_0(h_x) dx + \int_{\Omega} (1 - u(x)) \log p_B(h_x) dx\} \tag{11}$$

式中正则项 $\int_{\Omega} |\nabla u(x)| dx$ 是 u 的全变差。

模型式(11)具有明显的优势, 例如, 可任意初始化, 并且解集合在设定任意阈值后稳定, 即有如下结论:

定理 1 (全局最小解) 假设 $I(x) \in [0, 1]$, 在 μ_i 和 σ_i 固定的情况下, 如果 $u(x)$ 是 $E_2(\cdot, \mu_i, \sigma_i | I)$ 的任意最小解, 那么对于几乎处处 $\alpha \in [0, 1]$, $1_{|\chi; u(x) > \alpha|}(x)$ 是 $E_1(\cdot, \mu_i, \sigma_i | I)$ 的全局最小解。

证明 可参见文献[8, 10, 14]做类似证明。

定理 2 (解的存在性) 在 μ_i, σ_i 固定的情况下, 最小化问题式(11)存在一个解 $u \in BV(\Omega)$, 其中 $0 \leq u \leq 1$ 。

证明 可参见文献[8, 10, 14]做类似证明。

当 u 固定时, 高斯参数更新如下:

$$\mu_0 = \frac{\int_{\Omega} u \cdot h_x dx}{\int_{\Omega} u dx}$$

$$\mu_B = \frac{\int_{\Omega} (1 - u) \cdot h_x dx}{\int_{\Omega} (1 - u) dx}$$

$$\sigma_0^2 = \frac{\int_{\Omega} u \cdot (h_x - \mu_0)^2 dx}{\int_{\Omega} u dx}$$

$$\sigma_B^2 = \frac{\int_{\Omega} (1 - u) \cdot (h_x - \mu_B)^2 dx}{\int_{\Omega} (1 - u) dx}$$

式中, $\mu_0, \mu_B, \sigma_0, \sigma_B$ 分别是图像局部熵的加权均值和加权方差。

定理 3 在 u 和 σ_i 固定的情况下, 最小化问题 $\min_{\mu_i \in \mathbf{R}} E_2[u, \cdot, \sigma_i | I]$ 是凸的, 其中 \mathbf{R} 表示实数。

证明 因为 \mathbf{R} 是一个凸集, 对于固定的 u 和 σ_i , 最小化 $E_2[u, \cdot, \sigma_i | I]$ 是一个凸问题。

同理可证明最小化问题 $\min_{\sigma_i \in \mathbf{R}} E_2[u, \mu_i, \cdot | I]$ 是凸的。

因此, $E_2[u, \mu_i, \sigma_i | I]$ 对于每一个变量都是凸的。

4 快速最小化算法

为了获取泛函式(11)的全局最小解, 可采用比梯度下降法收敛更快的数值格式^[10]:

$$\begin{aligned} \min_{u, 0 \leq v \leq 1} \int_{\Omega} |\nabla u(x)| dx + \\ \frac{1}{2\theta} \int_{\Omega} (u(x) - v(x))^2 dx + \\ \lambda \int_{\Omega} r(x, \mu_i, \sigma_i) v(x) dx \end{aligned} \quad (12)$$

式中, $r(x, \mu_i, \sigma_i) = \left[\frac{(h_x - \mu_B)^2}{2\sigma_B^2} - \frac{(h_x - \mu_0)^2}{2\sigma_0^2} + \log \frac{\sigma_B}{\sigma_0} \right]$, λ 为平衡参数, 而 $v(x)$ 是对泛函式(11)正则化过程中引入的一个对 $u(x)$ 逼近的函数, 且只有当参数 θ 取得足够小, 才能保证在 L_2 范数下最优解 u^* 和 v^* 几乎相等。

最小化凸泛函式(12)可近似解如下两个问题:

$$\begin{aligned} \min_u \int_{\Omega} |\nabla u(x)| + \\ \frac{1}{2\theta} \int_{\Omega} (u(x) - v(x))^2 dx \end{aligned} \quad (13)$$

和

$$\begin{aligned} \min_{0 \leq v \leq 1} \int_{\Omega} \frac{1}{2\theta} (u(x) - v(x))^2 + \\ \lambda \int_{\Omega} r(x, h_1, h_2) v(x) dx \end{aligned} \quad (14)$$

对于问题式(13), 当 v 固定时应用投影算法^[11]可得

$$u(x) = v(x) - \theta \operatorname{div} p(x) \quad (15)$$

式中向量 $p = (p^1, p^2)$ 满足如下方程

$$\begin{aligned} \nabla(\theta \operatorname{div} p(x) - v) - \\ |\nabla(\theta \operatorname{div} p(x) - v)| p = 0 \end{aligned} \quad (16)$$

方程式(16)的解可由其不动点格式迭代获取:

$$\begin{cases} p^0 = 0 \\ p^{n+1} = \frac{p^n + \delta t \nabla(\operatorname{div} p^n - v/\theta)}{1 + \delta t |\operatorname{div} p^n - v/\theta|} \end{cases} \quad (17)$$

对于问题式(14), 当 u 固定时很容易验证最优的 v 满足

$$v = \max \{ \min \{ u - \theta \lambda r(x, \mu_i, \sigma_i), 1 \}, 0 \} \quad (18)$$

具体推导细节可参考文献[10]。

5 仿真实验

实验中的图像采用 Berkeley 图像分割库和 Brodatz 纹理分割库中的图像, 实验环境 Intel (R) Pentium (r) 4 2.40GHz 512 内存, Windows XP 下 Matlab 7.01。

图 4 给出了本文分割模型的结果。其中, 图 4(b) 中白色部分 u 取值 0.9, 黑色 u 取值 0.1; 从图中可看出本文方法成功地将猎豹轮廓从背景中提取出来, 但由于猎豹后肢的特征与背景的特征相似程度大于与身体的纹理, 所以这部分没能较好地分割出来。尾巴黑色部分的特征模式太大没能包含在窗口函数内, 故也没有能分割出来。图 4(d) 最终的隶属度函数。与传统的梯度下降方法相比, 本文采用的快速算法得到图 4(c) 的分割结果只需要约 30s, 而采用式(6)水平集方法, 在适当的初始轮廓下则需要约 258 s。

图 5(a) 是文献[13]的结果, 半径 $r=5$ 。图 5(b) 是文献[14]提出的第一个模型分割结果, 半径 $r=5$, 图片按照[14]的做法进行下采样, 曝光不足的地方未能分割出来。图 5(c) 是文献[12]中的常数区域竞争模型的分割结果。图 5(d) 中取 $r=10$ 时尾巴黑色部分的纹理包含在窗口函数内, 所以成功地分割出来。

图 6 给出了本文模型在光照变化下的一些分割结果以及其他测试图片的分割结果。从图 6(a) (b) 可以看出本文模型对光照稳定, 其中 $r=10$ 。图 6(c) 包含两个不同 Brodatz 纹理, 而图 6(d) 是一张来自互联网上的图片, 应用本文模型均可成功分割, 其中 r 分别取 10 和 5。

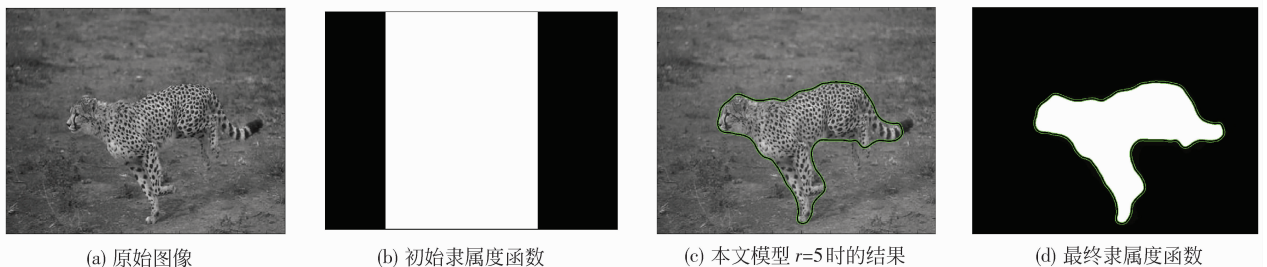


图 4 本文模型的分割结果

Fig. 4 The result of our model

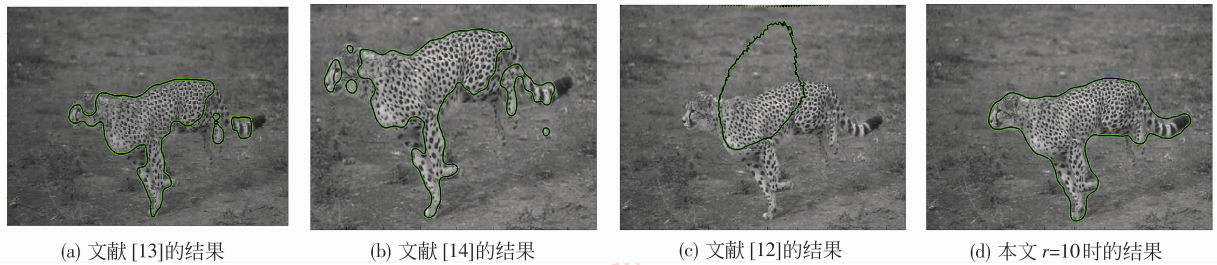


图 5 与现有分割模型结果的比较

Fig. 5 Comparison of our proposed model and existing methods

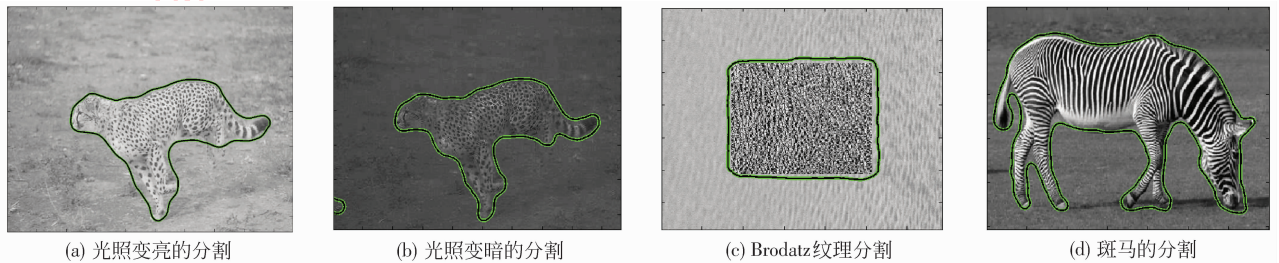


图 6 图像光照变化后的分割结果及其他图像分割结果

Fig. 6 The results of image lighting changed and others

6 结 论

提出一种基于区域的主动轮廓线模型。其中特征提取采用对光照稳定的局部熵。该模型优点是对初始化比较稳定,与传统的 Euler-Lagrange 方程相关的梯度下降方法相比具有更快的收敛速度,而且得到的解是全局最优解。最后,通过对 Berkeley 图像库、Brodatz 纹理图像库中的图像成功分割验证了该方法的有效性。

参考文献 (References)

- [1] Kass M, Witkin A, Terzopoulos D. Snakes: active contour models [J]. International Journal of Computer Vision, 1988, 1(4):321-331.
- [2] Caselles V, Kimmel R, Sapiro G. On geodesic active contours [J]. International Journal of Computer Vision, 1997, 22(1): 61-79.
- [3] Mumford D, Shah J. Optimal approximations by piecewise smooth functions and associated variational problems [J]. Communications on Pure and Applied Mathematics, 1989, 42: 577-685.
- [4] Chan T F, Vese L. Active contours without edges [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2001, 10(2): 266-277.
- [5] Yezzi A, Andy J, Willsky T. A statistical approach to snakes for bimodal and trimodal imagery [C]//Proceedings of the 7th International Conference on Computer Vision (ICCV '99). Piscataway, NJ: IEEE Computer Society, 1999: 898-903.
- [6] Zhu S C, Yuille A. Region competition: unifying snakes, region growing, and bayes/mdl for multiband image segmentation [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1996, 18(1):884-900.
- [7] Cremers D, Rousson M, Deriche R. A review of statistical approaches to level set segmentation: integrating color, texture, motion and shape [J]. International Journal of Computer Vision, 2007, 72(2): 195-215.
- [8] Chan T F, Esedoglu S, Nikolova M. Algorithms for finding global minimizers of image segmentation and denoising models [J]. SIAM Journal on Applied Mathematics, 2006, 66(5): 1632-1648.
- [9] Rudin L I, Osher S, Fatemi E. Nonlinear total variation based noise removal algorithms [J]. Physica D., 1992, 60(1-3): 259-268.
- [10] Bresson X, Esedoglu S, Vandergheynst P, et al. Fast global minimization of the active contour/snake model [J]. Journal of Mathematical Imaging and Vision, 2007, 28(2):151-167.
- [11] Chambolle A. An algorithm for total variation minimization and applications [J]. Journal of Mathematical Imaging and Vision, 2004, 20(1-2):89-97.
- [12] Mory B, Ardon R, Thiran J. Variational segmentation using fuzzy region competition and local non-parametric probability density functions [C]//Proceeding of the 11th International Conference

- on Computer Vision (ICCV ' 2007), Piscataway, NJ: IEEE Computer Society, 2007: 1-8.
- [13] Chan T F, Esedoglu S, Ni K Y. Histogram based segmentation using wasserstein distances [C]//Proceedings of the First International Conference on Scale Space and Variational Methods in Compute Vision (SVVM ' 2007). Berlin: Springer Verlag, 2007:697-708.
- [14] Ni K Y, Bresson X, Chan T, et al. Local histogram based segmentation using the wasserstein distance [J]. International Journal of Computer Vision, 2009, 84(1): 79-111.
- [15] Shannon C E. A mathematical theory of communication [J]. Bell System Technical Journal, 1948, 27: 379-423 & 623-656.
- [16] Osher S, Sethian J. Fronts propagation with curvature dependent speed: algorithms based on hamilton-jacobi formulations [J]. Journal of Computational Physics, 1988, 79(1):12-49.
- [17] Shen J, A stochastic variational model for soft mumford-shah segmentation [J]. International Journal of Biomedical Imaging, 2006, 2006:1-14.