

Journal of Image
and Graphics

中国图象图形学报



ISSN1006-8961
CN11-3758/TB

2012 **6**
Vol.17 No.

中国科学院遥感应用研究所
中国图象图形学学会主办
北京应用物理与计算数学研究所

中国图象图形学报

Zhongguo Tuxiang Tuxing Xuebao

2012年6月 第17卷 第6期(总第194期)

目次

综述

人脸图像的年龄估计技术研究 王先梅, 梁玲燕, 王志良, 胡四泉(603)

图像统计模型参数估计中的期望最大值算法 李旭超(619)

图像处理和编码

鲁棒的梯度驱动图像修复算法 叶学义, 王靖, 赵知劲, 陈华华(630)

快速去块效应的线性规划方法 金剑秋, 刘春晓, 王勋, 章志勇(636)

DWT-SVD 域全盲自嵌入鲁棒量化水印算法 叶天语(644)

Mean-shift 滤波和直方图增强的图像弱边缘提取 冀峰, 高新波, 谢松云(651)

图像分析和识别

梯度点对约束的结构化车道检测 王永忠, 王晓云, 文成林(657)

多水平外区抑制的轮廓检测 闫超, 张建州(664)

基于局部投影与块 LBP 特征的图像检索 邹彬, 潘志斌, 胡森(671)

图像理解和计算机视觉

视觉陌生度驱动的增量自主式视觉学习算法 瞿心昱, 姚明海, 顾勤龙(678)

霍夫空间中多足球机器人协作目标定位算法 许家铭, 解仑, 王志良, 倪善超(687)

计算机图形学

虚拟 CCD 线阵星载光学传感器内视场拼接 张过, 刘斌, 江万寿(696)

“第八届数字电视与无线多媒体通信国际论坛”会议专栏

追踪盗版者的抗共谋数字指纹 李晓强, 张煌, 赵洋洋, 汪晶晶(702)

LBP 与鉴别模式结合的热红外人脸识别 谢志华, 伍世虔, 方志军(707)

电影中复杂事件的检索与识别 杜吉祥, 郭一兰, 翟传敏(712)

方向特征和网格特征融合的离线签名鉴别 杨丹凤, 吕岳(717)

视觉关注度的立体图像质量评价 张艳, 安平, 张秋闻, 张兆杨(722)

低开销的异构数据交换 赵凯, 赵正德(726)

灵活的多视点视频编码预测结构 张艳, 蔡灿辉(730)

跨层反馈在无线视频自适应编码中的应用 王焱中, 郑世宝, 张重阳, 刘勃(736)

中国图象图形学报

刊名题字: 宋 健

月刊(1996 年创刊)

第 17 卷 第 6 期

2012 年 6 月 16 日出版

主管单位 中国科学院
主 办 中国科学院遥感应用研究所
中国图象图形学学会
北京应用物理与计算数学研究所
主 编 李小文
编辑出版 《中国图象图形学报》编辑出版委员会
北京 9718 信箱 邮编 100101
电子信箱:jig@irsa. ac. cn
电话:010-64807995 010-82614429
网 址:www. cjjg. cn
印刷装订 北京北林印刷厂
广告经营许可证 京朝工商广字第 0346 号
总 发 行 北京报刊发行局
订 购 全国各地邮局
国外发行 中国国际图书贸易总公司
(中国国际书店)
(北京 399 信箱 邮编 100044)

Superintended by Chinese Academy of Sciences
Sponsored by Institute of Remote Sensing Application,
CAS China Society of Image and Graphics
Institute of Applied Physics and Computational
Mathematics
Chief editor LI Xiaowen
Editor, Publisher Editorial and Publishing Board
of Journal of Image and Graphics
(P. O. Box 9718, Beijing 100101, China)
E-mail:jig@irsa. ac. cn
Distributed by Beijing Bureau for Distribution of Newspapers
and Journals
Domestic All Local Post Offices in China
Foreign China International Book Trading Corporation
(P. O. Box 399, Beijing 100044, China)
Printed by Beijing Beilin Printing House

ISSN 1006-8961 CN11-3758/TB CODE ZTTFXZ 国内邮发代号: 82-831 国外发行代号: M1406 国内定价: 45.00 元

Journal of Image and Graphics

(Monthly, Started in 1996)

Vol. 17 No. 6 June 2012

Contents

Review

- Age estimation by facial image: a survey Wang Xianmei, Liang Lingyan, Wang Zhiliang, Hu Siqian(603)
Expectation maximization method for parameter estimation of image statistical model Li Xuchao(619)

Image Processing and Coding

- Robust gradient driving image inpainting method Ye Xueyi, Wang Jing, Zhao Zhijing, Chen Huahua(630)
Fast image de-blocking by linear programming Jin Jianqiu, Liu Chunxiao, Wang Xun, Zhang Zhiyong(636)
Perfectly blind self-embedding robust quantization-based watermarking scheme in DWT-SVD domain Ye Tianyu(644)
Weak edge detection using Mean-shift filtering and histogram enhancement Ji Feng, Gao Xinbo, Xie Songyun(651)

Image Analysis and Recognition

- Gradient-pair constraint for structure lane detection Wang Yongzhong, Wang Xiaoyun, Wen Chenglin(657)
Contour detection based on multilevel inhibition Yan Chao, Zhang Jianzhou(664)
Image retrieval method based on local projection and block LBP feature Zou Bin, Pan Zhibin, Hu Sen(671)

Image Understanding and Computer Vision

- Visual novelty driven incremental and autonomous visual learning algorithm Qu Xinyu, Yao Minghai, Gu Qinlong(678)
Target localization algorithm for cooperative multi-soccer robots based on Hough space
..... Xu Jiaming, Xie Lun, Wang Zhiliang, Ni Shanchao(687)

Computer Graphics

- Inner FOV stitching algorithm of spaceborne optical sensor based on the virtual CCD line
..... Zhang Guo, Liu Bin, Jiang Wangshou(696)

Special Issue of the IFIC' 2011

- Anti-collusion fingerprinting scheme capable of tracing pirate Li Xiaoqiang, Zhang Huang, Zhao Yangyang, Wang Jingjing(702)
Infrared face recognition using LBP and discrimination patterns Xie Zhihua, Wu Shiqian, Fang Zhijun(707)
Recognize and retrieval complex events in real movies Du Jixiang, Guo Yilan, Zhai Chuanmin(712)
Off-line signature verification based on combination of direction feature and grid feature Yang Danfeng, Lv Yue(717)
Stereo image quality assessment based on visual attention Zhang Yan, An Ping, Zhang Qiuwen, Zhang Zhaoyang(722)
Low overhead of heterogeneous data exchange Zhao Kai, Zhao Zhengde(726)
Flexible prediction structure for multi-view video coding Zhang Yan, Cai Canhui(730)
Cross-layer feedback based adaptive coding for wireless video transmission
..... Wang Yaozhong, Zheng Shibao, Zhang Chongyang, Liu Bo(736)

中图法分类号: TP391 文献标志码: A 文章编号: 1006-8961(2012)06-0619-11

论文引用格式: 李旭超. 图像统计模型参数估计中的期望最大值算法 [J]. 中国图象图形学报, 2012, 17(6): 619-629.

图像统计模型参数估计中的期望最大值算法

李旭超

徐州师范大学电气工程及自动化学院, 徐州 221116

摘要: 期望最大值算法是近年来图像统计模型参数估计技术领域的研究热点之一。在对期望最大值算法分析的基础上, 结合其在图像统计模型参数估计中的应用研究, 对改变标准期望最大值算法的3种方式进行比较分析。结合图像恢复、分割、目标跟踪以及与其他优化算法的融合应用, 从丢失数据集的选取、丢失数据集和不完全数据集统计模型的建立, 以及统计模型参数估计3个方面, 评述期望最大值算法优缺点。丢失数据的选取和不完全数据的描述形式直接决定期望最大值算法的结构和计算复杂度, 以致算法的成败。最后, 讨论期望最大值算法目前存在的问题及未来的发展方向, 指出其在具有丢失数据统计模型参数估计中广泛应用。

关键词: 期望最大值算法; 图像统计模型; 参数估计; 进化算法

Expectation maximization method for parameter estimation of image statistical model

Li Xuchao

College of Electrical Engineering and Automation, Xuzhou Normal University, Xuzhou 221116, China

Abstract: Expectation maximization (EM) algorithm for parameter estimation of image statistical model is one of the striking research fields in recent decades. Based on the analysis of the EM algorithm, combining the current application research in parameter estimation of image statistical model, analysis and comparison are conducted in terms of the three improvement schemes of standard EM algorithm. In this paper, integrating image restoration, segmentation, object tracking and the fusion of other evolution optimization algorithms, through three aspects, such as the selection of missing data sets, the statistical model establishments of missing and incomplete data sets, and parameter estimation of image statistical models, as well as the advantages and disadvantages of the corresponding EM algorithm are expounded. The structure and complexity of EM algorithm, so far as to success or failure, are directly determined by the selection of missing data and the expression form of incomplete data. In the end, challenges and possible trends are discussed, and extensive applications of EM algorithm to parameter estimation of statistical model with missing data are pointed out.

Key words: expectation maximization algorithm; image statistical model; parameter estimation; evolution algorithm

0 引言

在许多图像处理的应用研究中, 统计模型参数的准确估计对后续图像处理产生至关重要的影响,

根据建立统计模型的形式不同, 对模型参数的估计形式也将不同。目前对统计模型参数估计常用的方法主要有最大似然估计、最大后验概率估计、最大熵估计以及期望最大值算法等。最大似然估计适用于每类样本的分布函数已知, 函数的参数未知, 利用已

收稿日期: 2011-09-07; 修回日期: 2011-11-08

基金项目: 徐州师范大学2010年度自然科学基金项目(10XLR27)

第一作者简介: 李旭超(1974—), 男, 副教授, 2006年于浙江大学电气工程学院获控制理论与控制工程专业博士学位, 主要研究方向为图像处理在计算机视觉中的应用。E-mail: bsx7096@sohu.com

知的样本估计未知的参数,且每类样本不影响其他类参数的估计;最大后验概率估计适用于概率密度函数的参数服从某一分布的情形,常称为先验分布,利用贝叶斯准则,得出给定样本参数的最大后验概率估计。当参数的先验概率服从均匀分布时,最大后验概率估计演化为最大似然估计,当样本点趋向于无穷大时,最大后验概率估计渐进地逼近最大似然估计;熵的概念来源于香农的信息编码理论,它是对随机事件的一种度量方法,在图像处理中,往往是先验信息的概率密度函数未知,但却已知与其相关的约束条件,如某一区间内的积分或图像的局部统计分布等,利用这些信息将先验信息的求解问题转化为在给定约束条件下先验信息的最大熵估计。如果先验信息概率分布函数的参数已知,则最大熵估计得到的先验信息模型服从均匀分布,如果先验信息模型的参数均值和方差未知,则最大熵估计得到的先验信息模型服从高斯分布;期望最大值算法适用于先验信息模型和样本统计信息模型的分布及参数都是未知的情况,这种参数估计算法更具有普适性。期望最大值算法是根据样本引入丢失数据集,利用先验信息模型刻画丢失数据集,然后计算由样本和丢失数据集组成完全数据集概率密度函数的数学期望,得到丢失数据集的后验分布,进而求得模型参数的最大估计值。此算法解决了非线性概率密度函数与未知参数的耦合估计问题,在参数迭代估计过程中增加似然函数的值,算法收敛平稳,计算性能比牛顿迭代搜索算法更有效,无需计算复杂海森矩阵,目前备受关注,在图像统计模型参数估计中得到了广泛应用。

基于迭代参数估计的期望最大值算法有以下几个鲜明的特点:1)算法的迭代是建立在完全数据集基础上的;2)迭代估计的是丢失数据集与不完全数据集的参数;3)丢失数据集的选取具有多样性;4)完全数据集与不完全数据集之间满足多对一的映射关系;5)参数的估计精度受初始值的影响,算法容易收敛到局部极值;6)丢失数据集的选取关系到能否有效地构建期望最大值算法,算法的成败依赖于对具体问题的认识和相关技术掌握的深度。

1 期望最大值算法基本理论

1.1 期望最大值算法

期望最大值算法(EM)是一种迭代算法^[1],由

Dempster 于 1977 年首次提出,已在图像处理、数据拟合、目标跟踪等领域得到广泛应用。算法将观测到的数据称为“不完全数据”,在观测数据的基础上添加一些“潜在数据”,也称为“丢失数据”,由“不完全数据”与“丢失数据”组成“完全数据”。由此形成了不完全数据集、完全数据集和丢失数据集 3 个样本空间,从完全数据集到不完全数据集满足多对一的映射关系,使得丢失数据集的选择具有多样性。这就产生了两个问题:1)如何根据不完全数据集引入丢失数据集,丢失数据集对参数的估计精度以及算法的收敛性有何影响;2)期望最大值算法的期望步是根据完全数据集来进行计算的,而完全数据集包含引入的丢失数据集,因此,丢失数据集选择的多样性将影响期望最大值算法的表现形式和复杂度。

1.2 期望最大值算法的基本步骤

期望最大值算法主要由两步组成,期望步与最大步,在迭代计算过程中,增加完全数据的似然函数值,使其收敛到一个局部或全局最优解,获得模型参数的最大似然估计。假设 y 是不完全数据, z 是丢失数据, x 是完全数据集,则 $x = (y, z)$,令完全数据集的模型参数为 θ ,期望最大值算法的表达形式为:

期望步(E步) 在给定不完全数据和模型参数条件下,计算完全数据的数学期望

$$\Phi(\theta | \theta^{(n)}) = E_z[\ln f(y, z) | y, \theta^{(n)}] = \int_z \ln[f(y, z) | y, \theta^{(n)}] \cdot f(z | \theta^{(n)}) dz \quad (1)$$

最大步(M步) 重估模型参数

$$\hat{\theta}^{(n+1)} = \operatorname{argmax}_{\theta} \Phi(\theta | \theta^{(n)}) \quad (2)$$

迭代上述 E 步和 M 步,直到 $\|\theta^{(n+1)} - \theta^{(n)}\| \leq \varepsilon$ 或 $\|\Phi(\theta | \theta^{(n+1)}) - \Phi(\theta | \theta^{(n)})\| \leq \varepsilon$ 为止。

1.3 期望最大值算法的优点与缺点

期望最大值算法充分挖掘不完全数据集的信息,使得引入的丢失数据集有利于不完全数据集的处理,在算法的迭代过程中增加完全数据的似然值。其具有以下几方面的优点:1)从表达式(1)可知,期望最大值算法倾向于获得不完全数据集的最大似然函数,尽量将丢失数据集边缘化(对丢失数据集进行积分),从而降低丢失数据对完全数据集似然函数值的影响,而且使得完全数据集的似然函数比不完全数据集的似然函数值更大;2)完全数据集分布的逼近函数选择具有多样性,如利用概率分布函数、时间序列分析的方法、隐马尔

可夫模型等;3)由于丢失数据集的选择具有多样性,因此逼近丢失数据的形式也具有多样性,这使得对于不完全数据集的处理也具有多样性;4)迭代计算E步和M步使完全数据集的似然函数值单调递增,保证期望最大值算法的收敛性。但其具有如下缺点:1)从算法的迭代过程来看,由于迭代过程依赖于初始条件,不同的初始条件可能导致不同的收敛结果,最终拟合结果是初始条件的确定函数,参数估计不具有鲁棒性,所以在使用时,必须仔细地选择初始值;2)从李亚普诺夫稳定性理论上来说,期望最大值算法具有局部渐进稳定性,但在大范围内不是一致渐进稳定的,这取决于完全数据集的分布形式;3)由于期望最大值算法是从完全数据的整体分布来逼近的,没有考虑数据的局部分布信息,因此,算法不具有空间局部约束能力;4)算法是否收敛依靠前后两次参数估计的差值或完全数据集的似然函数之差来判断,算法的收敛依赖于参数估计的准确性,若参数的估计值是局部最优解,将导致算法提前收敛,不能准确地逼近完全数据集的分布形式;5)由于引入了丢失数据集,丢失数据集对模型参数估计精度有何影响,算法无法体现,从而导致丢失数据集的选择具有随意性,目前这方面还没有进行充分地研究,没有现成的理论作指导;6)期望最大值算法将参数和状态的估计耦合在一起,即在参数估计时需要知道状态的估计值,而在状态估计时需要知道参数的估计值,使得参数的估计值与状态的估计值相互影响,若参数估计得到局部最优解,则状态将不能准确地逼近完全数据集的统计分布;7)丢失数据集的选择是否合理,是否包含了所研究问题的必要信息,只能从最终不完全数据集的处理结果来体现,具有一定的盲目性。

2 基于标准期望最大值算法的改进

EM算法由E步和M步组成,二者交替迭代增加完全数据似然函数的值,直到参数或似然函数的差值收敛到某一数值为止。从算法的结构上看,从下面3个方面对标准EM算法进行改进。

2.1 改变标准EM算法的E步

从式(1)可知,EM算法的E步对丢失数据集进行积分获得丢失数据集后验概率的显式表示,得到完全数据集模型参数更新的确切表达式。如用有限

高斯混合模型逼近图像的统计分布,在E步计算出权重后验概率的确切表达式,使得在M步获得权重、均值和方差3个参数更新表达式。但在实际应用中,E步很难计算出丢失数据后验概率的封闭解,因此,常常采用数值采样的方法来进行近似计算。如蒙特卡罗EM算法^[2],这种算法不是直接计算式(1),而是通过采样的方法来近似计算,将E步分为E1和E2两步,E1步是在给定不完全数据和待估参数的条件下,对丢失数据集的条件概率密度进行抽样;E2步是将抽样的数据与不完全数据组成新的完全数据,然后用新的完全数据集似然函数的平均值逼近式(1)。这种方法的难点是在E1步对抽取样本个数的选择,从E2步逼近式(1)的角度来说,抽取的样本越大越好,但这可能导致M步极大化复杂度相应地增加;从计算复杂性的角度来说,样本点越少越好,但这可能导致逼近精度下降,使M步估计性能变差。从理论上来说,E2步抽取的样本若满足柯西列,且是列紧的,则抽取的样本能准确地反映原本的统计特征。目前,对E1步样本点的选取还没有非常有效的方法,常常利用试凑法来进行。

2.2 改变标准EM算法的M步

从式(2)可知,算法使模型参数更新表达式极大化,然而在实际应用中,往往不能得到模型参数极大化的解析解,从而使模型参数更新受到限制。文献[3-4]将标准EM算的M步进行了改进,表达式为

E步

$$\Phi(\theta^{(n+1)} | \theta^{(n)}, y) > \Phi(\theta^{(n)} | \theta^{(n)}, y) \quad (3)$$

由式(1)(3)组成新的期望最大值算法,即通用EM算法。算法将式(2)的极大化条件进行了弱化,不要求参数的估计在每次迭代都是最优的,只须保证在算法的迭代过程中增加完全数据的似然函数值,但通用EM算法的收敛速度比标准EM算法收敛速度慢。由式(2)可知,标准EM算法的M步在估计模型参数时,没有考虑先估计出的参数对后估计参数性能的影响,而是将所有的参数同时估计出。文献[5]对此进行了改进,将M步参数的最大化分为K步进行,K为待估参数 θ 的维数。具体步骤为:首先将多维参数中的一个参数进行最大化,然后将其作为已知条件,再估计第2个参数,再将第2个和第1个参数作为已知条件,估计第3个参数,依次类推,直至估计出多维参数中的最后一个参数,完成对所有参数的最大化过

程。这种算法保留了标准 EM 算法的稳定性和简便性,充分利用极大化过程中的每一个参数,称为期望条件最大值(ECM)算法,但此算法比标准 EM 算法达到稳定所耗费的时间要长。

2.3 对标准 EM 算法施加约束条件使 E 步和 M 步的表达形式同时改变

从式(1)可知,在 E 步计算完全数据条件概率的数学期望时,没对丢失数据集、完全数据集的概率分布函数施加任何条件限制,因此,算法不具有空间局部约束的能力。为克服此算法的缺点,文献[6]利用局部直方图作为不完全数据集的约束条件,在 E 步,利用变分方法推导出具有温度指数的丢失数据集最大后验概率表达式,将其代入标准 EM 算法的 M 步,得到具有温度指数的模型参数更新表达式,此算法称为确定退火的 EM(DAEM)算法。从 AIC 曲线可知,DAEM 算法获得比标准 EM 算法更大和更稳定的似然值,表明模型参数更能体现图像数据的统计分布。从 MRI 图像的分割结果来看,DAEM 算法明显减少组织误分类的现象,且区域轮廓清晰;用标准 EM 算法分割 MRI 图像时,区域的边界模糊,表明组织间误分类现象严重。文献[7]提出一种 EMass 算法,这种算法用完全数据集的熵作为约束条件,在 E 步,将完全数据条件概率问题转化为具有约束条件的拉格朗日极值问题,得到指数形式的丢失数据后验概率表达式,指数是样本点到不完全数据概率分布函数的距离,后验概率的大小由样本与聚类中心概率距离的加权和决定,能准确地刻画丢失数据集的本质特征。将 E 步得到丢失数据集的后验概率代入 M 步,得到模型参数更新表达式。将 EMass 算法应用于图像检索,取得了比标准 EM 算法更准的匹配效果。此外,EMass 算法得到了比标准 EM 算法更大的似然值,且算法具有全局寻优的特点,克服 EM 算法对初始值敏感和容易陷入局部极值的弱点。

概括来说,改变标准 EM 算法的 E 步,将使 M 步的参数更新表达式发生变化。常用的改变标准 EM 算法的方法主要有引入局部约束条件,采用逼近的方法,使得 E 步计算丢失数据的后验概率表达式得以进行,因此,E 步是算法的核心问题,其决定 M 步表达式的形式,而 M 步的计算可以结合近代优化理论来寻求模型参数的最优值,但是优化搜索算法如何有效地与 EM 算法结合是一个值得研究的课题。

3 EM 算法在图像处理中的应用

从 EM 算法的式(1)可知,在计算丢失数据集后验概率前,必须先引入合理的丢失数据集,然后选择适当的函数逼近完全数据的统计分布,将模型参数估计问题转化为不完全数据处理问题。为加深对 EM 算法理论的理解,下面结合图像恢复、分割、目标跟踪以及与其他技术的融合应用,从丢失数据集的选取、丢失数据集和不完全数据集统计模型的建立、EM 算法的实现以及克服局部极值的方法等方面,阐述 EM 算法在图像统计模型参数估计中的应用。

3.1 EM 算法在图像恢复中的应用

文献[8]提出一种基于小波域收缩因子的统计模型图像降噪方法。算法根据小波系数的边缘检测特性,用高斯分布函数描述每个小波系数的统计分布,不完全数据小波系数的统计分布用有限高斯混合模型描述。为体现小波系数幅值的持续特性,尺度间小波系数的关系用一阶马尔可夫状态转移概率来描述,完全数据集的分布用隐马尔可夫模型来描述。最终将图像降噪问题转化为利用标准 EM 算法估计隐马尔可夫模型的参数。这种方法的优点是统计模型能准确地描述小波系数尺度间、尺度内的依赖关系,将其应用于 Lena 图像进行降噪,降噪误差明显小于 SureShrink 和贝叶斯方法^[9-10],表明统计模型的参数能准确地体现图像特征。由于每个不完全数据引入两个丢失数据,且尺度间每个小波系数的丢失数据形成 2 维矩阵,因此,EM 算法估计模型参数较复杂。此外,算法不能体现丢失数据对模型参数估计的影响,以及参数的估计精度是否接近 Cramer-Rao 下限。文献[11]假设原始信号的方差已知,均值为零,不完全数据服从 t 分布,利用 t 分布的自由度和信号的方差之比构造丢失数据集,将其应用于图像降噪,取得了比小波工具箱降噪方法更高的信噪比。这种方法的创新点是利用 t 分布逼近图像具有重拖尾的非高斯特性,利用已知信号的统计特征构造丢失数据集,将图像降噪问题转化为丢失数据处理问题,同时构造的丢失数据集减少模型参数估计的个数,降低 EM 算法复杂度,具有一定的新颖性。文献[12]提出两种 EM 算法估计统计模型参数的降噪方法。将观测图像看做是不完全数据集,没被噪声污染的理想图像看做是丢失数据集,将

降噪问题转化为如何根据观测图像获得理想的图像。为降低EM算法对模型参数估计的复杂度,方法1用具有局部方差的有限拉普拉斯混合分布逼近不完全数据的统计分布,依次使用 3×3 局部窗口作为像素的约束条件,丢失数据的个数等于窗口的尺寸,这种方法对每个像素分别用EM算法,每次只对一个像素混合模型的参数进行估计和更新,算法应用于图像降噪能明显地提高图像的信噪比,但计算量较大,图像信噪比每提高0.1 dB,计算量将增加十倍。方法2是在方法1的基础上提出的,首先利用方法1构造两个加权因子,然后在M步更新混合模型的权重、均值和方差的估计值。方法2的特点是E步的构造较简单,同时使M步的参数更新变得容易处理,但计算复杂度明显增加。文献[4]提出一种基于EM算法的小波域图像恢复方法。在此算法中,利用丢失数据引入线性矩阵变换,在E步中,为利用傅里叶变换对参数进行估计,通过正交小波变换引入新的丢失数据集,为突出图像的平滑性,在完全数据的似然函数中,增加丢失数据正则项。在M步中,对上述似然函数进行参数极大化,得到基于小波域的图像恢复表达式。这种方法的特点是利用小波变换引入丢失数据,利用傅里叶变换在E步构造完全数据的似然函数。为克服EM算法容易收敛到局部极值的局限,将维纳滤波器对图像进行滤波的结果作为EM算法的初始值。同时文献[4]探讨了丢失数据集对参数估计精度的影响,若丢失数据集惩罚函数是凸函数且丢失数据的矩阵是可逆的,则丢失数据集对参数的估计精度没有影响,且保证算法收敛到全局最优解。在M步,对去噪准则进行了泛化,根据丢失数据集的不同惩罚项,推导出不同的去噪准则,如文献[13-15]的降噪方法是文献[4]的特殊情况。

概括来说,在图像恢复的统计模型参数估计中,EM算法引入丢失数据主要有3种方式:1)在变换域中引入,如傅里叶变换和小波变换,这种方法充分挖掘变换域的结构和统计等特征;2)通过显式方式引入,这种方法充分挖掘不完全数据的相关信息,如信号的谱密度、均值和方差等;3)通过隐式方式引入,如在已知方法的基础上引入新的丢失数据,使新引入的丢失数据是已有丢失数据的隐函数,但此方法的复杂度明显增加。

3.2 EM算法在图像分割中的应用

文献[16]提出一种基于EM算法的最大后验边

缘概率(MPM)纹理图像分割算法,此算法将图像分割分为参数估计步和分割步。在参数估计步,将观测图像作为不完全数据集,利用有限混合条件概率密度函数描述不完全数据集的统计分布。利用EM算法估计混合模型的参数;在分割步,将标号作为丢失数据,用马尔可夫随机场模型描述其统计分布,利用MPM算法得到标号的最佳估计。MPM算法不同于最大后验概率算法,它是以最小期望像素的误分类误差作为分割准则。将EM算法估计得到的模型参数作为分割步的初始值,分割步与参数估计步迭代计算完成对图像的分割。文献[17]提出一种小波域纹理图像分割算法,此算法用Potts模型描述尺度间、尺度内小波域丢失数据标号的概率统计分布,用高斯马尔可夫随机场模型描述小波域不完全数据集的统计分布,在E步求完全数据集的条件数学期望,由于丢失数据集的概率分布函数较复杂,因此用均值场逼近丢失数据集标号场的后验概率,在M步,将E步得到的后验概率取代用经典EM算法得到的后验概率,然后对参数进行更新,如此反复迭代,得到参数估计的最优解,根据最大后验概率准则完成对图像的分割过程,将其应用于纹理图像分割,能将图像的3种纹理准确地分开,这是由于丢失数据集的概率分布函数的准确估计能体现尺度内小波系数的聚集特性和尺度间小波系数的持续特性。在图像分割中,文献[18]采用一阶马尔可夫随机场模型描述丢失数据的统计分布。分别采用高斯概率分布函数、高斯自回归模型和吉布斯分布来描述不完全数据集的统计分布。由于对不完全数据集采用不同的分布函数来逼近,在用EM算法对模型参数估计时也将有不同的表现形式,当采用高斯概率分布函数描述时,在E步得到丢失数据标号的解析表达式,因此M步模型参数更新表达式也就相对简单;当采用高斯自回归模型描述完全数据统计分布时,在E步不能得到标号场后验概率的解析表达式,只好采用随机逼近的方法来计算,目前比较有效的方法是采用蒙特卡罗技术逼近标号场的后验概率,但由于蒙特卡罗技术每次迭代都需要重新采样,计算量较大,文献[18]对此进行了改进,采用均值场进行逼近,使得计算量大大降低;当采用吉布斯分布逼近不完全数据集的统计分布时,在E步利用局部近似的方法逼近标号场的后验概率分布,在M步,利用贝叶斯准则,忽略吉布斯分母中归一化函数的影响,将标号场的最大后验概率问题转化为最小能量

函数问题。上述 3 种方法的共性是,根据不完全数据集的分布形式,灵活地改变 E 步计算丢失数据集后验概率的方法,保证 EM 算法在每次迭代过程中都增加完全数据的似然函数值,在 E 步简化计算丢失数据集后验概率的表达形式,从而使 M 步模型参数的更新变得简单。文献[19]提出一种空、时视频模型的目标分割算法,算法对不完全数据集采用高斯混合模型来描述,但是此高斯混合模型和静止图像采用的高斯混合模型有本质的不同,此算法将待分割的视频分为感兴趣的目标和小物体或者噪声两个不完全数据集,都用高斯混合模型来描述,每一帧不完全数据集的统计分布由二者之积来决定。在用 EM 算法估计模型参数时,由于不完全数据集的形式发生了变化,因此在 E 步需要分别计算完全数据条件概率的数学期望,这说明不完全数据集的分布函数直接影响 E 步的计算结果。文献[20]采用韦伯分布描述不完全数据集的统计分布,用 EM 算法估计模型的参数,应用于分割模拟与真实的雷达图像,取得了目标分割准确和边界平滑的特点。文献[21]提出一种复小波域隐马尔可夫模型纹理图像分割算法,对每个像素引入两个丢失数据,分别表示图像的边缘和平稳区域,然后用有限瑞利混合分布逼近不完全数据小波系数的统计分布,完全数据集统计分布用隐马尔可夫模型来描述,尺度间丢失数据集小波系数的标号用先验概率模型来描述,然后用 EM 算法估计模型的参数,将其应用于纹理图像分割取得了比基于有限高斯混合模型和最大似然估计方法更小的分割误差,这是由于用有限瑞利混合分布更能逼近不完全数据小波系数的统计分布,在对丢失数据集的处理上,引入两个丢失数据集,状态丢失数据集反映尺度内小波系数的聚集特性,标号丢失数据集反映尺度间小波系数幅值的持续特性,因此丢失数据集的有效处理有助于体现不完全数据集的特征。文献[22]提出一种多分辨率模糊均值聚类的图像分割算法。算法用有限高斯混合模型逼近不完全数据集的统计分布,用尺度间和尺度内马尔可夫随机场描述丢失数据的统计分布,为增强空间局部约束力,体现小波系数的聚集特性,在进行模型参数更新时,没有直接采用 EM 算法,而是在 E 步采用局部直方图的熵作为不完全数据的约束条件,将模型参数估计问题转化为拉格朗日极值问题,推导出标号场后验概率的表达形式,此表达式明显不同于标准 EM 算法的后验概率表达式,多了一个类

似模拟退火的温度常数,从而引起 M 步模型参数更新表达式发生改变。当温度常数等于 1 时,变为标准 EM 算法;当温度常数趋于无穷大时,后验概率表达式服从均匀分布。将其应用于核磁共振图像分割,组织间误分类误差明显减少,且区域的边界比较平滑。由于采用了局部熵作为不完全数据的约束条件,算法对初始值不敏感,组织分割结果具有较好的鲁棒性。文献[23]将待分割的区域数作为丢失数据集,用吉布斯分布逼近丢失数据集的统计分布,用自回归函数逼近不完全数据集的统计分布,由于待分割图像的区域数未知,因此这是一个非监督图像分割问题,更符合实际应用。文献[23]首先假定区域数的上限已知,利用 EM 算法的 E 步计算丢失数据集的后验概率,在 M 步,不是直接进行模型参数的更新,而是增加 S 步,利用经验概率的频数估计丢失数据的先验概率,如果丢失数据集的先验概率小于设定的阈值,则将区域数减 1,然后再利用 M 步更新模型的参数,最后重新利用 E 步计算丢失数据的后验概率,如此反复,直到计算出最优的标号数和模型参数为止。这种方法在 E 步与 M 步中间增加了 S 步,称为随机期望最大值算法,这种算法不但能准确地估计出模型的最优参数,而且能准确地估计出区域的数量,在遥感和纹理图像非监督分割中表现出良好的应用前景。文献[24]提出一种基于正交基的非监督贝叶斯图像分割算法。将未知的区域数及其标号作为丢失数据集,用经验概率的频数逼近其统计分布,构造三角函数基的线性组合逼近不完全数据集的统计分布,用有限混合模型逼近每个不完全数据集的统计分布,应用随机 EM 算法完成区域数和三角函数基系数的确定。将其应用于分割道路视频图像和标准 Boat 图像,取得了比用高斯函数逼近不完全数据集的统计分布更准确的分割结果。这是由于使用三角函数基的线性组合逼近不完全数据集,符合图像的随机特性,因而能准确地描述图像的统计特征。

概括来说,已有的研究成果主要是利用有限混合概率分布函数逼近不完全数据集的统计分布,尽管在某类图像分割中表现出良好的性能,但这些方法的根本缺点是试图在某一抽象空间中寻求不完全数据集的最佳逼近。然而在实际应用中,图像是非平稳的,某一抽象空间很难对图像进行完备表述。从空间坐标基的角度来说,只有完备的抽象空间才能准确地体现不完全数据集的非平稳特性。也就是

说,对不同的图像区域,寻求不同的紧嵌入空间是描述图像非平稳特性的有效途径,也是目前图像分割研究的主要发展方向,但如何将EM算法与紧嵌入空间有机地结合,准确地估计统计模型的参数是个难点。

3.3 EM算法在目标跟踪中的应用

在静止图像分割中,描述区域统计分布的混合模型参数是固定的。而在目标跟踪系统中,不完全数据每时每刻都发生变化,因此描述目标混合模型的参数也必须实时地变化。由于目标跟踪对实时性要求较高,而EM算法估计统计混合模型参数比较耗时,这就造成目标实时跟踪与模型参数估计耗时这一固有矛盾。此外,若相邻两帧目标相差较大,如目标变形或被遮挡,则EM算法估计出上一帧统计模型参数的估计值作为下一帧跟踪目标的初始化参数,有可能导致EM算法收敛到局部极值,导致跟踪失败,这是由于上一帧统计模型参数根本不能描述下一帧被跟踪的对象。文献[25]提出一种在线EM卡尔曼目标跟踪算法,将被跟踪的目标作为不完全数据,用有限动态高斯混合模型来描述,在跟踪过程中,用在线EM算法更新高斯混合模型的参数,算法仅仅更新模型参数的差值,若相邻两帧目标变化较小,则模型参数几乎不进行改变,从而解决EM算法耗时问题。在处理每帧EM算法的初始化问题时,用卡尔曼滤波器预测被跟踪目标的位置、形状和方向,将得到的预测目标作为下一帧EM算法的初始值,这种方法有效地解决EM算法的初始化问题,且加速了EM算法收敛,对目标跟踪体现了较好的鲁棒性。文献[26]提出一种基于隐马尔可夫模型的车辆跟踪系统。为描述被跟踪的车辆,引入目标、阴影和背景3个丢失数据集作为状态,目标采用均匀分布描述其统计分布,阴影和背景采用高斯模型描述其统计分布,丢失数据状态之间的转移关系概率用一阶马尔可夫模型来描述,将观测视频作为不完全数据,用隐马尔可夫模型描述完全数据集的统计分布,形成了具有观测信息和丢失信息的不完全数据处理问题,利用EM算法实时估计模型的参数,从而完成对跟踪目标状态的更新过程。文献[27]提出一种实时车辆跟踪系统。引入标号作为丢失数据集,用自回归模型描述其统计分布,将目标的状态作为观测值,根据最大后验概率准则获得标号的最大后验概率,从而完成对目标的跟踪。这种方法能有效地跟踪运行中的车辆,剔除阴影对车辆跟踪造成

的不利影响。文献[28]提出一种自适应高斯混合模型的目标跟踪算法。在此算法中,选取2维(R, G)彩色信息作为不完全数据集,有限高斯混合模型描述被跟踪目标变化的统计分布,然后利用EM算法估计有限高斯混合模型的参数。由于相邻两帧被跟踪目标的特征变化很小,因此描述其统计分布的参数变化也很小。为满足目标跟踪的实时性要求,将标准EM算法改写成增量式EM算法,即在EM算法模型参数更新中,仅仅更新前后两帧参数变化的差值,这符合前后两帧跟踪目标统计模型参数变化较小的特点。同时根据差值可以自适应地判断是否增加或减少分布函数的数量,即动态增加或减少丢失数据集,进而决定是否增加或减少被跟踪的目标,从而将模型参数估计问题转化为目标自适应的分类问题。在目标跟踪中,由于阴影、光照和视角的变化,用灰度或边缘等不完全数据难以描述被跟踪目标的特征,为增强跟踪算法的鲁棒性,克服光照和边缘对跟踪目标造成的不利影响,文献[29]将纹理特征和3维(R, G, B)彩色信息作为不完全数据,利用有限高斯混合模型描述其统计分布,利用EM算法估计统计模型的参数。然后利用估计出的参数构造能量函数,根据前后两帧能量函数的差值确定跟踪的目标,这种算法对光照的变化具有较强的鲁棒性。文献[30]将目标跟踪问题表述为图像理解问题,将像素的灰度作为不完全数据集,用有限高斯混合模型来逼近其统计特性,将目标和背景作为丢失数据集,考虑丢失数据的空间和时间特性,用加权的空、时马尔可夫随机场描述丢失数据集的统计分布。在E步,根据完全数据集似然函数的数学期望值确定统计模型的能量函数;在M步,采用迭代条件模式优化算法^[31]得到模型参数的估计值,将此估计值作为下一帧模型参数估计的初始值,即E步能量函数的初始值,完成对丢失数据集后验能量函数的校正,在M步完成对模型参数的更新,如此反复,使E步和M步形成模型参数校正和更新互反馈系统,增强跟踪系统的稳定性,此算法在低照度目标跟踪环境下表现出较好的跟踪性能。文献[32]提出一种时变参数多目标递归EM牛顿跟踪算法。算法首先给出不完全数据集与完全数据集的函数关系,分别用概率分布函数描述其统计分布,然后对丢失数据集和完全数据集的分布函数分别求一阶和二阶导数得到了分数向量和Fisher信息矩阵,利用分数向量、Fisher信息矩阵和Titterington常数^[33]构造参数递

归 EM 牛顿迭代更新算法,这种算法本质上是一种随机逼近 EM 算法,在雷达目标跟踪应用中表现出良好的应用前景。算法将目标跟踪问题描述为不完全数据处理问题,利用完全数据集和丢失数据集的分布函数构造牛顿迭代更新算法,算法充分利用有限时间内目标参数变化很小的特点,构造相邻帧参数递归表达式,因此算法的实时性较强。

概括来说,在目标跟踪统计模型参数估计中,目标每时每刻都在变化,为使目标描述具有鲁棒性,常引入多种特征描述不完全数据的统计特性,造成参数估计复杂度增加,制约 EM 算法在目标跟踪系统中的应用。为摆脱 EM 算法耗时和目标跟踪实时性这一固有矛盾,目标预测与 EM 算法有机结合是目前的主要发展方向。

3.4 EM 算法与其他技术的结合克服局部极值

3.4.1 EM 算法与局部约束的结合

文献[34]提出一种改进的 EM 算法,在 E 步计算丢失数据集的后验概率时,引入局部直方图作为约束条件,从而使 M 步参数的更新也受局部直方图的约束,得到模型参数的最优估计,将其应用于 MRI 图像分割,能将脑灰质、脑白质和脑脊液准确分开,组织间几乎没有误分类的现象,这说明局部直方图的限制有利于参数的最优估计,算法克服了经典 EM 算法容易造成组织欠分割的现象。从稳定性角度来说,这种方法引入的限制条件是一个李亚普诺夫函数,因此算法具有局部渐进稳定性,在分割主要由平稳区域组成的图像时,算法表现出良好的鲁棒性,算法对初始值不敏感。然而在实际应用中,图像由许多非平稳区域组成,此算法应用受到限制。

为了能准确地刻画图像的非平稳特性,文献[35]提出一种多分辨率扩散期望最大值图像分割算法。此算法在 EM 算法中插入各向异性的扩散函数作为空间局部约束条件,将 E 步的后验概率函数利用各向异性扩散函数来表示,最终改变 M 步模型参数更新表达式的形式,将其应用于分割非平稳的 CT 图像和 X 射线放射图像,图像分割的边缘定位比标准的 EM 算法更准确,且取得了比标准 EM 算法更大的似然值,算法对初值不敏感,但算法的复杂度明显增加。从稳定性角度来说,引入的各向异性扩散函数是一个全局李亚普诺夫函数,因此算法具有全局渐进稳定性。

概括来说,引入局部李亚普诺夫函数作为约束条件,有利于分割平稳图像;引入全局李亚普诺夫函

数作为约束条件,有利于分割非平稳图像。但对于大多数图像来说,如何确定约束条件的权重是个难点,目前还没有相关的研究。

3.4.2 EM 算法与进化优化算法的结合

期望最大值算法不具有空间局部约束能力,而图像的统计分布往往呈现多峰的特性,因此算法对初始值敏感,容易陷入局部极值。虽然模拟退火算法^[36]和遗传算法具有全局寻优能力^[37],但算法比较耗时。为克服期望最大值算法的缺点,文献[38]提出一种禁忌搜索算法(TS)与 EM 算法相结合的 TS-EM 图像分割算法。禁忌搜索算法由 Glover 于 1986 年提出,是一种启发式全局随机进化优化算法^[39],已在组合优化、最优控制和模式识别等领域得到广泛应用。TS 算法本质上是一种带有记忆的梯度下降搜索算法,其主要思想是采用禁忌技术,用一个禁忌表标记已经检查过的局部最优解,在下次搜索中,它们将成为选取下一个解的禁忌点,根据禁忌长度和藐视准则(aspiration criterion)获得全局最优解。利用 Tabu 搜索算法计算不完全数据概率分布函数的极值,当某一局部最优解与估计的最优解的距离小于某个范围时,终止搜索。由于这种算法具有全局寻优能力,对初始值不敏感,能克服 EM 算法对初始值敏感和对图像容易造成欠分割的弱点,在对噪声污染合成的模拟图像分割中,算法表现出很好的鲁棒性。

文献[40]提出一种粒子群优化(PSO)与 EM 算法相结合的 PSO-EM 算法。PSO 算法由 Kennedy 和 Eberhart 于 1995 年在国际神经网络学术会议首次提出^[41],它是一种基于群体智能的全局随机搜索算法。在 PSO-EM 算法估计统计图像模型参数的过程中,首先利用 PSO 算法在搜索空间随机产生有限个粒子,将待确定的图像统计模型与不完全数据统计直方图之差作为被优化的目标函数,将种群分为最优化种群和进化种群。利用 PSO 算法获得最优粒子的先验概率,根据贝叶斯准则,在 EM 算法的 E 步得到最优粒子的后验概率分布,在 M 步完成最优粒子的更新过程;对于进化种群,应用 PSO 算法更新粒子的速度和位置,然后重复上面的步骤直到得到参数估计的最优解。将观测到的印刷电路板和芯片图像作为不完全数据,用有限高斯混合模型逼近其统计分布,根据优化的目标函数,采用 PSO-EM 算法优化有限高斯混合模型的参数。从逼近目标函数的结果来看,PSO-EM 算法比文献[42]用 PSO 算法估

计有限混合模型产生更小的拟合误差。这是由于 PSO-EM 算法具有全局寻优的特性,克服 EM 算法估计参数容易陷入局部极值的不足。

文献[43]用有限通用高斯(GGD)混合模型逼近不完全数据 Lena 等图像的统计分布,用 PSO-EM 算法估计有限 GGD 混合模型的参数,取得了比文献[40]用有限高斯混合模型逼近图像统计分布更小的拟合误差,说明参数估计较准确。这是由于用有限 GGD 混合分布比用高斯混合模型逼近不完全数据的统计分布更准确。当 GGD 混合模型的形状参数值为 2 时,有限 GGD 混合分布变为高斯混合分布^[44],因此文献[40]是文献[43]的应用特例。

概括来说,EM 算法与进化优化算法的结合能克服 EM 算法容易陷入局部极值的不足,但进化优化算法种群的确定是个难点,种群的选取直接决定 EM 算法收敛的成败,此外,种群的大小对参数估计精度有何影响也是一个有待研究的课题。

4 期望最大值算法的发展方向

传统的统计模型参数估计方法是建立在已知样本基础上的,而期望最大值算法不但利用已知样本的信息,而且充分挖掘样本的潜在特征,根据研究对象,灵活地引入丢失数据集,近 20 年来,引起学术界的广泛关注。目前,期望最大值算法在模式识别、计算机视觉和自动控制等领域得到了广泛应用。尽管如此,期望最大值算法在实际应用中还有许多待完善的地方。

4.1 EM 算法存在的问题

1) 在给定初始参数和不完全数据的条件下,EM 算法计算完全数据条件概率的数学期望,参数的最终解与初始条件密切相关,若参数的初始条件选择不当,最终导致陷入局部极值,这给统计模型参数的准确估计造成十分不利的影响,进而影响对后续图像的处理。

2) 目前,往往将像素的标号或者引入有限个状态作为丢失数据集,丢失数据集的选取相对单一。如何根据被研究对象的特征,引入具有明确物理意义的某些特征作为丢失数据集,是目前 EM 算法面临发展的主要瓶颈^[45]。一方面引入的丢失数据集有利于对研究对象的处理,另一方面,引入的丢失数据集有利于 EM 算法的构建。

3) EM 算法尽管有完美的结构,但 E 步往往不

能得到丢失数据后验概率的解析解,常用逼近的方法来近似求解^[46],算法很耗时,往往应用于静止图像分割,但在目标跟踪和实时控制等实时性要求较高的场合,算法将失效。因此,根据研究对象的不同引入适当的丢失数据集,得到丢失数据后验概率的解析解,保证算法的实时性是个难点,目前没有相关的理论作指导。

4.2 EM 算法的发展方向

1) 丢失数据集是连接不完全数据集与完全数据集的纽带,直接影响完全数据集的分布形式,选取原则是充分挖掘不完全数据集的结构和统计等相关信息。目前,丢失数据的选取处于发展阶段,没有现成的理论作指导。已有的研究主要是利用像素标号、图像的边缘和纹理等简单形式作为丢失数据集。如何构建丢失数据集与不完全数据集之间的函数关系值得研究,一方面,这个函数要充分挖掘不完全数据集的信息;另一方面,这个函数要有利于 EM 算法的构建和参数的最优估计。

2) 在 EM 算法的构建上,E 步的处理很关键,直接影响 M 步表达式的形式和复杂度。由于 E 步计算丢失数据集的后验概率往往得不到显示表达式,目前发展起来的均值场逼近技术与蒙特卡罗随机模拟逼近技术值得关注,但样本点的选取依旧是个难点,这依赖于随机逼近理论的发展。

3) EM 算法与近代优化算法的结合是值得注意的一个研究方向^[47]。但目前进化优化搜索算法仅仅是对 EM 算法的初始值选取进行优化,如何将近代优化算法与 EM 算法有机地结合是一个值得探索的问题。因为近代优化算法需要搜索空间,搜索空间的选取直接影响到 EM 算法估计完全数据的似然值、算法的收敛速度和复杂度。

5 结语

EM 算法的应用领域很广,算法构建相当灵活,引入的丢失数据集可以充分挖掘被研究对象的潜在特征,根据完全数据集条件概率的数学期望,利用随机模拟逼近技术、蒙特卡罗技术或具体解析表达式计算丢失数据的后验概率,与近代优化算法的有机结合克服其解容易收敛到局部极值的不足。尽管 EM 算法在图像统计模型参数估计中得到了广泛应用,但根据图像的特征引入合适的丢失数据集、合理构建丢失数据集与算法的拓扑关系以及参数估计的

最优化等问题都随着模式识别、信息论、随机逼近理论和算法优化设计理论的发展而发展。随着上述理论的发展和 EM 算法应用的推广,EM 算法的许多理论问题有待进一步研究。

参考文献 (References)

- [1] Dempster A P, Lard N M, Rubin D B. Maximum likelihood from incomplete data via EM algorithm [J]. Journal of the Royal Statistics Society, 1977, 39(1):1-37.
- [2] Wei G C G., Tanner M A. A monte carlo implementation of the em algorithm and the poor man's data augmentation algorithm [J]. Journal of the American Statistical Association, 1990, 85(441): 699-704.
- [3] Wu C F J. On the convergence properties of the EM algorithm [J]. Annals of Statistics, 1983, 11(1): 95-103.
- [4] Figueiredo M A T, Nowak R D. An EM algorithm for wavelet-based image restoration [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2003, 12(8): 906-916.
- [5] Meng X L, Rubin D B. Maximum likelihood estimation via the ECM algorithm: a general framework [J]. Biometrika, 1993, 80(2): 267-278.
- [6] Zhang H M, Yuan Z J, Cai Z M, et al. Segmentation of MRI using hierarchical Markov random field [J]. Journal of Software, 2002, 13(9): 1779-1786. [张红梅,袁泽剑,蔡忠闽,等. 基于层次 MRF 的 MR 图像分割 [J]. 软件学报, 2002, 13(9): 1779-1786.]
- [7] He D A, Cercone N, Gu Z M. Applying the extended mass-constraint EM algorithm to image retrieval [J]. Computers and Mathematics with Applications, 2008, 56(4): 1-15.
- [8] Crouse M S, Nowak R D, Baraniuk R G. Wavelet-based statistical signal processing using hidden Markov models [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1998, 46(4): 886-902.
- [9] Donoho D L, Johustone I M. Adapting to unknown smoothness via wavelet shrinkage [J]. Journal of the American Statistical Association, 1995, 90(432): 1200-1224.
- [10] Chipman H A, Kolaczyk E D, McCulloch R E. Adaptive Bayesian wavelet shrinkage [J]. Journal of the American Statistical Association, 1997, 92(440): 1413-1421.
- [11] Deng G. EM algorithms for robust signal filtering and prediction [C] Proceedings of//The 12nd European Signal Processing Conference. Austria: EUSIPCO, 2004: 2307-2310.
- [12] Rabbani H, Vafadust M. Image/video denoising based on a mixture of Laplace distributions with local parameters in multidimensional complex wavelet domain [J]. Signal Processing, 2008, 88(1): 158-173.
- [13] Figueiredo M A T, Nowak R D. Wavelet-based image estimation: An empirical Bayes approach using Jeffrey's noninformation prior [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2001, 10(9): 1322-1331.
- [14] Moulin P, Liu J. Analysis of multiresolution image denoising schemes using generalized-Gaussian and complexity priors [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1999, 45(3): 909-919.
- [15] Figueiredo M A T, Nowak R D. Statistical imaging and complexity regularization [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2000, 46(5): 1881-1895.
- [16] Comer M L, Delp E J. The EM/MPM algorithm for segmentation of textured images; Analysis and further experimental results [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2000, 9(10): 1731-1744.
- [17] Noda H, Shirazi M N, Kawaguchi E. MRF-based texture segmentation using wavelet decomposed images [J]. Pattern Recognition, 2002, 35(4): 771-782.
- [18] Zhang J, Modestino J W, Langan D A. Maximum-likelihood parameter estimation for unsupervised stochastic model-based image segmentation [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 1994, 3(4): 404-420.
- [19] Song X M, Fan G L. Selecting salient frames for spatiotemporal video modeling and segmentation [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2007, 16(12): 3035-3046.
- [20] Mignotte M, Collet C, Perez P, et al. Three-class Markovian segmentation of high-resolution sonar images [J]. Computer Vision and Image Understanding, 1999, 76(3): 191-204.
- [21] Sun J, Gu D, Zhang S, et al. Hidden Markov Bayesian texture segmentation using complex wavelet transform [J]. IEEE Proceedings on Vision Image Signal Process, 2004, 151(3): 215-223.
- [22] Li X C, B S X. Multiresolution fuzzy C-means clustering using markov random field for image segmentation [J]. International Journal of Information Technology and Computer Science, 2009, 1(1): 49-57.
- [23] Cariou C, Chehdi K. Unsupervised texture segmentation/classification using 2-D autoregressive modeling and the stochastic expectation-maximization algorithm [J]. Pattern Recognition Letters, 2008, 29(7): 905-917.
- [24] Zribi M. Unsupervised bayesian image segmentation using orthogonal series [J]. Journal of Visual Communication & Image Representation, 2007, 18(6): 496-503.
- [25] Xiong G L, Feng C, Ji L. Dynamical Gaussian mixture model for tracking elliptical living objects [J]. Pattern Recognition Letters, 2006, 27(7): 838-842.
- [26] Kato J, Watanable T, Joga S, et al. An HMM/MRF-based stochastic framework for robust vehicle tracking [J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2004, 5(3): 142-153.
- [27] Winkler G. Image Analysis, Random Fields and Dynamic Monte Carlo Methods [M]. Berlin, Germany: Springer-velag, 1995.
- [28] McKenna S J, Raja Y, Gong S G. Tracking colour objects using adaptive mixture models [J]. Image and Vision Computing,

- 1999, 17(3): 225-231.
- [29] Allili M S, Ziou D. Object tracking in videos using adaptive mixture models and active contours[J]. *Neurocomputing*, 2008, 71(10): 2001-2011.
- [30] Stolkin R, Greig A, Hodgetts M, et al. An EM /E-MRF algorithm for adaptive model based tracking in extremely poor visibility[J]. *Image and Vision Computing*, 2008, 26(4): 480-495.
- [31] JK F, PM D. Unsupervised vector image segmentation by a tree structure-ICM algorithm [J]. *IEEE Transactions on Medical Image*, 1996, 15(6): 871-881.
- [32] Ftenkel L, Feder M. Recursive expectation- maximization (EM) algorithms for time-varying parameters with applications to multiple target tracking [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1999, 47(2):306-320.
- [33] Titterton D M. Recursive parameter estimation using incomplete data[J]. *Journal of Royal Statistical Society*, 1984, 46(2): 256-267.
- [34] Yang Y, Huang S Y. Novel statistical approach for segmentation of brain magnetic resonance imaging using an improved expectation maximization[J]. *Optica Applicata*, 2006, 36(1): 125-136.
- [35] Boccignone G, Napoletano P, Caggiano V, et al. A multiresolution diffused expectation-maximization algorithm for medical image segmentation [J]. *Computers in Biology and Medicine*, 2007, 37(1): 83-96.
- [36] Bazi Y, Bruzzone L, Melgani F. Image thresholding based on the EM algorithm and the generalized Gaussian distribution [J]. *Pattern Recognition*, 2007, 40(2):619-634.
- [37] Pernkopf F, Bouchaffra D. Genetic-based EM algorithm for learning Gaussian mixture models[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2005, 27(8): 1344-1348.
- [38] Patra D, Nanda P K. Image segmentation using Tabu search based hybrid algorithm [J]. *International Journal of Computing and Mathematical Application*, 2008, 2(1): 33-45.
- [39] Glover F. Future paths for integer programming and links to artificial intelligence [J]. *Computers and Operations Research*, 1986, 13(5): 533-549.
- [40] Fan S K S, Lin Y. A fast estimation method for the generalized Gaussian mixture distribution on complex images[J]. *Computer Vision and Image Understanding*, 2009, 113(1): 839-853.
- [41] Kennedy J, Eberhart R. Particle swarm optimization [C] // *Proceedings of the 4th IEEE International Conference on Neural Network*. Australia:IEEE, 1995: 1942-1948.
- [42] Zahara E, Fan S K S, Tsai D M. Optimal multi-thresholding using a hybrid optimization approach [J]. *Pattern Recognition Letters*, 2005, 26(8): 1082-1095.
- [43] Fan S K S, Lin Y. A multi-level thresholding approach using a hybrid optimal estimation algorithm [J]. *Pattern Recognition Letters*, 2007, 28(5): 662-669.
- [44] Li X C, Zhu S A. A survey of the Markov random field method for image segmentation [J]. *Journal of Image and Graphics*, 2007, 12(5): 789-798. [李旭超, 朱善安. 图像分割中的马尔可夫随机场方法综述 [J]. *中国图象图形学报*, 2007, 12(5): 789-798.]
- [45] Milone D H, Persia L E Di, Torres M E. Denoising and recognition using hidden Markov models with observation distributions modeled by hidden Markov trees [J]. *Pattern Recognition*, 2010, 43(4): 1577-1589.
- [46] Khambampati A K, Rashid A, Lee J S, et al. Estimation of void boundaries in flow field using expectation- maximization algorithm [J]. *Chemical Engineering Science*, 2011, 66(3): 355-374.
- [47] Kabir M M, Shahjahan M, Murase K. A new local search based hybrid genetic algorithm for feature selection [J]. *Neurocomputing*, 2011, 74(17): 2914-2928.