

Journal of Image
and Graphics

中国图象图形学报



ISSN1006-8961
CN11-3758/TB

2012 **2**
Vol.17 No.

中国科学院遥感应用研究所
中国图象图形学学会主办
北京应用物理与计算数学研究所

中国图象图形学报

Zhongguo Tuxiang Tuxing Xuebao

2012 年 2 月 第 17 卷 第 2 期(总第 190 期)

目 次

综述

内容感知图像缩放技术综述 施美玲,徐丹(157)

图像处理和编码

引入纹理相似性的纺织品图像增强 杨学志,田晓梅,方静,卢洁(169)

保持边缘特征和增强对比度的图像缩放算法 计忠平,方美娥,王毅刚,吴向阳(178)

以图像认证为目的的分形编码数字水印算法 黄晓晴,于盛林(183)

结合运动矢量和像素递归的全局运动估计方法 赵亚湘,刘少强,樊晓平(191)

无缝栅格数据小波金字塔构建 马伯宁,冷志光,汤晓安,匡纲要(197)

图像分析和识别

伪彩色空间完全非结构化道路检测方法 胡晓辉,孙苗强,苏晓许(203)

未知环境下机器人障碍物检测技术 王文格,武凯宾,朱江,段文彬,许重阳(209)

局部 GAC 模型在医学图像分割中的应用 张建伟,方林,陈允杰,詹天明,罗春燕(215)

判别割(Dcut)的图像分割及其快速分割算法 邹小林,陈伟福,冯国灿(222)

改进的遮挡条件下瞳孔检测方法 潘林,魏丽芳,郑炳锟,余轮(229)

木材显微图像的局部水平集分割方法 汪杭军,祁亨年(236)

关键点检测的线要素综合算法 黄志坚,张金芳,徐帆江(241)

GPU 加速的高分辨率 DEM 图像地形特征线提取算法 刘洲俊,胡包钢(249)

改进 GVF 的自动 Snakes 模型 周亚男,程熙,骆剑承,沈占锋,胡晓东(256)

曲波变换用于磨粒图像不变矩的提取 张云强,张培林,任国全,王国德,徐超,李兵(263)

图像理解和计算机视觉

深度图像中基于轮廓曲线和局部区域特征的 3 维物体识别 吴莉婷,张宇,杨一平,田原(269)

机载 LiDAR 数据的 LZD 航带平差 王丽英,宋伟东(279)

计算机图形学

基于 Z 曲线的瓦片地图服务空间索引 聂云峰,周文生,舒坚,许虎(286)

虚拟现实和增强现实

GPU 加速的台风可视化方法 秦绪佳,张勤锋,陈坚,郑红波,徐晓刚(293)

中国图象图形学报

刊名题字: 宋 健 月刊(1996 年创刊) 第 17 卷 第 2 期 2012 年 2 月 16 日出版

主管单位	中国科学院	Superintended by	Chinese Academy of Sciences
主 办	中国科学院遥感应用研究所 中国图象图形学学会 北京应用物理与计算数学研究所	Sponsored by	Institute of Remote Sensing Application, CAS China Society of Image and Graphics Institute of Applied Physics and Computational Mathematics
主 编	李小文	Chief editor	LI Xiaowen
编辑出版	《中国图象图形学报》编辑出版委员会 北京 9718 信箱 邮编 100101 电子信箱:jig@irsa.ac.cn 电话:010-68407995 010-82614429 网 址:www.cjig.cn	Editor ,Publisher	Editorial and Publishing Board of Journal of Image and Graphics (P. O. Box 9718 ,Beijing 100101 ,China) E-mail:jig@irsa.ac.cn
印刷装订	北京北林印刷厂	Distributed by	Beijing Bureau for Distribution of Newspapers and Journals
广告经营许可证	京朝工商广字第 0346 号	Domestic	All Local Post Offices in China
总 发 行	北京报刊发行局	Foreign	China International Book Trading Corporation (P. O. Box 399 ,Beijing 100044 ,China)
订 购	全国各地邮局	Printed by	Beijing Beilin Printing House
国外发行	中国国际图书贸易总公司 (中国国际书店) (北京 399 信箱 邮编 100044)		

Journal of Image and Graphics

(Monthly, Started in 1996)

Vol. 17 No. 2 February 2012

Contents

Review

Survey on content-aware image resizing techniques Shi Meiling, Xu Dan (157)

Image Processing and Coding

Enhancement of textile image with texture similarity Yang Xuezhi, Tian Xiaomei, Fang Jing, Lu Jie (169)

Edge-preserving and contrast-enhancement image scaling Ji Zhongping, Fang Mei'e, Wang Yigang, Wu Xiangyang (178)

Watermarking method on fractal coding for image authentication Huang Xiaoqing, Yu Shenglin (183)

Global motion estimation method with motion vectors and pixel recursion Zhao Yaxiang, Liu Shaoqiang, Fan Xiaoping (191)

Seamless wavelet pyramid construction for raster data Ma Boning, Leng Zhiguang, Tang Xiao'an, Kuang Gangyao (197)

Image Analysis and Recognition

Completely unstructured road detection for pseudo-color space Hu Xiaohui, Sun Miaoqiang, Su Xiaoxu (203)

Obstacle detection for robot in unknown environment
..... Wang Wenge, Wu Kaibin, Zhu Jiang, Duan Wenbin, Xu Chongyang (209)

Application of local GAC model for medical image segmentation
..... Zhang Jianwei, Fang Lin, Chen Yunjie, Zhan Tianming, Luo Chunyan (215)

Fast image segmentations of Deut Zou Xiaolin, Chen Weifu, Feng Guocan (222)

Improved method for the pupil measurement under occlusion Pan Lin, Wei Lifang, Zheng Bingkun, Yu Lun (229)

Segmentation method of wood microscopic image based on local level set Wang Hangjun, Qi Hengnian (236)

Algorithm of line generalization with key point detection Huang Zhijian, Zhang Jinfang, Xu Fanjiang (241)

High resolution DEM topographic feature line extraction algorithm using GPU Liu Zhoujun, Hu Baogang (249)

Automatic snakes model based on modified GVF Zhou Yanan, Cheng Xi, Luo Jiancheng, Shen Zhanfeng, Hu Xiaodong (256)

Invariant moment extraction by curvelet transform for wear particle images
..... Zhang Yunqiang, Zhang Peilin, Ren Guoquan, Wang Guode, Xu Chao, Li Bing (263)

Image Understanding and Computer Vision

Three-dimensional free-form object recognition based on contour curve and local surface patches in range images
..... Wu Liting, Zhang Yu, Yang Yiping, Tian Yuan (269)

Least Z-difference strip adjustment of airborne LiDAR data Wang Liying, Song Weidong (279)

Computer Graphics

Spatial index for tile map service based on Z curve Nie Yunfeng, Zhou Wensheng, Shu Jian, Xu Hu (286)

Virtual Reality and Augmented Reality

GPU accelerated typhoon visualization method Qin Xujia, Zhang Qinfeng, Chen Jian, Zheng Hongbo, Xu Xiaogang (293)

中图法分类号: TP391.41 文献标志码: A 文章编号: 1006-8961(2012)02-0222-07

论文引用格式: 邹小林, 陈伟福, 冯国灿. 判别割(Dcut)的图像分割及其快速分割算法[J]. 中国图象图形学报, 2012, 17(2): 222-228

判别割(Dcut)的图像分割及其快速分割算法

邹小林^{1,2}, 陈伟福¹, 冯国灿¹

1. 中山大学数学与计算科学学院, 广州 510275; 2. 肇庆学院数学与信息科学学院, 肇庆 526061

摘要: 谱聚类算法在模式识别和图像分割中得到了广泛应用。谱聚类算法能在任意形状的样本空间上聚类且收敛于全局最优解。采用一个新的谱聚类算法 Dcut 进行图像分割。Dcut 完全满足聚类算法的一般准则: 类内样本间的相似度大, 类间样本的相似度小, 因此 Dcut 在图像分割方面比 Ncut 具有更好的分组性能。为了克服 Dcut 分割速度慢, 提出基于子空间的 SDcut 和基于分块的 SDcut (BSDcut) 两种快速算法。SDcut 和 BSDcut 这两种快速算法具有 Dcut 的分组性能的同时, 降低了分割图像的计算复杂度。通过对纹理图像和真实图像的分割, 验证了新算法的有效性。

关键词: 谱聚类; Dcut; SDcut; BSDcut; 子空间; 图像分割

Fast image segmentations of Dcut

Zou Xiaolin^{1,2}, Chen Weifu¹, Feng Guocan¹

1. School of Mathematics and Computational Sciences, Sun Yat-sen University, Guangzhou 510275, China;

2. School of Mathematics and Information Sciences, Zhaoqing University, Zhaoqing 526061, China

Abstract: Spectral clustering algorithms have wide applications in pattern recognition and image segmentation. They can cluster samples in any form of the feature space and have global optimal solutions. In this paper, a new graph-based spectral cluster algorithm called Dcut is applied to image segmentation. Dcut completely satisfies the general criterion of the cluster algorithms: maximizing the within-cluster similarities while minimizing between-cluster associations. Compared with Ncut, Dcut has better grouping performance in image segmentation. In order to overcome Dcut's shortcoming i. e. slow speed for image segmentation, two fast Dcut algorithms, i. e. subspace-based Dcut (SDcut) and block-based SDcut (BSDcut), are proposed. SDcut and BSDcut have Dcut's grouping performance while at the same time reducing the computational complexity. Experiments based on texture images and real images demonstrate the advantages of the proposed algorithms.

Key words: spectral clustering; Dcut; SDcut; BSDcut; subspace; image segmentation

0 引言

图像分割是指根据灰度、色彩、空间、纹理、几何形状等特征将图像划分成若干个互不相交的区域, 在同一区域内的特征表现出一致性或相似性, 而在不同区域表现出明显的不同^[1]。在许多分割算法

中, 聚类是一种常用的图像分割技术, 如 K 均值、模糊 C 均值(FCM)、自组织映射(SOM)、高斯混合模型(GMM)等^[2], 然而这些方法往往不考虑图像的空间信息, 因此分割的区域不连续, 且多数情形下得到局部最优解^[2]。谱聚类算法^[3]克服了 K 均值等一些传统聚类算法的缺点, 具有识别非凸分布聚类的能力, 非常适合许多实际应用问题, 且算法与数据点

收稿日期: 2010-12-21; 修回日期: 2011-08-16

基金项目: 国家自然科学基金项目(60975083, U0835005)

第一作者简介: 邹小林(1975—), 男, 讲师, 中山大学数学与计算科学学院信息计算专业博士研究生, 主要研究方向为模式识别与图像处理。E-mail: xiaolinzou@gmail.com

的维数无关,仅与数据点的个数有关,避免数据的高维造成的奇异性问题。谱聚类的最新文献参看^[4-7]。

谱聚类算法分割图像的基本思想:将一幅图像对应一个带权图,图的每个节点对应图像中的一个像素或区域,连接每两个节点的边的权值表示这两个节点属于同一区域的可能性,权值的大小与两个节点之间的相似性、邻近性以及连续性等相关^[8]。根据图的某种特定划分建立相应的目标函数,求出这些目标函数的最小值(最大值)时相应图像的一个最佳分组。已提出了一些具有代表性的基于图的划分准则,如最小割(MinCut)^[9]、正则割(Ncut)^[10]、比率割(Rcut)^[11]、极小极大割(MCut)^[12]及判别割(Dcut)^[13]等。

求每一个划分准则的最小值(最大值),都是一个NP难的离散优化问题。这些算法通过松弛各自优化目标函数的约束条件,把一个NP难的离散优化问题转化为一个连续优化问题,求出连续优化问题的解后,再转化为离散的解(即划分向量)。因此谱聚类算法把一个棘手的NP难的离散优化问题转化为一个求特征值特征向量这样一个代数问题。在基于图的划分准则中只有最小割(MinCut)、正则割(Ncut)实现了谱聚类算法的图像分割。

Dcut^[13]具有的优点:1)采用正则化Laplacian(拉普拉斯)矩阵正则化相似矩阵;2)同时满足最大类内相似度和最小类间相似度;3)基于图划分的谱聚类算法;4)Dcut在类数比较大或数据轻微重叠时比Ncut的分类性能更好。本文采用一个新的谱聚类算法Dcut分割图像,Dcut完全满足谱聚类的聚类准则,因此在图像分割方面,Dcut比Ncut具有更好的分组性能。由于Dcut计算正则化对称拉普拉斯矩阵和相似度矩阵的特征值特征向量耗时,所以Dcut分割图像慢。为了降低Dcut的计算复杂度,提出基于子空间的Dcut(SDcut)和基于分块的SDcut(BSDcut)两种快速算法。这两种快速算法具有Dcut分组性能的同时,极大地减少了分割图像的时间。对相同的图像,SDcut分割图像的时间接近Ncut分割图像的时间,BSDcut分割图像的时间约为Ncut分割图像时间的一半。

1 谱聚类算法的图像分割

谱聚类算法的两个准则:

准则1 类内样本间的相似度大。

准则2 类间样本间的相似度小。

把每个数据样本(如图像的像素)看做图的顶点,样本间的相似度看做顶点间的边的权重,得到一个基于样本相似度的无向加权图 $G = (V, E, A)$,其中节点集合 $V = \{v_1, \dots, v_n\}$, E 是连接节点的边的集合,连接每两个节点的边的权值 $a_{ij} (a_{ij} > 0)$ 衡量节点 x_i 和 x_j 的相似程度, $A = (a_{ij})$ 为对称相似度矩阵。如果将节点集合 V 分成两个独立的子集 S 和 $\bar{S}$,其中 $\bar{S} = V - S$,通过移去连接 S 和 $\bar{S}$ 中所有节点的边就得到 S 和 $\bar{S}$ 之间的分离度,记为割(cut)^[9],即

$$\text{cut}(S, \bar{S}) = \sum_{i \in S, j \in \bar{S}} a_{ij} \quad (1)$$

Wu和Leahy^[9]基于最小划分准则提出MinCut,然而MinCut容易划分出图中的孤立点。为了克服这种现象,Shi和Malik^[10]提出Ncut。Ncut定义如下:

$$\text{Ncut}(S, \bar{S}) = \frac{\text{cut}(S, \bar{S})}{\text{assoc}(S, V)} + \frac{\text{cut}(\bar{S}, S)}{\text{assoc}(\bar{S}, V)} \quad (2)$$

式中, $\text{assoc}(S, V) = \sum_{i \in S, j \in V} a_{ij}$ 为 S 中节点与图中所有节点连接权值的和。最小的Ncut值对应的划分就是图 G 的最优划分。在松弛优化目标函数的约束条件下,最小化Ncut值这个离散优化问题转化为连续优化问题,即转化为^[10]

$$D^{-1/2}(D - A)D^{-1/2}\xi = \lambda\xi \quad (3)$$

式中, D 是 $n \times n$ 的对角矩阵,其对角线上的元素为 $d_{ii} = \sum_j a_{ij}$, λ 和 ξ 分别为相应的特征值和特征向量。

当聚类数为2时,采用式(3)的第2个最小的特征值对应的特征向量最优划分图 G ,得到对应图像的一个分割结果;当聚类数大于2时,可以采用聚类数为2时的情形递归得到^[8]。

Ncut克服了最小割准则容易划分出图中的孤立点,具有很好的聚类性能。Ncut满足准则1的同时部分满足准则2。而Dcut同时满足准则1和准则2。因此Dcut比Ncut具有更好的聚类性能。图1是一个说明Dcut比Ncut聚类性能更好的例子。图1(a)是本文生成的数据点,图中的点分为4类比较合适;图1(b)是Ncut聚类的结果,图中被圈围的两个点与圆心中的点误分为一类;而Dcut正确分为4类,如图1(c)所示。

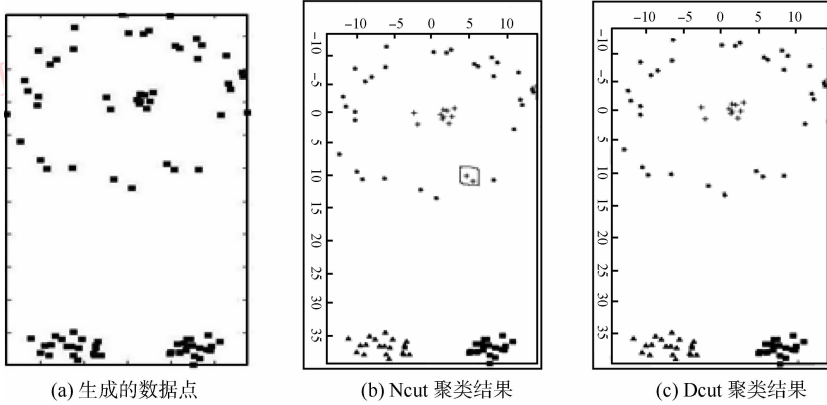


图 1 Ncut 和 Dcut 的聚类

Fig. 1 Clusters of Ncut and Dcut

2 判别割 (discriminant cut, Dcut)

2.1 相关定义

考虑 k 划分 (表示为 $V_1, V_2, \dots, V_k$), 定义一个表示矩阵 $X \in \mathbf{R}^{n \times k}$, X 的列 $\mathbf{x}_j = [x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{nj}]$ 是集合 V_j 的表示向量, 其中 n 为像素个数,

$$x_{1j} = \begin{cases} 1 & i \in V_j \\ 0 & i \notin V_j \end{cases}$$

类内相似度 $\text{cut}(V_j, V_j) = \mathbf{x}_j^T \mathbf{A} \mathbf{x}_j$ (4)

类间分离度 $\text{cut}(V_j, \bar{V}_j) = \mathbf{x}_j^T (\mathbf{D} - \mathbf{A}) \mathbf{x}_j$ (5)

矩阵 $\mathbf{L}_0 = \mathbf{D} - \mathbf{A}$ 称为拉普拉斯矩阵。有两种正则化拉普拉斯矩阵, 定义为:

正则化对称拉普拉斯矩阵^[10]

$$\mathbf{L}_{\text{sym}} = \mathbf{I} - \mathbf{D}^{-1/2} \mathbf{A} \mathbf{D}^{-1/2}$$

正则化拉普拉斯矩阵^[14]

$$\mathbf{L}_{\text{rw}} = \mathbf{I} - \mathbf{D}^{-1} \mathbf{A}$$

2.2 k 路划分判别割

Dcut 完全满足谱聚类的准则 1 和准则 2, 即 Dcut 同时满足式(6)(7)。

$$\min C(V_i, \bar{V}_i) \quad i = 1, \dots, k \quad (6)$$

$$\max C(V_i, V_i) \quad i = 1, \dots, k \quad (7)$$

k 路划分的 Dcut 定义为

$$\text{Dcut}(V_1, \dots, V_k) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^k \frac{\mathbf{x}_j^T \mathbf{A} \mathbf{x}_j}{\mathbf{x}_j^T (\mathbf{D} - \mathbf{A}) \mathbf{x}_j}$$

$\mathbf{L}_0 = \mathbf{D} - \mathbf{A}$ 是半正定的而不是正定的, 可以通过对象化平移^[15] 解决这个问题。对象化平移后, 最大化 k 划分 Dcut 就转化为最大化式(8) (详见文献[13])。

$$\text{Dcut}(V_1, \dots, V_k) :=$$

$$\frac{1}{2} \sum_{i=1}^k \frac{\mathbf{x}_i^T \mathbf{A} \mathbf{x}_i}{\mathbf{x}_i^T (\mathbf{D} - \mathbf{A} + \mu \mathbf{I}) \mathbf{x}_i} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^k \frac{C(V_i, V_i)}{C(V_i, \bar{V}_i) + \mu |V_i|} \quad (8)$$

命题 1 最大化 $\text{tr}[(X^T \mathbf{L} X)^{-1} (X^T \mathbf{A} X)]$ 可以导致最大化 $\frac{1}{2} \sum_{i=1}^k \frac{\mathbf{x}_i^T \mathbf{A} \mathbf{x}_i}{\mathbf{x}_i^T \mathbf{L} \mathbf{x}_i}$, 其中 $\mathbf{L} = \mathbf{L}_0 + \mu \mathbf{I}$ (证明见文献[13])。

定义可行解集合 $F_k: F_k = \{X: X \mathbf{1}_k = \mathbf{1}_n, x_{ij} \in \{0, 1\}\}$, 其中 $\mathbf{1}_k = [1, 1, \dots, 1]^T \in \mathbf{R}^k$, 其中 $\mathbf{R}^k$ 为 k 维实数空间。求 Dcut 的最大值即为下面的最优化问题^[13]:

$$\text{Dcut}^*(V_1, \dots, V_k) = \max_{X \in F_k} \text{tr}[(X^T \mathbf{L} X)^{-1} (X^T \mathbf{A} X)] \quad (9)$$

式(9)是 NP 难问题。为了有效解决式(9), 松弛优化式(9)的约束条件, 转化为一个连续优化问题。

定义 $\mathbf{Z} = (X^T \mathbf{L} X)^{1/2}$, $\mathbf{Y} = \mathbf{L}^{-1/2} \mathbf{X} \mathbf{Z}^{-1}$, $\mathbf{W} = \mathbf{L}^{-1/2} \mathbf{A} \mathbf{L}^{-1/2}$, 那么 $\mathbf{X} = \mathbf{L}^{-1/2} \mathbf{Y} \mathbf{Z}$ 。用 $\mathbf{Y}$ 代替 $\mathbf{X}$ 得

$$\begin{aligned} \text{tr}[(X^T \mathbf{L} X)^{-1} (X^T \mathbf{A} X)] &= \text{tr}[(\mathbf{Z}^T \mathbf{Y}^T \mathbf{L}^{-1/2} \mathbf{L} \mathbf{L}^{-1/2} \mathbf{Y} \mathbf{Z})^{-1} \times \\ &\quad (\mathbf{Z}^T \mathbf{Y}^T \mathbf{L}^{-1/2} \mathbf{A} \mathbf{L}^{-1/2} \mathbf{Y} \mathbf{Z})] = \\ &\quad \text{tr}[(\mathbf{Y}^T \mathbf{Y})^{-1} (\mathbf{Y}^T \mathbf{W} \mathbf{Y})] \end{aligned}$$

和

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}^T \mathbf{Y} &= (\mathbf{L}^{1/2} \mathbf{X} \mathbf{Z}^{-1})^T \mathbf{L}^{1/2} \mathbf{X} \mathbf{Z}^{-1} = \\ &\quad \mathbf{Z}^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{L} \mathbf{X} \mathbf{Z}^{-1} = \mathbf{I}_k \end{aligned}$$

因此得到式(9)的一个连续优化问题

$$\begin{cases} \max_{\mathbf{Y}} & \text{tr}(\mathbf{Y}^T \mathbf{W} \mathbf{Y}) \\ \text{s. t.} & \mathbf{Y}^T \mathbf{Y} = \mathbf{I}_k \end{cases} \quad (10)$$

通过 Rayleigh-Ritz 理论^[16],式(10)的解为 $Y = U_k$, 它的列 $u_i (i = 1, \dots, k)$ 是 W 的 k 个最大特征值对应的特征向量。对式(10)的解 $Y = U_k$ 的每一行进行单位化处理, 矩阵的每一行视为一个点^[10], 用 K 均值聚类这些点为 k 类。

Deut 算法:

输入 点集 $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$, $v_i \in R^D$, R^D 为 D 维实数空间, k 和 σ 为参数。

输出 k 个聚类。

1) 定义距离 $d(v_i, v_j)$, 计算相似矩阵 $A = (a_{ij}) \in R^{n \times n}$, 其中 $a_{ij} = \exp(-d^2(v_i, v_j)/2\sigma^2)$ 。

2) 计算矩阵 D, L, W 。

3) 求矩阵 W 的 k 个最大特征值对应的特征向量 $u_1, u_2, \dots, u_k$, 设 $U_0 = [u_1, u_2, \dots, u_k]$ 。

4) 单位化处理矩阵 U_0 的每一行, 得矩阵 U 。

5) 矩阵 U 的每一行视为 R^k 中的一个点, 用 K 均值聚类算法分这些点为 k 类。

6) 最后确定原顶点 v_i 属于第 j 类当且仅当 U 的第 i 行分在第 j 类。

由于计算 $L^{-1/2}$ 比较耗时, 本文采用 $W = L^{-1}A$ ^[14] 而不采用对称的 $W = L^{-1/2}AL^{-1/2}$ 计算矩阵 W 。

3 基于 Deut 的图像分割

文献[13]在 UCI 数据集、人脸数据库以及手写数字集上的实验结果表明, Deut 比 Ncut 的聚类性能更好。因此本文把 Deut 应用到图像分割, 步骤如下

1) 构造一个加权图 $G = (V, E, A)$, 图的每个顶点代表图像的每个像素, 连接顶点 i 和 j 的边的权值 a_{ij} 表示两点之间的相似程度(可选择位置、灰度、颜色和纹理等特征度量相似程度), 本文考虑灰度和空间的相似度直观且易计算, 定义相似度为

$$a_{ij} = \left(\exp\left(\frac{-\|F(i) - F(j)\|_2^2}{\sigma_f}\right) \times \begin{cases} \exp\left(\frac{-\|X(i) - X(j)\|_2^2}{\sigma_x}\right) & \|X(i) - X(j)\|_2 < r \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \right)$$

式中, $X(i)$ 是节点 i 的空间位置, $F(i)$ 是节点 i 的灰度值, r, σ_f 和 σ_x 是参数。

2) 计算矩阵 L 和 $W (W = L^{-1}A)$ 。

步骤 3)—6) 同 Deut 算法的步骤 3)—6)。

4 快速的 Deut 算法

由于 Deut 计算 L^{-1} (或 $L^{-1/2}$) 和矩阵 W 的特征值特征向量耗时, 所以 Deut 分割图像慢。为了降低 Deut 的计算复杂度, 提出 SDcut 和 BSDcut 两种快速 Deut 算法。SDcut 和 BSDcut 具有 Deut 良好的聚类性能的同时, 降低了分割图像的计算复杂度。

4.1 SDcut

Deut 的 k 划分的目标函数是式(8), 简化为

$$\text{Deut}(V_1, \dots, V_k) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^k \frac{\mathbf{x}_i^T \mathbf{A} \mathbf{x}_i}{\mathbf{x}_i^T \mathbf{L} \mathbf{x}_i} \quad (11)$$

式中, $\mathbf{x}_i (i = 1, \dots, k)$ 是正交的表示向量。

在 $\mathbf{x}_i (i = 1, \dots, k)$ 单位正交的情况下, 求目标函数 $\text{Deut}(V_1, \dots, V_k)$ 的最大值, 需要满足式(11)等式右边中每个分式的分子 $\mathbf{x}_i^T \mathbf{A} \mathbf{x}_i (i = 1, \dots, k)$ 最大, 同时满足相应的分母 $\mathbf{x}_i^T \mathbf{L} \mathbf{x}_i (i = 1, \dots, k)$ 最小。然而满足分子 $\mathbf{x}_i^T \mathbf{A} \mathbf{x}_i (i = 1, \dots, k)$ 最大, $\mathbf{x}_i (i = 1, \dots, k)$ 应该从 A 的大的特征值对应的特征向量生成的子空间 S_L 中取得。而相应分母 $\mathbf{x}_i^T \mathbf{L} \mathbf{x}_i (i = 1, \dots, k)$ 最小, $\mathbf{x}_i (i = 1, \dots, k)$ 应该从 L 的小的特征值对应的特征向量生成的子空间 S_s 中取得^[17]。因此 $\mathbf{x}_i (i = 1, \dots, k)$ 从 $S_L \cap S_s$ 中取, 就可以求得 $\text{Deut}(V_1, \dots, V_k)$ 的最大值。在一般情况下, 很难求解 $S_L \cap S_s$, 甚至有时 $S_L \cap S_s$ 为空集^[17]。因此本文采用如下方式选取 $\mathbf{x}_i (i = 1, \dots, k)$: 首先计算矩阵 L 的第 1 个到第 P 个 (本文实验中 P 取 120) 个最小特征值对应的特征向量, 设为 $\xi_1, \dots, \xi_P$, 记 $V_s = [\xi_1, \dots, \xi_P]$, 得到子空间 $S_s = \text{span}(\xi_1, \dots, \xi_P)$, 则 $\text{Rank}(S_s) = P$ 。采用式(12)和(13)将矩阵 A 和 L 投影到 K 维子空间 S_s 中得到 P 阶矩阵 A^s 和 L^s 。

$$A^s = V_s^T A V_s \quad (12)$$

$$L^s = V_s^T L V_s \quad (13)$$

然后计算 $W^s = (L^s)^{-1}A^s$ 。求 W^s 的 k 个最大特征值对应的特征向量得到矩阵 $V = [\xi_1^s, \dots, \xi_k^s]$ 和矩阵 $U_0 = V_s V$ 。 $\mathbf{x}_i (i = 1, \dots, k)$ 从 U_0 的列中选取。

因此 SDcut 算法为:

输入 点集 $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$, $v_i \in R^D$, k 和 σ 为参数。

输出 k 个聚类。

1) 同 Deut 算法的步骤 1)。

- 2) 计算矩阵 D, L 。
- 3) 求相似度矩阵 L 的第 1 个到第 P 个小的特征值对应的特征向量 $\xi_1, \dots, \xi_P$, 设 $V_s = [\xi_1, \dots, \xi_P]$ 。
- 4) 采用式 (12) (13) 计算 A^s, L^s 和 W^s 。
- 5) 求 W^s 的 k 个最小特征值对应的特征向量 $u_1, u_2, \dots, u_k, V = [u_1, u_2, \dots, u_k], U_0 = V_s V$ 。
- 步骤 6)—8) 同 Dcut 算法的步骤 4)—6)。

4.2 BSDcut

图像分块操作是保证分割快速有效进行的关键技术之一。本文的分块操作是指将原始图像划分为大小相等的互不重叠的 $p \times q$ 矩形区域, 其中的 p, q (本文取 $p = q = 2$) 为整数, 称每一个小矩阵区域为图像块。以图像块为单位进行聚类。

BSDcut 算法是先分割原始图像为不重叠的 $p \times q$ 个图像块, 图像中的每一个图像块视为一个节点, 这样图像就看做一个图像块邻接图, 节点间的权值表示相邻图像块的相似程度, 然后采用 SDcut 算法得到图像的分割结果。

4.3 复杂度估计

Ncut 计算每个点的 k 近邻的复杂度是 $O(n^2)$, 计算 k 个特征值的复杂度是 $O(n^2)$, 所以 Ncut 的时间复杂度是 $O(n^2)$ 。Dcut 计算每个点的 k 近邻的复杂度是 $O(n^2)$, 计算 L^{-1} 的复杂度是 $O(n^3)$, 计算 k 个特征值的复杂度是 $O(n^2)$, 所以 Dcut 的时间复杂度是 $O(n^3)$ 。SDcut 计算每个点的 k 近邻的复杂度是 $O(n^2)$, 计算式 (12) (13) 的复杂度是 $O(n^2)$, 计算 k 个特征值的复杂度是 $O(K^2)$, 所以 SDcut 的时间复杂度是 $O(n^2)$ 。BSDcut 的时间复杂度是 $O(m^2)$, 本文 $m = 0.5n$ 。

5 实验

5.1 实验环境

为了验证算法对图像分割是否有效, 本文进行

了两组实验测试。第 1 组是对合成纹理图像分割。第 2 组是对真实图像分割。实验中计算机的配置如下: 双核 2.93 GHz, Intel Core 处理器, 3.25 GB 内存, Windows XP 操作系统, 使用 MATLAB 7.8.0 和 C 编程。实验中图像大小均为 90×90 。本文提出的算法分割图像结果与 Ncut 进行比较。

5.2 合成纹理图像分割

图 2(a) 所示的合成纹理图像包含 4 类纹理。与理想分割相比, 图 2(b)—(e) 的错分率分别是 1.94%、1.77%、1.77% 和 1.90%。因此, Dcut、SDcut、BSDcut 分割的结果比 Ncut 好。其中 Dcut 分割图像的平均时间约为 66.67 s, 如表 1 所示, 而 SDcut 的约为 8.78 s, $8.78/66.67 \approx 0.1317 \approx 1/8$, 即 SDcut 分割图像的平均时间约为 Dcut 的 $1/8$ 。BSDcut 的平均时间约为 2.75 s, $2.75/66.67 \approx 0.04125 \approx 1/25$, 即 BSDcut 分割图像的平均时间约为 Dcut 的 $1/25$ 。这个实验说明, 在 SDcut 与 Dcut 的分割准确率一样, BSDcut 接近 Dcut 的分割准确率的情况下, SDcut 和 BSDcut 算法极大地降低了分割图像的时间。

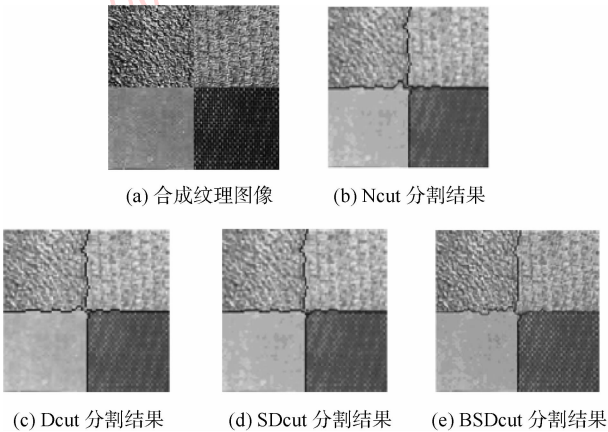


图 2 合成纹理图像分割
Fig. 2 Segmentation results of synthesis texture image

表 1 Dcut、SDcut 和 BSDcut 分割 6 幅图像的时间以及平均时间

Table 1 The time and average time of six images segmented by Dcut、SDcut and BSDcut

算法	图 3						平均时间
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	
Dcut	66.3	65.9	66.5	66.3	67.1	68.5	66.67
SDcut	8.1	9.6	8.5	8.1	8.5	9.9	8.78
BSDcut	2.7	2.8	2.8	2.9	2.8	2.9	2.75

5.3 真实图像分割

采用图 3(1)~(6)共 6 幅真实图像进行 6 个小组实验。图 3(1)中的弯月下方是纹理背景,余下部分是黑色的背景,分 3 类比较合适;图 3(2)是一个闪烁的五角星,分五角星内、外部及五角星共 5 类比较合适;图 3(3)是一双手围成圆的形状,分圆(即手)、圆内、圆外区域 3 类比较合适。图 3(4)是一位女士正面照,分为 12 类;图 3(5)(6)这两幅图来源于 Neut^[10] 做实验的图像,分为 5 类和 12 类。

如图 3 所示,Neut 没分割出图 3(1)(2)中的目标,而 Deut、SDcut 和 BSDcut 分割出目标。Neut 和

BSDcut 没分割出图 3(3)中的目标,而 Deut、SDcut 分割出目标。Neut、SDcut 和 BSDcut 对图 3(4)的分割结果比较接近,而 Deut 的分割结果是 4 种算法中最好的。Deut、SDcut 和 Neut 对图 3(5)的分割比 BSDcut 好。对图 3(6)的分割,SDcut 和 BSDcut 分割目标(熊)比另外两种算法好;而对背景的分割,BSDcut 没有另外 3 种算法好。

SDcut 和 BSDcut 具有 Deut 聚类性能的同时,提高了分割速度,大大降低了分割时间。表 1 数据显示,分割大小一样的图像,Deut 的平均时间约为 66.67 s,SDcut 的约为 8.78 s,而 BSDcut 的约为 2.75 s。

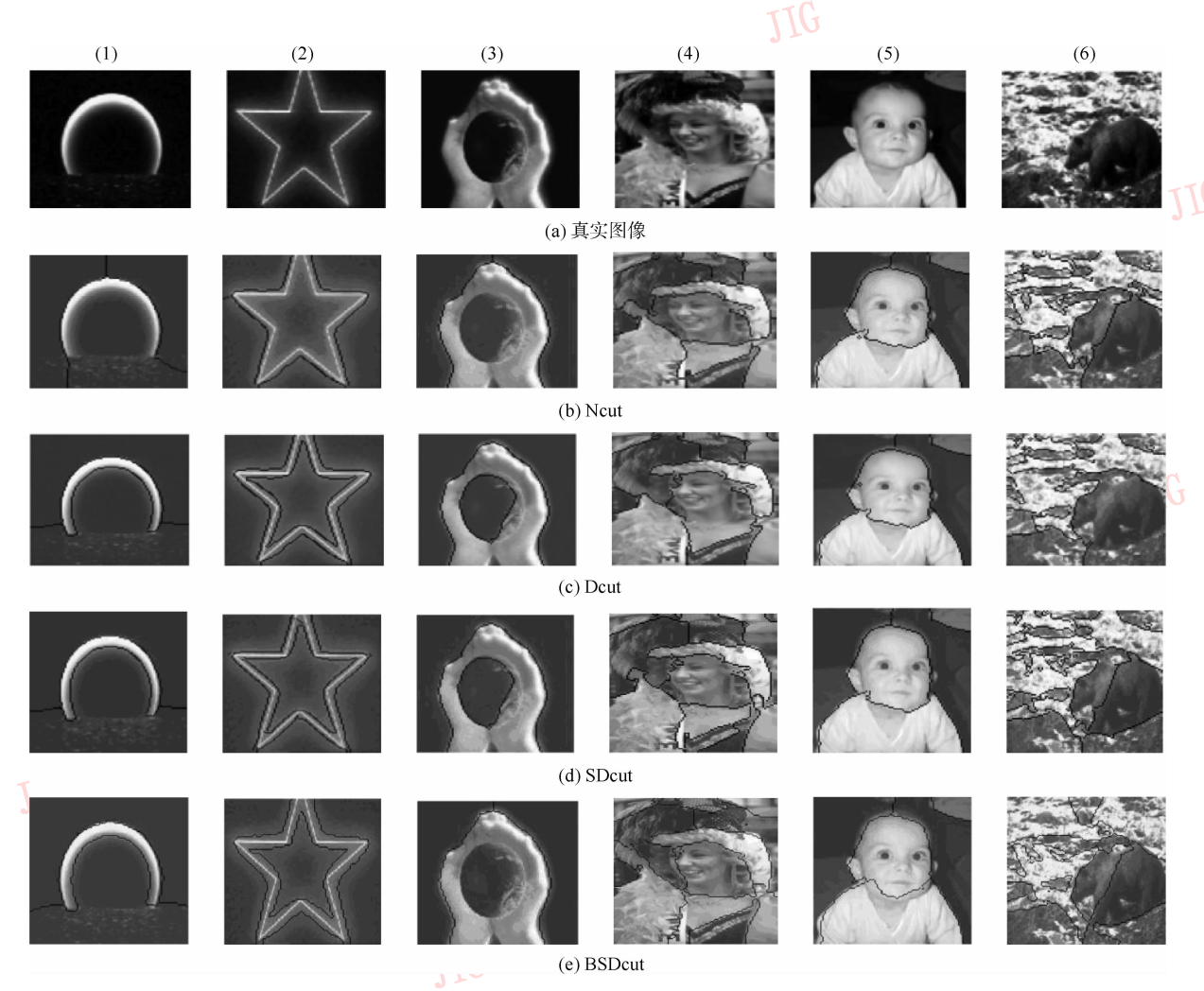


图 3 真实图像分割
Fig. 3 Real images segmentation

6 结 论

基于谱聚类的图像分割方法通过将图像看做一个带权图,图像中的像素看做图的节点,构建节点邻接权值矩阵,进而采用求解特征系统的方法寻求图谱划分的最优解,并利用其相应的特征向量对图中节点进行分类。本文采用一种新的谱聚类算法 Dcut 进行图像分割,分割的结果表明 Dcut 具有优于 Ncut 分割的性能。这反映了 Dcut 同时满足最大类内相似度和最小类间相似度的优越性。然而 Dcut 计算矩阵 L 的逆矩阵和求 W 的特征值特征向量比较耗时,因此本文提出 SDcut 和 BSDcut 两种快速算法解决该问题。实验结果表明,SDcut 和 BSDcut 具有 Dcut 的性能的同时,极大地减少了分割时间。

虽然 Dcut 算法的性能经过改进得到了很大的提高,但仍然存在一些问题没有充分解决。1) 怎样定义相似度。谱聚类算法 Dcut 中相似度矩阵 A 的构造依赖于相似度函数的构造。因此准确地反映像素点之间的真实相似度,是一个需要解决的问题。2) 选择多少个特征向量以及选择哪些特征向量来聚类是需要妥善解决的问题。3) 怎样自动确定聚类类数和 SDcut、BSDcut 中子空间的维数 P 。聚类类数和子空间维数的多少直接影响聚类的质量。如何自动地确定聚类类数和子空间维数是 Dcut 自动分割图像的一个关键问题。

参考文献 (References)

- [1] Pal N R, Pal S K. A review on image segmentation techniques [J]. Pattern Recognition, 1993, 26(9): 1277-1294.
- [2] Zhu F, Song Y Q, Zhu Y Q. Color image segmentation based on spectral clustering using multi-sampling [J]. Computer Science, 2010, 37(7): 264-266. [朱峰, 宋余庆, 朱玉全. 基于多阶抽样谱图聚类彩色图像分割[J]. 计算机科学, 2010, 37(7): 264-266.]
- [3] Luxburg U V. A tutorial on spectral clustering [J]. Statistics and Computing, 2007, 17(4): 395-416.
- [4] Alzate C, Suykens J A K. Multiway spectral clustering without-of-sample extensions through weighted kernel PCA [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2010, 32(2): 335-347.

- [5] Ghanem B, Ahuja N. Dinkelbach NCUT: an efficient framework for solving normalized cuts problems with priors and convex constraints [J]. International Journal of Computer Vision, 2010, 89(1): 40-55.
- [6] Chen W Y, Song Y Q, Bai H J, et al. Parallel spectral clustering in distributed system [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2011, 33(3): 568-586.
- [7] Xu H X, Tian Z, Ding M T. Multiscale segmentation for SAR image based on spectral clustering and mixture model [J]. Journal of Image and Graphics, 2010, 15(3): 450-454. [徐海霞, 田铮, 丁明涛. 基于谱聚类与混合模型的 SAR 图像多尺度分割[J]. 中国图象图形学报, 2010, 15(3): 450-454.]
- [8] Tao W B, Jin H, Zhang Y M. Image thresholding using graph cuts [J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-Part A, 2008, 38(5): 1181-1195.
- [9] Wu Z Y, Leahy R. An optimal graph theoretic approach to data clustering: theory and its application to image segmentation [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis Machine Intelligence, 1993, 15(11): 1101-1113.
- [10] Shi J B, Malik J. Normalized cuts and image segmentation [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis Machine Intelligence, 2000, 22(8): 888-905.
- [11] Wang S, Siskind J M. Image segmentation with ratio cut [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis Machine Intelligence, 2003, 25(6): 675-690.
- [12] Ding H Q, He X F, Zha H Y, et al. A min-max cut for graph partitioning and data clustering [C]//Proceeding of IEEE International Conference on Data Mining. Washington, DC, USA: IEEE Computer Society, 2001: 107-114.
- [13] Chen W F, Feng G C, Liu Z Y, et al. Discriminant cuts for data clustering and Analysis [C]. First Conference on Pattern Recognition, Beijing, China, 2011. accepted.
- [14] Meila M, Shi J B. A random walks view of spectral segmentation [DB/OL]. (2001) [2011-10-13]. <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/summary?doi=10.1.1.33.1501>.
- [15] Sarkar S, Soundararajan P. Supervised learning of large perceptual organization: graph spectral partitioning and learning automata [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis Machine Intelligence, 2000, 22(5): 504-525.
- [16] Aronszajn N. The rayleigh-ritz and the weinstein methods for approximation of eigenvalues II. differential operators [J]. Mathematics, 1948, 34(12): 594-601.
- [17] Liu W, Wang Y H, Li S Z, et al. Null space approach of fisher discriminant analysis for face recognition [J]. Computer Science, 2004, 3087: 32-44.