

中图法分类号: TP391.41 文献标志码: A 文章编号: 1006-8961(2011)08-1385-08

论文索引信息: 张万涛, 李维国. 利用曲率信息的图像分割改进模型 [J]. 中国图象图形学报, 2011, 16(8): 1385-1392

# 利用曲率信息的图像分割改进模型

张万涛, 李维国

(中国石油大学(华东) 数学与计算科学学院, 青岛 266555)

**摘要:** 首先从理论上分析无须重新初始化的水平集方法的主动轮廓图像分割模型, 该模型对一些具有不光滑尖角的图像进行分割时, 捕捉这些尖角往往不精确甚至失败; 然后对利用边缘检测函数的曲率信息识别出凸尖角并进行分割的方法进行研究, 由于此方法没有考虑凹尖角的情形, 故对含凹尖角的图像分割效果不理想。为解决该问题, 提出利用图像的曲率信息识别出凹尖角, 再将其与利用边缘检测函数曲率信息识别凸尖角的方法相结合, 进一步修正边缘检测函数, 达到准确捕捉物体的凸尖角和凹尖角的目的, 保证了分割的准确性。数值实验表明, 该方法的分割效果较好。

**关键词:** 图像分割; 水平集方法; 边缘检测函数; 无须重新初始化; 尖角

## Improved image segmentation model using curvature information

Zhang Wantao, Li Weiguo

(School of Mathematics and Computational Sciences, China University of Petroleum, Qingdao 266555 China)

**Abstract:** Firstly, an image segmentation method based on level set evolution without re-initialization is studied. This method depends on edge indicator function. However, the method is inaccurate in capturing the sharp corners of the object during image segmentation. Then, we analyze the method for image segmentation by using the edge indicator function's curvature information to identify the sharp convex corners. However, the model can only capture the sharp convex corners of the object. When the object has sharp concave corners, the model fails to capture the ones accurately. To overcome this difficulty, we employ the image's curvature information to identify the sharp concave corners, and then combine it with the method of identifying the sharp convex corners by using the edge indicator function's curvature information. By further modifying the edge indicator function to make the method capture both the sharp convex corners and the sharp concave corners of the object more accurately. The numerical experiments show the advantage of the improved model.

**Keywords:** image segmentation; level set method; edge indicator function; without re-initialization; sharp corners.

## 0 引言

图像分割是一种重要的图像分析技术, 就是把图像分成各具特性的区域并提取感兴趣目标的技术和过程。通常分割是为了进一步对图像

进行分析、识别、压缩等, 分割的准确性直接影响后续工作的有效性, 因此图像分割具有十分重要的意义。

传统的图像分割技术主要分为基于边缘检测的分割<sup>[1]</sup>和基于区域增长与分裂的分割<sup>[2]</sup>两类。前者通过局部滤波来实现边缘检测, 虽然其充分利用

收稿日期: 2010-01-12; 修回日期: 2010-10-09

基金项目: 国家自然科学基金项目(60971132); 中国石油大学(华东)研究生创新基金项目(S10-27); 中央高校基本科研业务费专项资金项目(09CX04004A)。

第一作者简介: 张万涛(1984—), 男, 2011年于中国石油大学(华东)获理学硕士学位, 主要研究方向为图像分割、图像恢复。E-mail: zhangwantao2008@sina.com。

了图像的局部信息,但在建立边缘轮廓连通性时仍具有一定的困难;后者虽然利用了区域内的统计信息,但容易生成一些非正则边界和小孔。

由于传统分割方法的种种缺点,20 世纪 80 年代末,Kass 等人从一个全新的角度来考虑图像边缘检测,提出了主动轮廓模型<sup>[3]</sup>;之后一些人又将水平集方法应用于主动轮廓的描述和模型求解,不仅使曲线在演化时能进行拓扑变化,而且大大拓展了主动轮廓模型的应用范围<sup>[4-6]</sup>。一般前者称为参数化主动轮廓模型,后者称为几何主动轮廓模型。

近十多年,基于水平集方法<sup>[7]</sup>的几何主动轮廓模型被人们广泛应用,这类方法主要依赖曲线演化理论和水平集方法,与参数化主动轮廓模型相比能更好地实现拓扑结构的变化和数值计算。该方法与变分水平集结合出现了变分水平集方法<sup>[8]</sup>。但传统的水平集方法要求水平集函数在演化过程中要接近一个符号距离函数<sup>[9]</sup>,因此在一定周期内需要对其重新初始化。

为解决该问题,Li 等人将距离约束信息加入主动轮廓模型的水平集能量泛函中<sup>[10]</sup>,这样无须对水平集函数重新初始化就可以驱使水平集函数接近一个符号距离函数,其模型简称为 LXGF 模型。其方法有着很大的优势,但在其变分能量泛函中,外部能量项引进了如下边缘检测函数来驱使零水平集向物体边界靠拢,即

$$g(|\nabla(u)|) = \frac{1}{1 + (|\nabla G_\sigma * u(x,y)|)^2} \quad (1)$$

式中, $G_\sigma(x,y)$ 为一高斯核函数。LXGF 模型对有凸尖角和凹尖角的物体边界,分割时很难同时准确地捕捉到这些不光滑的凸尖角和凹尖角。

为解决 LXGF 模型中的缺点,文献[11]提出了一种对边缘检测函数修正的模型,其在物体凸尖角的尖点附近对边缘检测函数进行修正,使主动轮廓线能更好地捕捉到边界处的凸尖角。但是对于物体边界有凹尖角或既有凸尖角又有凹尖角的情形,该方法就不能精确地捕捉到。我们通过对边缘检测函数进行进一步的修正,从而能够精确地捕捉到凹尖角和凸尖角。

## 1 水平集方法介绍

### 1.1 无须重新初始化方法

Li 等人在其模型中提出了无须重新初始化的

水平集方法<sup>[10]</sup>。他们给出如下模型

$$E(\phi) = \mu p(\phi) + E_m(\phi) \quad (2)$$

式中, $p$ 是关于 $\phi$ 的内部能量函数,该项将使得水平集函数演化为符号距离函数。 $\mu > 0$ 是内部能量项的权数, $E_m(\phi)$ 是一控制水平集函数 $\phi$ 零水平集的外部能量项。若设图像的定义域为 $\Omega$ ,那么内部能量项就有如下定义

$$p(\phi) = \int_{\Omega} \frac{1}{2} (|\nabla\phi| - 1)^2 dx dy \quad (3)$$

这项限制了水平集函数 $\phi$ 偏离符号距离函数,避免了标准重新初始化求解方法的弊端<sup>[12]</sup>,该项也称为距离惩罚能量项。同时,外部能量项由以下定义

$$E_m = \lambda \int_{\Omega} g\delta(\phi) |\nabla\phi| dx dy + \nu \int_{\Omega} gH(-\phi) dx dy \quad (4)$$

式中, $g$ 是式(1)给出的边缘检测函数, $\lambda > 0$ 与 $\nu$ 是常数, $\delta$ 是单变量 Dirac 函数, $H$ 是 Heaviside 函数。由文献[7]可知相关的水平集演化方程为

$$\frac{\partial\phi}{\partial t} = \mu \left[ \Delta\phi - \nabla \cdot \left( \frac{\nabla\phi}{|\nabla\phi|} \right) \right] + \lambda\delta(\phi) \nabla g \times \left( \frac{\nabla\phi}{|\nabla\phi|} \right) + \lambda\delta(\phi) g \nabla \cdot \left( \frac{\nabla\phi}{|\nabla\phi|} \right) + \nu g\delta(\phi) \quad (5)$$

该模型在其内部能量项的约束下,在水平集演化过程中无须对其重新初始化,在数值计算上也得到大大简化,对式(5)中的水平集函数的空间偏导数 $\partial\phi/\partial x$ 和 $\partial\phi/\partial y$ 的数值,离散格式采用中心差分格式代替复杂的迎风差分格式来近似逼近,时间偏导数 $\partial\phi/\partial t$ 由向前差分格式来近似,且迭代步长也允许取得比较大,这就加快了曲线演化。

然而,LXGF 模型是依赖于式(1)的边缘检测函数,由边缘检测函数的性质,即在靠近物体边界时, $g$ 趋于零,但不等于零,在其他灰度变化不明显的地方趋近 1。故在物体边界附近可以把边缘检测函数看做物体边界的距离函数。由此,式(5)中的第 2 项、第 4 项是吸引零水平集向物体边界靠拢的,第 3 项会使轮廓线变光滑或伸直,因此第 2、第 3 项将决定零水平集的运动方向。在物体尖角处,由于第 3 项中的曲率绝对值将会取得很大,这就使得伸直信息起主要作用<sup>[13]</sup>,从而尖角很难被准确捕捉,以致零水平集进入物体内部(凸尖角时)或无法到达尖角处(凹尖角时)。这与 LXGF 模型的要求,即轮廓线始终包围在物体外部(或内部)矛盾,从而最终导致分割不精确甚至失败(后面的图 1、图 4、图 7 给出了对凸尖角和凹

尖角捕捉不精确甚至失败的例子)。

### 1.2 文献[11]中的模型

文献[11]给出一种对边缘检测函数的修正,以便在分割中能正确捕捉到图像中物体边界的凸尖角。由于边缘检测函数<sup>[14]</sup>依赖于图像的梯度 $|\nabla \mathbf{u}|$ ,当 $|\nabla \mathbf{u}|$ 趋于无穷大,即靠近物体边界时, $g$ 趋于0。但实际离散化的梯度总是一个有限值,所以 $g$ 在物体边界附近为一接近0的很小的数。在其他灰度变化不明显的地方 $|\nabla \mathbf{u}|$ 趋于0,则 $g$ 的取值趋于1。这样就使得在分割时,水平集函数的零水平集向着 $g$ 变小的地方即物体边界靠拢。于是文献[11]把边缘检测函数在物体边界附近看做物体边界的距离函数,把边缘检测函数与曲率信息相结合,克服 LXGF 模型中的不足。他们用 $k^-(g) = \min(k(d), -c)$ ,  $c \geq 0$ 为一常数,将凸尖角顶点区分出来,其中 $k(g) = \nabla \cdot \left( \frac{\nabla g}{|\nabla g|} \right)$ 。然后将边缘检测函数在凸尖角顶点附近修正为 $[1 + \rho c(g)k^-(g)]g$ ,  $\rho < 0$ 为一选定的参数,其中

$$c(x) = \begin{cases} 1 & x \leq \varepsilon \\ (|x| - 2\varepsilon)^2(2|x| - \varepsilon)/\varepsilon^3 & \varepsilon < |x| \leq 2\varepsilon \\ 0 & |x| > 2\varepsilon \end{cases} \quad (6)$$

式中, $\varepsilon$ 取为一个很小的正数。这样第2、第4项与第3项在尖角处,即曲率为绝对值很大的值处的信息控制得到平衡,就共同控制零水平集向物体边界准确移动,并在尖角处达到稳定状态,从而达到成功捕捉尖角的目的,保证分割的准确性。由此外部能量修正为

$$E_m = \lambda \int_{\Omega} [1 + \rho c(g)k^-(g)]g\delta(\phi) |\nabla \phi| dx dy + \nu \int_{\Omega} [1 + \rho c(g)k^-(g)]gH(-\phi) dx dy \quad (7)$$

从而得到如下形式模型

$$E(\phi) = \mu p(\phi) + E_m(\phi) = \mu \int_{\Omega} \frac{1}{2} (|\nabla \phi| - 1)^2 dx dy + \lambda \int_{\Omega} [1 + \rho c(g)k^-(g)]g\delta(\phi) |\nabla \phi| dx dy + \nu \int_{\Omega} [1 + \rho c(g)k^-(g)]gH(-\phi) dx dy \quad (8)$$

进而得到其水平集演化方程

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \mu \left[ \Delta \phi - \nabla \cdot \left( \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) \right] + \lambda \delta(\phi) \nabla \cdot \left\{ [1 + \rho c(g)k^-(g)]g \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right\} + \quad (9)$$

$$\nu [1 + \rho c(g)k^-(g)]g\delta(\phi)$$

由于此模型并没有对物体边界有凹尖角的情形进行修正,从而对物体边界有凹尖角或既有凹尖角又有凸尖角的情形所捕捉的效果并不很理想(见后边图(8)例子)。

## 2 改进后的新模型及数值实现

### 2.1 改进模型

由于文献[11]中并没有对凹尖角或既有凸尖角又有凹尖角的情形进行考虑,在此我们进行讨论。由于边缘检测函数<sup>[14]</sup>依赖于图像的梯度 $|\nabla \mathbf{u}|$ ,当 $|\nabla \mathbf{u}|$ 趋于无穷大,即靠近物体边界时, $g$ 趋于0。但实际离散化的梯度总是一个有限值,所以 $g$ 在物体边界附近为一接近0的很小的数。在其他灰度变化不明显的地方 $|\nabla \mathbf{u}|$ 趋于0,则 $g$ 的取值趋于1。这样就使得在分割时,水平集函数的零水平集向着 $g$ 变小的地方即物体边界靠拢。于是在本文中我们也把边缘检测函数在物体边界附近看做物体边界的距离函数,按文献[13]分析,我们也将边缘检测函数与曲率信息相结合,克服 LXGF 模型和文献[11]中的不足。

首先,用边缘检测函数的曲率来识别物体的凸边界,即

$$k(g) = \nabla \cdot \left( \frac{\nabla g}{|\nabla g|} \right) \quad (10)$$

很显然,式(10)中的 $k(g)$ 在凸边界为负,在凸尖角顶点处为一绝对值很大的负值,于是我们也用 $k^-(g) = \min(k(d), -c)$ ,  $c \geq 0$ 为一常数,将凸尖角顶点区分出来。(注:在一般的数值实验中,由实践经验知,取 $c = 0$ 即可。)

其次,用物体图像的信息即 $\mathbf{u}$ 的曲率来识别物体的凹角,即

$$k(\mathbf{u}) = \nabla \cdot \left( \frac{\nabla \mathbf{u}}{|\nabla \mathbf{u}|} \right) \quad (11)$$

式中, $\mathbf{u}$ 代表一幅图像。很显然,式(11)中的 $k(\mathbf{u})$ 在凹边界为负,在凹尖角顶点处为一绝对值很大的负值,于是我们用 $k^-(\mathbf{u}) = \min(k(\mathbf{u}), -c)$ ,  $c \geq 0$ 为一常数,将凹尖角顶点区分出来。(注:在一般的数值实验中,由实践经验知取 $c = 0$ 即可。)

最后,只对边缘检测函数在凸尖角和凹尖角顶点附近修正,我们用一截断函数来选定凹尖角和凸尖角顶点附近的位置,给出如下1维的截断函数

$$c(x) = \begin{cases} 1 & x \leq \varepsilon \\ (|x| - 2\varepsilon)^2 & \varepsilon < |x| \leq 2\varepsilon \\ 0 & |x| > 2\varepsilon \end{cases} \quad (12)$$

式中,  $\varepsilon$  取一个很小的正数。由以上分析的边缘检测函数的性质, 取  $2\varepsilon < 1$ 。在此我们将边缘检测函数  $g$  修正为  $\{1 - |\nabla \mathbf{u}|^{\frac{3}{2}} c(g) [k^-(g) + k^-(\mathbf{u})]\} g$ 。这样式(5)中第2、第4项与第3项在凸尖角和凹尖角处, 伸直和向边界靠近信息的控制得到平衡, 就共同控制零水平集向物体边界准确移动, 在凸尖角和凹尖角处零水平集达到稳定状态, 从而达到成功捕捉尖角的目的, 保证分割的准确性。由此外部能量修正为

$$E_m = \lambda \int_{\Omega} \{1 - |\nabla \mathbf{u}|^{\frac{3}{2}} c(g) [k^-(g) + k^-(\mathbf{u})]\} g \delta(\phi) |\nabla \phi| dx dy + \nu \int_{\Omega} \{1 - |\nabla \mathbf{u}|^{\frac{3}{2}} c(g) [k^-(g) + k^-(\mathbf{u})]\} g H(-\phi) dx dy \quad (13)$$

由此得到改进后的最终模型为

$$E(\phi) = \mu p(\phi) + E_m(\phi) = \mu \int_{\Omega} \frac{1}{2} (|\nabla \phi| - 1)^2 dx dy + \lambda \int_{\Omega} \{1 - |\nabla \mathbf{u}|^{\frac{3}{2}} c(g) [k^-(g) + k^-(\mathbf{u})]\} g \delta(\phi) |\nabla \phi| dx dy + \nu \int_{\Omega} \{1 - |\nabla \mathbf{u}|^{\frac{3}{2}} c(g) [k^-(g) + k^-(\mathbf{u})]\} g H(-\phi) dx dy \quad (14)$$

进而得到式(14)的水平集演化方程为

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \mu \left[ \Delta \phi - \nabla \cdot \left( \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) \right] + \lambda \delta(\phi) \nabla \cdot \left( \{1 - |\nabla \mathbf{u}|^{\frac{3}{2}} c(g) [k^-(g) + k^-(\mathbf{u})]\} g \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) + \nu \{1 - |\nabla \mathbf{u}|^{\frac{3}{2}} c(g) [k^-(g) + k^-(\mathbf{u})]\} g \delta(\phi) \quad (15)$$

## 2.2 数值实现方法

在数值实验中,  $\delta_{\varepsilon}(x)$  有如下正则化定义形式

$$\delta_{\varepsilon}(x) = \begin{cases} 0 & |x| > \varepsilon \\ \frac{1}{2\varepsilon} [1 + \cos(\frac{\pi x}{\varepsilon})] & |x| \leq \varepsilon \end{cases} \quad (16)$$

本文中所有的实验取  $\varepsilon = 1.5$ , 对水平集的空间偏导数  $\partial \phi / \partial x$  和  $\partial \phi / \partial y$ , 参考文献[10]以中心差分

格式进行数值近似, 时间偏导数  $\partial \phi / \partial t$  由向前差分格式离散化, 故式(15)有如下形式的离散差分格式

$$\phi_{i,j}^{k+1} = \phi_{i,j}^k + \tau L(\phi_{i,j}^k) \quad (17)$$

$L(\phi_{i,j})$  表示式(15)右端的近似数值差分形式。

## 2.3 实验结果和分析

在以下的数值实验中我们重点关心怎样捕捉凸凹尖角, 在本文实验中只处理简单的具有代表性的图像: 前3组均对背景和物体灰度值分别为150和95的二值图像进行分割。相关参数均取  $\lambda = 5.0, \mu = 0.04, \nu = 3, \tau = 5$ , 对于文献[11]模型中的  $\rho = -20$ 。第4组为一背景灰度值从上到右下逐渐变亮的非二值灰度图片, 对于LXGF模型相关参数为  $\lambda = 6.0, \mu = 0.04, \nu = 3, \tau = 5$ ; 对于文献[11]模型相关参数为  $\lambda = 7.0, \mu = 0.04, \nu = 3, \tau = 5, \rho = -5$ ; 对于本文改进模型相关参数为  $\lambda = 5.0, \mu = 0.04, \nu = 2.8, \tau = 5$ 。在以下实验中给出了LXGF模型、文献[11]模型和我们改进后的模型分别在相同迭代步数下的图像分割效果。在这里选取参数  $\nu > 0$ , 则水平集函数的零水平集的初始轮廓线按文献[10]中分析, 要在物体的外部, 保证轮廓线逐渐缩小而向物体边界靠拢。下面给出了实验结果及其分析。

图1、图4、图7、图10分别给出了用LXGF模型对物体含有一个凸尖角、多个凸尖角、一个凹尖角和既有凸尖角又有凹尖角的图像在不同迭代步数下的分割效果, 发现在迭代过程中水平集函数的零水平集轮廓线经常跨过图像中物体的凸尖端点, 进入物体内部, 而对于凹尖角则不能够精确捕捉, 从而LXGF模型对图像分割效果不理想, 甚至失败。这是由于在尖角处式(5)中第3项中的曲率绝对值很大, 这就使得伸直信息所起的作用大于向边缘运动的作用, 以致零水平集进入物体内部(凸尖角时)或无法到达尖角处(凹尖角时)。图2、图5、图8和图11分别给出了文献[11]模型对物体含有一个凸尖角、多个凸尖角、一个凹尖角和既有凸尖角又有凹尖角的图像在不同迭代步数下的分割效果, 发现文献[11]模型对于凸尖角的捕捉效果很好, 但对于凹尖角却不能够精确捕捉。这是由于文献[11]模型只考虑了图像边缘有凸尖角的情形, 并对其进行了处理, 但对于有凹尖角情形并没有考虑, 所以对于有凹尖角的图像分割效果并不好。图3、图6、图9和图12分别给出了本文改进模型对物体含有一个凸尖角、多个凸尖角、一个凹尖角和既有凸尖角又有凹尖角的图

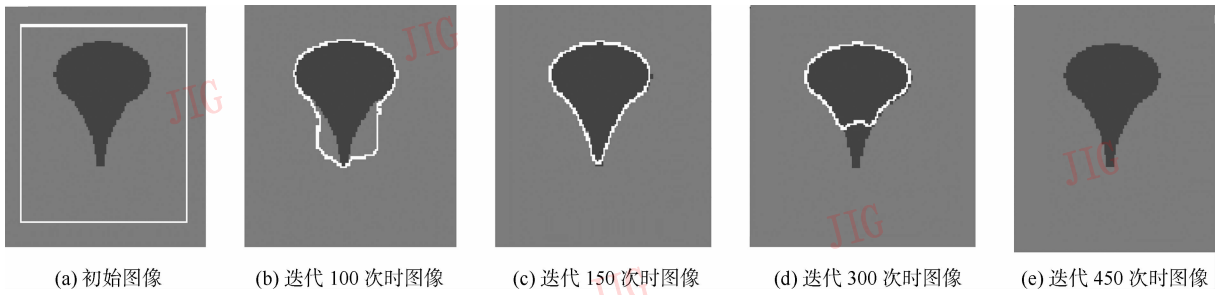


图 1 一个凸尖角时 LXGF 模型结果

Fig. 1 The result of LXGF model when the object has one sharp convex corner

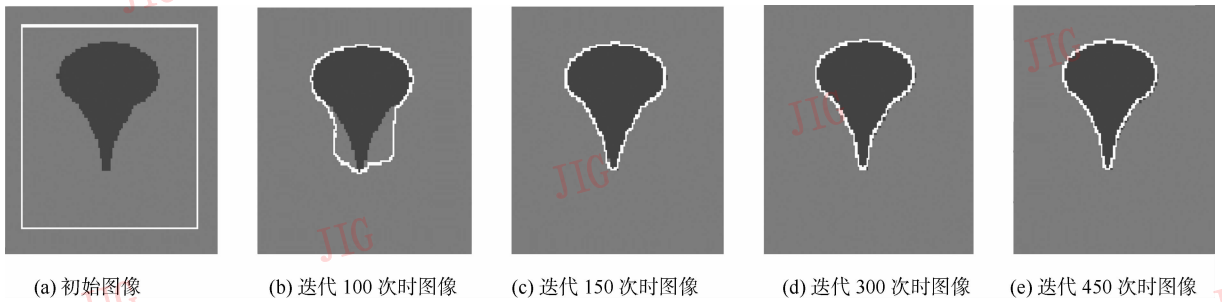


图 2 一个凸尖角时文献[11]模型结果

Fig. 2 The result of Literature [11] model when the object has one sharp convex corner

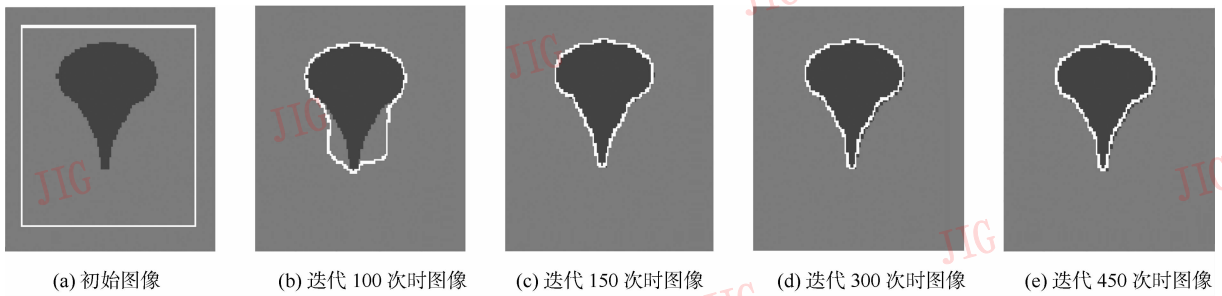


图 3 一个凸尖角时本文改进模型结果

Fig. 3 The result of our model when the object has one sharp convex corner

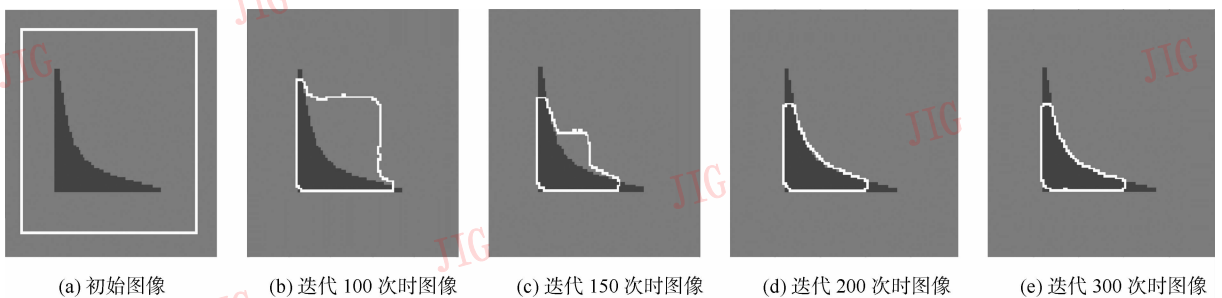


图 4 多个凸尖角时 LXGF 模型结果

Fig. 4 The result of LXGF model when the object has several sharp convex corners

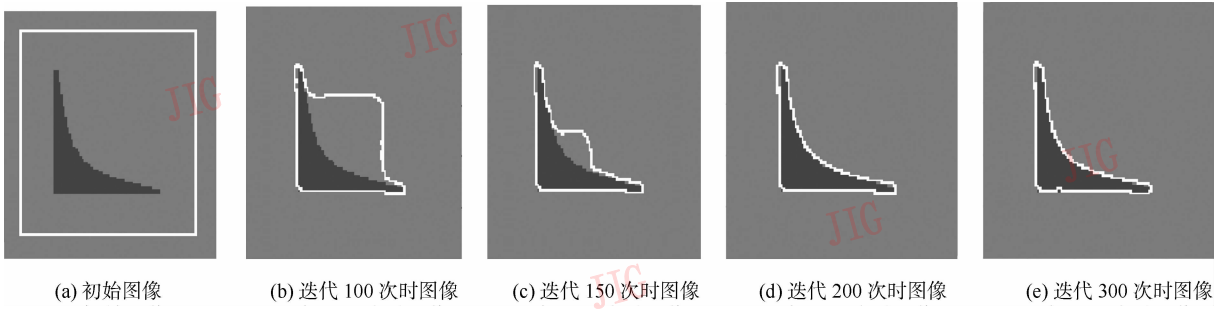


图 5 多个凸尖角时文献[11]模型结果

Fig. 5 The result of literature [11] model when the object has several sharp convex corners

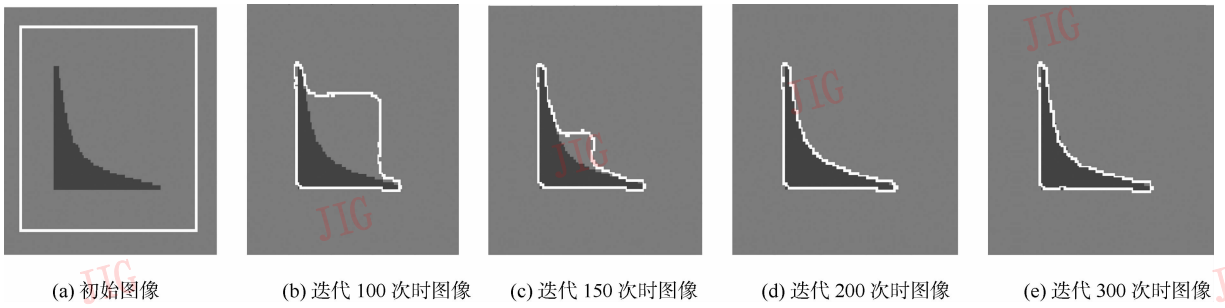


图 6 多个凸尖角时本文改进模型结果

Fig. 6 The result of our model when the object has several sharp convex corners

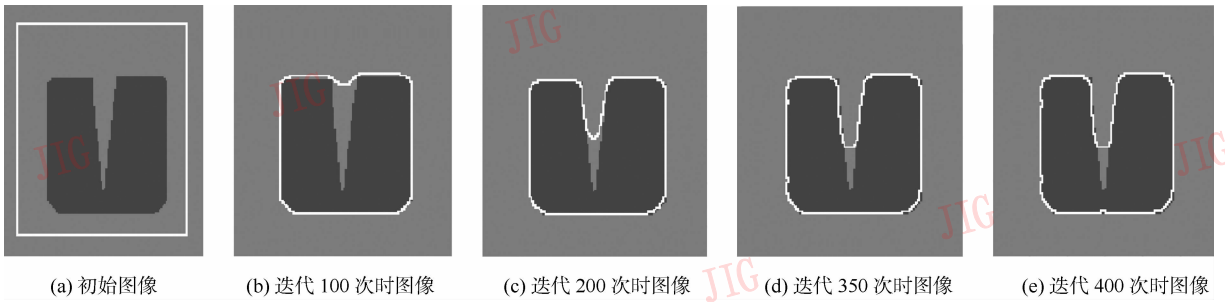


图 7 一个凹尖角时 LXGF 模型结果

Fig. 7 The result of LXGF model when the object has one sharp concave corner

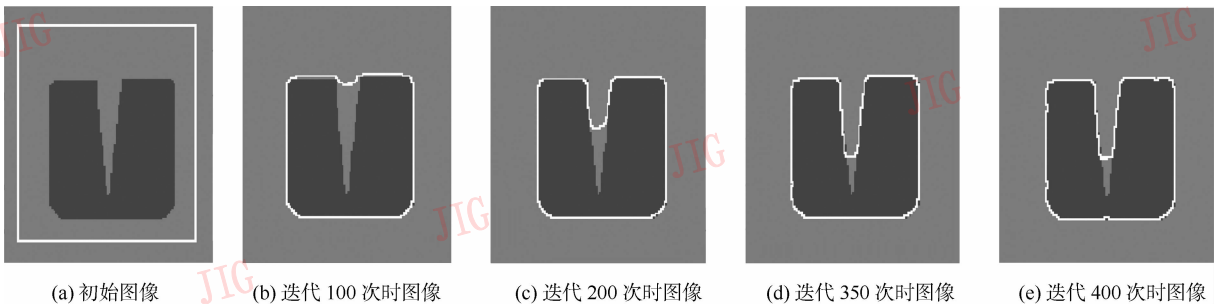


图 8 一个凹尖角时文献[11]模型结果

Fig. 8 The result of literature [11] model when the object has one sharp concave corner

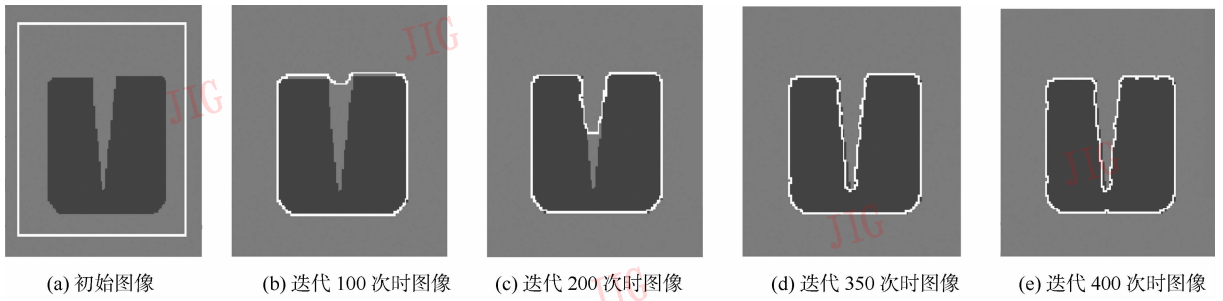


图 9 一个凹尖角时本文改进模型结果

Fig. 9 The result of our model when the object has one sharp concave corner

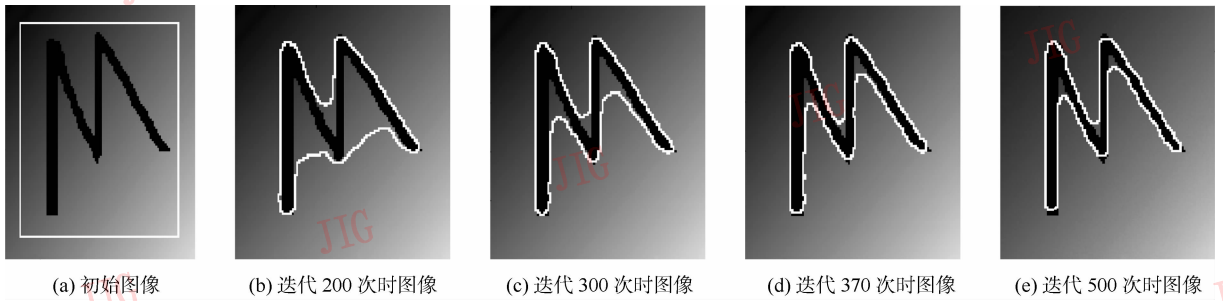


图 10 既有凸尖角又有凹尖角时 LXGF 模型结果

Fig. 10 The result of LXGF model when the object has several sharp corners

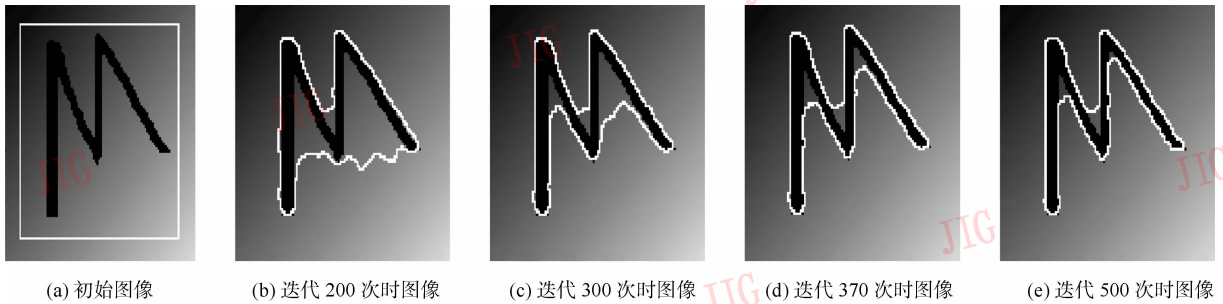


图 11 既有凸尖角又有凹尖角时文献[11]模型结果

Fig. 11 The result of literature [11] model when the object has several sharp corners

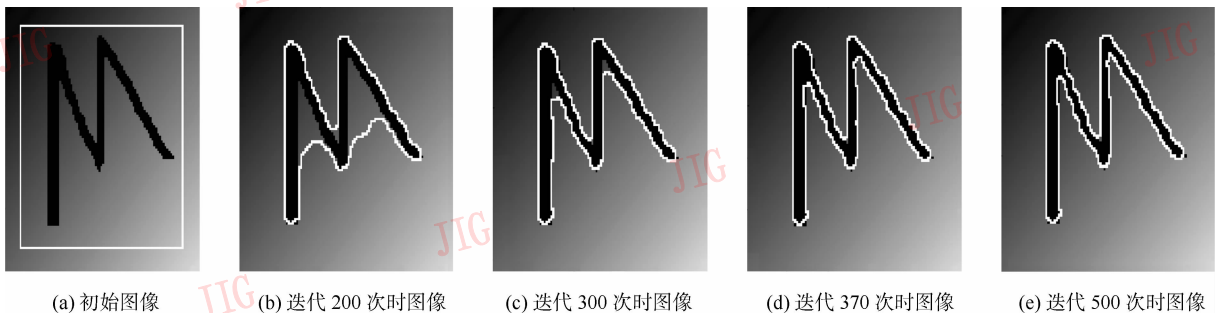


图 12 既有凸尖角又有凹尖角时本文改进模型结果

Fig. 12 The result of our model when the object has several sharp corners

像在不同迭代步数下的分割效果。由于我们不但如文献[11]那样在凸尖角处进行了处理而且还利用

图像曲率信息对凹尖角处也进行了处理,所以可以看出本文改进模型对于凸尖角和凹尖角的捕捉效果都很好。

### 3 结 论

通过分析和实验可见,LXGF模型在分割含有凸、凹尖角的物体图像时对尖角捕捉不精确甚至失败而最终可能导致图像分割失败,而文献[11]中模型只对凸尖角处进行处理,故捕捉凸尖角时效果较好但对凹尖角捕捉不精确,从而导致对图像分割效果不理想。可见,成功识别出凸尖点和凹尖点并在此类尖点处进行处理是解决问题的关键。本文首先利用边缘检测函数的曲率信息识别出凸尖点,利用图像自身的信息即图像的曲率信息识别出凹尖点;然后将这两类信息结合,自适应地识别凸尖点和凹尖点,最后在这两类尖点附近进行处理,即将边缘检测函数进一步修正,得到边缘检测函数的修正值,进而得到改进的新模型,从而能更好地捕捉到物体的凸、凹尖角,准确地实现对该类特殊图像的分割。

### 参考文献 (References)

- [ 1 ] Canny J F. A computational approach to edge detection [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1986, 8(6):679-698.
- [ 2 ] Adams R, Bischof L. Seeded region growing [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1994, 16(6):641-647.
- [ 3 ] Kass M, Within A, Terzopoulos D. Snake: active contour models [J]. International Journal of Computer Vision, 1987, 1(4):321-331.
- [ 4 ] Caselles V, Catta F, Coll T, et al. A geometric model for active contours in image processing [J]. Numerische Mathematic, 1993, 66(1):1-31.
- [ 5 ] Caselles V, Kimmel R, Sapiro G. Geodesic active contours [J]. International Journal of Computer Vision, 1997, 22(1):61-79.
- [ 6 ] Kichenassamy S, Kumar A, Olver P, et al. Gradient flows and geometric active contour models [C] //Proceedings of the Fifth International Conference on Computer Vision, Washington, DC, USA; IEEE Computer Society, 1995:810-815.
- [ 7 ] Osher S, Sethian J A. Fronts propagating with curvature dependent speed: algorithms based on Hamilton-Jacobi formulations [J]. Journal of Computational Physics, 1998, 79(1):12-49.
- [ 8 ] Chan T, Vese L. Active contours without edges [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2001, 10(2):266-277.
- [ 9 ] Peng D, Merriman B, Osher S, et al. A PDE-based fast local level set method [J]. Journal of Computational Physics, 1999, 155(2):410-438.
- [ 10 ] Li C, Xu C, Gui C, Fox M D. Level set evolution without re-initialization: a new variational formulation [C] //Proceedings of the 2005 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. San Diego, C A, USA; IEEE Computer Society, 2005, 1:430-436.
- [ 11 ] Wang Jianbu, Li Weiguo. A new method of image segmentation based on level set [J]. Journal of Microcomputer Applications, 2008, 29(3):6-10. [王建步,李维国.一种基于水平集的图像分割新方法[J].微计算机应用,2008,29(3):6-10.]
- [ 12 ] Gomes J, Faugeras O. Reconciling distance functions and level sets [J]. Journal of Visual Communication and Image Representation, 2000, 11(2):209-223.
- [ 13 ] Zhu W, Chan T. Capturing Illusory Contours Using Curvature Information [EB/OL]. (2003-03-05) [2009-12-20]. <http://www.math.ucla.edu/applied/cam/html>.
- [ 14 ] Sarti A, Malladi R, Sethian J A. A subjective surfaces: a method for completing missing boundaries [J]. Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, 2000, 2(97):6258-6263.
- [ 15 ] Luo Honggen, Zhu Limin, Ding Han. A survey on image segmentation using active contour and level set method [J]. Journal of Image and Graphics, 2006, 11(3):301-309. [罗红根,朱利民,丁汗.基于主动轮廓模型和水平集方法的图像分割技术[J].中国图象图形学报,2006,11(3):301-309.]