

Journal of Image
and Graphics

中国图象图形学报



ISSN1006-8961
CN11-3758/TB

2012 3
Vol.17 No.

中国科学院遥感应用研究所
中国图象图形学学会主办
北京应用物理与计算数学研究所

中国图象图形学报

Zhongguo Tuxiang Tuxing Xuebao

2012年3月 第17卷 第3期(总第191期)

目次

图像处理和编码

- 摄影测量共线方程的单位四元数描述 杨化超,卢晓攀,王永波,姚国标(301)
- 分形压缩感知高维信号重构方法 刘佶鑫,孙权森(309)
- 自适应子矢量划分的快速码字搜索算法 吴鑫鹏,潘志斌,李达(315)
- 基于人类视觉模型的各向异性扩散滤波方法 宋建军,侯志强,余旺盛(321)
- 整数提升小波多相矩阵分解系数的快速提取算法 王锋,赵志文,牟盛(329)
- 自适应样本块大小的图像修复方法 孟春芝,何凯,焦青兰(337)

图像分析和识别

- 改进FCM在交互式图像分割中的应用 依玉峰,高立群,郭丽(342)
- 输电导线图像目标识别方法 孙凤杰,杨镇浓,李媛媛,范杰清(349)
- 无表观特征小目标检测与跟踪 陶霖密,李亮,邸慧军(357)
- 应用改进频率调谐的海上小目标检测方法 任蕾,施朝健,冉鑫(365)
- 视觉注意原理局部特征的行人检测 刘俊涛,刘文予,吴彩华,李雄伟,冯镔(370)
- 尺度不变单样本人脸识别方法 王炜强,张晓阳,曹春芹,付奎生(380)
- 复杂交通场景中采用稀疏表示的车辆识别方法 李修志,吴健,崔志明,陈建明(387)
- 利用复合导数的边缘检测新算法 程金梅,叶永强,姜斌(393)

图像理解和计算机视觉

迭代分割逼近:新的基于局部响应显著度的角点检测 马丽红,谭幸均(402)

融合 SIFT 特征的熵图估计医学图像非刚性配准 张少敏,支力佳,赵大哲,林树宽,赵宏(412)

计算机图形学

面向非均匀采样点集的 3 维表面重建算法 刘晓平,段瑞青,余烨(419)

基于可编程图形管线的大规模流程工厂模型多分辨率绘制方法 周剑,唐卫清,朱耀琴,夏明,黄晓剑(426)

带有位置修正的环境映射 王晨昊,汤晓安,孙即祥,马伯宁(435)

遥感图像处理

海岸线遥感信息提取的元胞自动机方法及其应用 冯永玖,韩震(441)

中国图象图形学报

刊名题字: 宋 健

月刊(1996 年创刊)

第 17 卷 第 3 期

2012 年 3 月 16 日出版

主管单位 中国科学院

主 办 中国科学院遥感应用研究所

中国图象图形学学会

北京应用物理与计算数学研究所

主 编 李小文

编辑出版 《中国图象图形学报》编辑出版委员会

北京 9718 信箱 邮编 100101

电子信箱:jig@irsa. ac. cn

电话:010-68407995 010-82614429

网 址:www. cjig. cn

印刷装订 北京北林印刷厂

广告经营许可证 京朝工商广字第 0346 号

总 发 行 北京报刊发行局

订 购 全国各地邮局

国外发行 中国国际图书贸易总公司

(中国国际书店)

(北京 399 信箱 邮编 100044)

Superintended by Chinese Academy of Sciences

Sponsored by Institute of Remote Sensing Application,
CAS China Society of Image and Graphics
Institute of Applied Physics and Computational
Mathematics

Chief editor LI Xiaowen

Editor, Publisher Editorial and Publishing Board
of Journal of Image and Graphics
(P. O. Box 9718, Beijing 100101, China)
E-mail:jig@irsa. ac. cn

Distributed by Beijing Bureau for Distribution of Newspapers
and Journals

Domestic All Local Post Offices in China

Foreign China International Book Trading Corporation
(P. O. Box 399, Beijing 100044, China)

Printed by Beijing Beilin Printing House

Journal of Image and Graphics

(Monthly, Started in 1996)

Vol. 17 No. 3 March 2012

Contents

Image Processing and Coding

- Unit quaternion based description of collinearity equations Yang Huachao, Lu Xiaopan, Wang Yongbo, Yao Guobiao(301)
- Fractal compressive sensing for high-dimension signal recovery Liu Jixin, Sun Quansen(309)
- Fast codeword search algorithm based on adaptive subvector partitions Wu Xinpeng, Pan Zhibin, Li Da(315)
- Anisotropic diffusion image smoothing method based on human visual model Song Jianjun, Hou Zhiqiang, Yu Wangsheng(321)
- Fast extraction algorithm of the polyphase matrix decomposition coefficient based integer lifting wavelet
..... Wang Feng, Zhao Zhiwen, Mou Sheng(329)
- Image completion method with adaptive patch size Meng Chunzhi, He Kai, Jiao Qinglan(337)

Image Analysis and Recognition

- Application of improved FCM for interactive image segmentation Yi Yufeng, Gao Liqun, Guo Li(342)
- Methods of transmission line target recognition Sun Fengjie, Yang Zhenhuan, Li Yuanyuan, Fan Jieqing(349)
- Featureless small object detection and tracking Tao Linmi, Li Liang, Di Huijun(357)
- Small target detection method under sea surface environment using revised frequency tuned saliency detection
..... Ren Lei, Shi Chaojian, Ran Xin(365)
- Pedestrian detection method using local feature based on vision attention
..... Liu Juntao, Liu Wenyu, Wu Caihua, Li Xiongwei, Feng Bin(370)
- Scale invariant face recognition from single sample Wang Weiqiang, Zhang Xiaoyang, Cao Chunqin, Fu Kuisheng(380)
- Sparse representation method of vehicle recognition in complex traffic scenes
..... Li Xiuzhi, Wu Jian, Cui Zhiming, Chen Jianming(387)
- Novel edge detection algorithm using a composite derivative Cheng Jinmei, Ye Yongqiang, Jiang Bin(393)

Image Understanding and Computer Vision

- Iterative segment approaching: new corner detection based on local response saliency Ma Lihong, Tan Xingjun(402)
- Entropic graph estimation integrated with SIFT features for medical image non-rigid registration
..... Zhang Shaomin, Zhi Lijia, Zhao Dazhe, Lin Shukuan, Zhao Hong(412)

Computer Graphics

- Three-dimensional surface reconstruction algorithm for non-uniform sampling points Liu Xiaoping, Duan Ruiqing, Yu Ye(419)
- Multi-resolution rendering approach of large-scale process plant models based on programmable graphics pipeline
..... Zhou Jian, Tang Weiqing, Zhu Yaoqin, Xia Ming, Huang Xiaojian(426)
- Environment mapping with position rectification Wang Chenhao, Tang Xiao'an, Sun Jixiang, Ma Boning(435)

Remote Sensing Image Processing

- Cellular automata approach to extract shoreline from remote sensing imageries and its application
..... Feng Yongjiu, Han Zhen(441)

中图分类号: TN911.72 文献标志码: A 文章编号: 1006-8961(2012)03-0309-06

论文引用格式: 刘佶鑫, 孙权森. 分形压缩感知高维信号重构方法[J]. 中国图象图形学报, 2012, 17(3): 309-314

分形压缩感知高维信号重构方法

刘佶鑫, 孙权森

南京理工大学计算机科学与技术学院, 南京 210094

摘要: 压缩感知理论改变了香农采样定理的信号处理思路, 具有十分重要的科研应用价值。压缩感知框架下信号重构是获取数字终端产品的关键性环节, 典型的重构方法是以基追踪(BP)算法为代表, 核心是解决 L_1 范数最小化问题, 但是BP算法在高维的信号重构中表现不佳。因此, 本文提出一种基于分形维度的压缩感知高维信号重构方法, 采用分形中的Minkowski维度代替 L_1 范数作为重构问题的目标函数。实验的可视化结果和信噪比均表明, 分形压缩感知信号重构方法既保持了BP算法的优点又改善了其维度的广延性。

关键词: 压缩感知; 信号重构; L_1 范数最小化; 分形维度

Fractal compressive sensing for high-dimension signal recovery

Liu Jixin, Sun Quansen

School of Computer Science and Technology, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China

Abstract: In the research field of digital signal processing, compressive sensing (CS) becomes more and more important because it changes the traditional signal processing method based on Shannon's sampling theorem. Under the CS framework, signal recovery is a key point to obtain the digital termination product. The basis pursuit (BP) algorithm seems the most fundamental method of CS recovery, which is essentially an L_1 -norm minimization problem. However, BP can not be used for the signals with more than one dimension. Therefore, this paper presents a new high-dimension CS recovery method based on fractal dimension theory. The Minkowski dimension is used to replace the L_1 -norm as an object function in CS recovery. The visualization and SNR of our experimental results show that fractal CS recovery not only inherits the advantage of BP but also improves the dimensional extensive property.

Key words: compressive sensing; signal recovery; L_1 -norm minimization; fractal dimension

0 引言

作为信号处理的最重要的基础理论之一, 香农采样定理指出: 对于任意带限信号, 当采样频率达到信号带宽的2倍及以上时, 才能保证用采样样本实现原始信号的完全重构, 避免混叠现象的发生。基于这一定理, 传统的信号处理主要从提高采样频率或限制信号带宽(如低通滤波器)等方面出发开展

相关研究。事实上, 为了提高采样频率不仅会造成研制成本的大幅增加而且其可行性也会受到其他诸多因素(如元器件材料、价格等)的制约, 典型的例子之一就是数码相机的CCD高分辨率趋势; 另一方面, 限制信号带宽其实质是以牺牲信号的高频细节信息为代价的, 这不能满足那些需要高精度量化分析的应用场合。为此, 作为一种新型采样方式, 压缩感知理论改变了以香农采样定理为主导的数字信号处理发展思路。

收稿日期: 2011-04-25; 修回日期: 2011-08-12

基金项目: 江苏省自然科学基金项目(BK2008411); 教育部博士学科点基金项目(200802880017)

第一作者简介: 刘佶鑫(1982-), 男, 南京理工大学计算机科学与技术学院模式识别与智能系统专业博士研究生, 主要研究方向为数字图像处理、压缩感知理论及应用等。E-mail: jessonlew@hotmail.com

压缩感知 (CS) 的理论基础及相关证明是由 Candès, Tao 及 Remberg^[1-3] 和 Donoho^[4] 分别给出。Candès 等人认为, 如果能把基于香农采样定理的信号获取转换成对有效信息的感知, 就能以低采样频率获取完整的信息, 直接避免了传统信号重构的混叠问题, 在保证信号质量的前提下大幅缩减采样成本。Candès 等人将按照这一思路提出的信号采样和重构方法命名为压缩采样 (compressive sampling), 而 Donoho 等人将其称为压缩感知。CS 的核心思想是: 对于任意信号的线性欠定采样结果, 都可以通过求解某种非线性优化问题来实现对原始信号的完全重构。

CS 理论避免了传统意义上香农采样定理所面临的问题, 对信号处理的各相关领域具有十分重要的启示。在采样、传输、重构的信号处理流程中, CS 重构作为生成信息产品的关键一环被广泛关注。目前, 主流的 CS 重构方法主要源于两类基本算法, 其一是由 Chen, Donoho 和 Saunders^[5] 提出的基追踪算法 (BP); 其二是由 Mallat 和 Zhang^[6] 提出的匹配追踪算法 (MP)。尽管 MP 算法具有快速的优点, 但是该算法需要较多的观测次数并且容易陷入局部最优; 与之相比, BP 算法的搜索速度虽然较慢, 但是优点在于观测次数较少且能够找到全局最优解。因此, 本文主要针对 BP 算法的特点进行改进。

Donoho 等人指出, 基于 BP 算法的 CS 重构方法, 其关键在于求解一个目标函数为 L_1 范数最小化的凸优化问题。理论上, 运用线性规划方法可以找到全局的唯一解, 即原始信号的完全重构。BP 算法主要适用于以 1 维向量形式表达的信号。但是, 随着电子、通信、计算机等领域的发展, 高于 1 维的信号在数字信号处理中越来越普遍, 如 2 维图像、3 维图形以及无线传感网 (高维或超高维) 等。目前的 CS 重构方法大多将这些信号拉伸到 1 维以便于用统计学的方法进行处理, 但是这种方式忽略了高维信号间的空间几何关联性。例如, 对 2 维图像如果以列的排序进行拉伸的话, 其重构过程必然将丢失信号的行之间的空间几何关联性。为此, 尽管 Candès 等人^[2] 提出将总变差 (TV) 作为目标函数来实现 2 维图像的 CS 重构, 但由于考虑了 2 维方向上的拟合过程, 其实现难度显然高于基于 1 维向量统计的 BP 算法。因此, 本文将运用分形维度代替 L_1 范数作为 BP 算法的优化目标函数, 使得仅以 1 维向量的统计方式, 既保持 BP 求取全局最优解和简

易可行的优势, 又提高 CS 重构的广延性。

1 压缩感知信号重构原理

CS 的基础是原始信号 $x \in \mathbf{R}^N$ 与观测矩阵 Φ 的列进行内积运算

$$y = \Phi x = \{(x, \varphi_i)\}_{i=1}^M \in \mathbf{R}^M \text{ with } \varphi_i \in \mathbf{R}^N \quad (1)$$

式中, $M \ll N$ 。因此式 (1) 的运算可以理解为对信号 x 降维压缩; 而 Φ 是线性矩阵, 且其列 (即原子) 具有过完备不相干性^[2], 意味着其观测结果 y 能包含原始信号 x 的几乎全部信息, 因此称为感知。

在信号重构的过程中, 如果 Φ 是满秩方阵, 那么通过公式 $x = \Phi^{-1}y$ 的矩阵逆运算可较容易的恢复出原始信号 x 。但是由于 $M \ll N$, 在已知 y 和 Φ 的前提下计算出 x 将面临一个求解欠定线性方程组的难题。为此, 由 Moore 和 Penrose 提出的广义逆矩阵是矩阵论给出的求解公式 (1) 的思路。对欠定线性方程组, 可以求取其最小二乘解作为广义逆, 表达如下:

$$\min \|x\|_2 \text{ subject to } \Phi x = y \quad (2)$$

其解的通式为

$$x = \Phi^+ y + (I - \Phi^+ \Phi) \omega \quad (3)$$

式中, $\omega \in \mathbf{R}^N$ 是任意的。

但是广义逆只能作为解欠定线性方程组的一种参考思路, 这是因为其解的质量只具有实际信号的部分特征, 而其精度远不能满足实际应用中的需要。在广义逆的基础上, Chen, Donoho 和 Saunders^[6] 结合信号的过完备不相干表达提出了 BP 算法, 描述如下:

$$\min \|x\|_1 \text{ subject to } \Phi x = y \quad (4)$$

其巧妙之处在于用 L_1 范数代替最小二乘 (即 L_2 范数), 这一转换使得求解的可行性大为提高。采用同样的原理, Candès 等人提出了 CS 框架, 并证明原本 CS 重构中的 L_0 范数在一定条件下可以等价于 L_1 范数, 从理论上保证了求取唯一解的可能。值得注意的是他们对原始信号提出了两个重要的基本条件: 1) 原始信号 x 必须是 K 稀疏的^[11], 即 $K \leq M$; 2) 观测矩阵 Φ 是冗余不相干的且必须满足等距映射特性 (RIP) 条件^[7], 即 $CK \lg N \leq M \ll N$, 其中 $C \approx 1$ 。但是, 在现实的应用环境中, x 直接是稀疏信号的情况很少。而 CS 的研究已经证明^[8], 几乎任

意的信号都能找到合适的稀疏基 Ψ 来实现信号的稀疏表示,其式为

$$\min \|\alpha\|_1 \text{ subject to } \Phi x = \Phi \Psi \alpha = \Phi' \alpha = y \quad (5)$$

式中, α 是 x 在 Ψ 下的稀疏表示。从式(5)可知,经过信号稀疏表示后,其运算仍然转化为与式(4)等价的 L_1 范数最小化问题。因此,CS 的重构就是运用 L_1 范数最小化求解基于 CS 观测数据 y 和欠定矩阵 Φ 的最优解

$$\hat{x} \in \underset{x \in \mathbb{R}^N}{\operatorname{argmin}} \|x\|_1 \text{ subject to } \Phi x = y \quad (6)$$

一方面,BP 算法与 MP 算法相比,其优势在于观测次数少(满足 RIP 条件),且重构质量能满足全局最优(求解凸松弛优化)。在此基础上,Dossal 等人^[9]运用贪婪追踪算法改进 L_1 范数重构方法;Angelosante 等人^[10]则运用了回归最小二乘方法实现稀疏信号的在线自适应估计;而 Varadarajan 等人^[11]提出了基于子空间优化迭代的重构算法。这些研究都在一定程度上提高了 CS 重构的计算可行性。另一方面,只要能严格满足 K 稀疏和 RIP 条件,对于 1 维信号 BP 算法已经可以实现近乎完美的重构质量。而对于 1 维以上的数字信号,目前仍然主要采用拉伸的办法,将其转换为 1 维信号进行处理。但是,由于忽视了高维信号的空间几何关联性,这种处理方法在 1 维以上信号(如图像、图形等)的重构效果不佳。为此,Candès 等人^[2]引入 TV 方法来解决 2 维图像的 CS 重构,但由于考虑了 2 维方向上的拟合过程,其实现难度显然高于基于 1 维向量统计的 BP 算法。由此可见,目前的 CS 重构方法在信号维度的广延性方面缺乏通用的解决办法,这将阻碍其在图像、图形及无线传感网等高维信号处理中的应用。因此,针对这一问题提出基于分形维度的改进方案。

2 基于分形维度的压缩感知重构

2.1 分形维度定义

由于 CS 重构是在信号具有稀疏性的前提($K \leq M$)下进行的,这就使得欠定方程组转变为可解方程组;而 L_1 范数最小化作为欠定矩阵广义逆的一种改进方法,其作用是衡量每次迭代得到的备选解在优化方程中的适应程度。根据上述分析可知,在 BP 算法中使用 L_1 范数的实质是为每次迭代求解提供稀疏性的测度,但其目标函数只适合于以向量形式

表示的 1 维信号,对于高于 1 维的信号缺乏一种通用的具有广延性的测度方法。

本文提出的改进方案是基于分形维度理论的。由于分形维度能够包含信号的几何结构信息,因此,它可以作为一种分析复杂数据集的有效工具。其中,计盒维度(BCD)是一种非常适合作为计算机实现的分形维度。BCD 的定义为假设 F 是 \mathbb{R}^n 的任意非空有界子集,由覆盖 F 的最长直径 δ 的最小集合数量计为 $N_\delta(F)$,则 F 的 BCD 的下界和上界分别表示为

$$\begin{aligned} \underline{\dim}_B F &= \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\lg N_\delta(F)}{-\lg \delta} \\ \overline{\dim}_B F &= \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\lg N_\delta(F)}{-\lg \delta} \end{aligned} \quad (7)$$

如果二者相等,则称其为 F 的 BCD,记为

$$\dim_B F = \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\lg N_\delta(F)}{-\lg \delta} \quad (8)$$

以此为基础,一种广延性更好的分形维度被提出,即 Minkowski 维度^[12],记为

$$\begin{aligned} \underline{\dim}_M F &= n - \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{-\lg \operatorname{Vol}^n(F_\delta)}{-\lg \delta} \\ \overline{\dim}_M F &= n - \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\lg \operatorname{Vol}^n(F_\delta)}{-\lg \delta} \end{aligned} \quad (9)$$

式中, F_δ 是 F 的 δ 平行体, $\operatorname{Vol}^n(F_\delta)$ 是 F 的 Lebesgue 维度^[12]。

综上所述,分形维度适用于欧几里得空间 \mathbb{R}^n 中各种维度集合的测度(如长度、面积、体积以及超体积等),并且已有一些应用^[13-14]。但与 CS 结合的研究尚不多见。因此,本文将运用分形维度解决 CS 重构问题,在保持 BP 算法优越性的同时,构建满足维度广延性需求的 CS 重构方法。

2.2 分形维度对压缩感知重构算法的改进

对长度为 N 的 1 维信号 x ,其 L_1 范数表达如下:

$$\|x\|_1 = \sum_{i=1}^N |x_i| \quad (10)$$

由于 1 维以上信号不仅具有数据统计特性,还有复杂的几何空间相关性, L_1 范数对高维信号的重构是有缺陷的。而分形维度适合各种维度集合的测度,不仅弥补了 L_1 范数的局限性而且同样能有效衡量信号的稀疏程度,在实现原始信号的稀疏逼近的同时拟合信号的空间几何结构。这样就在保持信号空间关联性的同时完成稀疏度逼近程度的测量。

以下是本文以分形维度提出的 CS 重构中目标函数的改进方案。假设原始信号为向量

$\mathbf{x} = [x_1 x_2 \cdots x_N]^T$, 且 $x_i \in \mathbf{R}, i = 1, \dots, N$, 信号 \mathbf{x} 的分形维度为

$$F(\mathbf{x}) = 2 - \frac{\lg\left(\sum_{i=2}^N |x_i - x_{i-1}|\right)}{-\lg\left(\frac{1}{N}\right)} \quad (11)$$

考虑到 CS 框架对信号稀疏性的要求, 向量 \mathbf{x} 中非零元素的个数是有限的 (远小于 N); 同时, 在

CS 的应用范围中 N 的取值往往较大。因此, 式(11)作为一种 Minkowski 维度, 利用对数函数的单调性特点能够保证 $F(\mathbf{x})$ 在 CS 应用环境下的非负性。这意味着式(11)具备作为信号稀疏性度量函数的条件。如图 1 所示, 对 3 组信号的稀疏程度采用分形维度进行度量, 结果表明分形维度的测度效果能够有效反映向量信号的不同稀疏度水平。

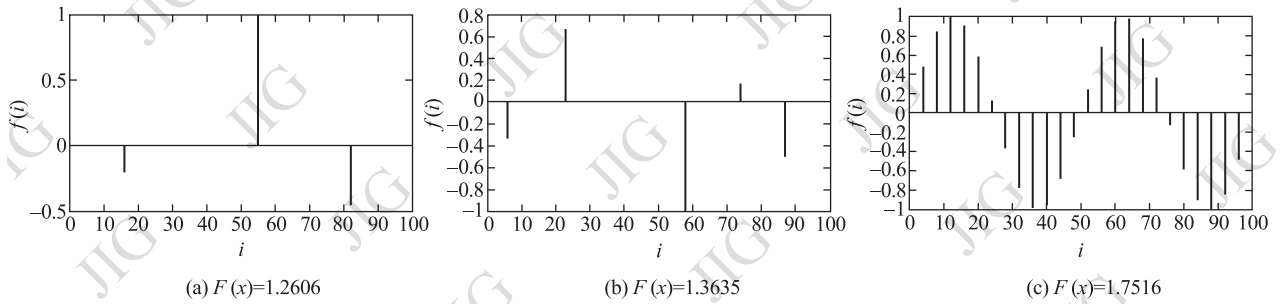


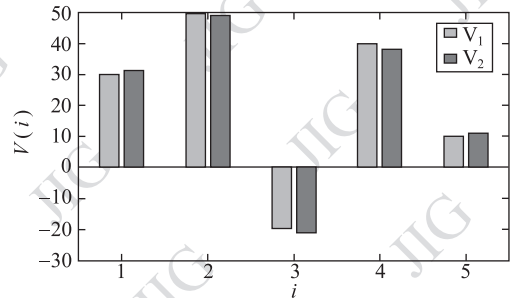
图 1 分形维度对信号稀疏性的度量结果

Fig. 1 Measurement results of signal sparsity level based on fractal dimension

另一方面, L_1 范数难以实现对信号细节变化的度量。在普通向量信号中, CS 采样的观测矩阵 Φ 通常是随机生成, 而且为了便于计算, 一般会将式(6)弱化为

$$\min \|\mathbf{x}\|_1 \text{ subject to } \|\Phi\mathbf{x} - \mathbf{y}\|_2 < \varepsilon \quad (12)$$

式中 ε 为任意小的正数。这一弱化虽然降低了最优解的搜索复杂度, 但是很容易引起信号的细节误差。在普通的信号处理中, 信号的细节误差不会影响太大, 但是以数字图像为例, 其细节数值的变化往往对应了不同的灰度等级, 这会影响图像的可视化效果。例如两个向量 $\mathbf{V}_1 = [30 \ 50 \ -20 \ 40 \ 10]^T$ 和 $\mathbf{V}_2 = [31 \ 49 \ -20 \ 38 \ 11]^T$, 分别按照式(10)(11)计算。结果如图 2 所示。



$$\|\mathbf{V}_1\|_1 = 150, F(\mathbf{V}_1) = 5.226 \ 6$$

$$\|\mathbf{V}_2\|_1 = 150, F(\mathbf{V}_2) = 5.205 \ 5$$

图 2 L_1 范数与分形维度对近似信号的度量

Fig. 2 Results of L_1 -norm and fractal dimension to two approximate signals

图 2 表明, 当待重构的信号迭代解与实际值存在极小误差时, 在同样的弱约束条件下 (如式(12)), 以分形维度作为目标函数对信号稀疏性的度量效果将比 L_1 范数敏感, 这有利于提高信号细节信息的重构质量。因此, 采用分形维度对 CS 重构进行改进不仅保持了 BP 算法的优势而且具有较好的维度广延性。基于上述情况, 将式(12)CS 重构问题中的优化目标函数用分形维度替代, 其表达为

$$\min F(\mathbf{x}) \text{ subject to } \|\Phi\mathbf{x} - \mathbf{y}\|_2 < \varepsilon \quad (13)$$

这就是本文提出的分形压缩感知重构方法。下面将通过一些实验来说明分形压缩感知重构方法对不同维度信号的重构效果。

3 实验及分析

考虑到可视化验证的效果, 本文主要从 1 维和 2 维两方面进行 CS 重构的对比实验。由于 CS 理论在海量数据处理中的重要应用前景, 因此我们选取卵巢癌质谱数据^[15] (1 维) 和高分辨遥感图像^[16] (2 维) 作为重构对象。

质谱数据的维度是 15 000, 遥感图像分别选取 50×50 和 100×100 两种分辨率, 其 CS 采样的压缩率统一为 25%, 以可视化结果和信噪比作为重构算法的评价标准。设原始信号为 \mathbf{x} , 重构信号为 $\mathbf{x}_{\text{recovery}}$, 则信噪比为

$$SNR = 10 \lg \left(\frac{\sum |\mathbf{x}|^2}{\sum (|\mathbf{x}| - |\mathbf{x}_{\text{recovery}}|)^2} \right) \quad (14)$$

图3是1维质谱数据在两种重构方法中的结果。从可视化曲线和信噪比可以看出, BP算法 L_1 范数不如分形维度对细节信息的重构效果和对原始信号的逼近程度, 而分形维度却引入了少量噪声。事实上, 无论是传统的 BP 算法还是本文提出的分形压缩感知技术, 其本质都是对矩阵广义逆运算的改进, 因此这类方法在一定程度上继承有广义逆运算的求解不稳定性。尽管这种迭代求解的不稳定性在严格的约束条件下影响极小, 但是为提高求解可行性而弱化约束条件就会产生稍许不稳定性, 从而导致迭代最优解的误差。因此, 如何设置式(13)中的阈值 ϵ , 对于平衡算法可行性和解的误差具有重要的意义。这也是下一步值得深入研究的课题。

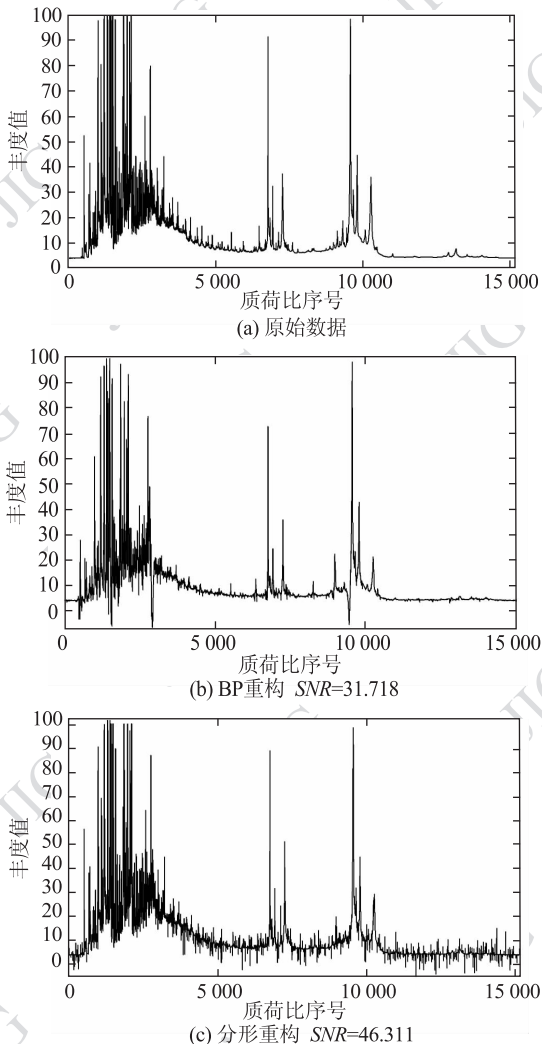


图3 1维质谱数据重构中两种CS方法的对比
Fig.3 CS recovery results of the One-dimensional mass spectrometry data

图4是2维遥感图像的重构效果。从重构图像的信噪比可见, 无论图像分辨率如何变化, BP 重构都仅能够还原出地物目标的轮廓信息, 但是对几何目标(如建筑物)的细节拟合效果较差, 这充分说明了 BP 算法在高维信号重构中的局限性; 而分形重构不仅在信噪比方面保持了 BP 重构在 1 维情况下的水平, 而且其可视化的图像质量也大幅提高。需要注意的是, 由于算法采用弱约束条件的原因, 分形重构的结果也出现了一定的误差。但是, 图像显示的方式是基于灰度量化的, 这意味着由误差引起的噪声只有在局部对比度较小时才会明显的表现(如图4(f)中的条纹)。总之, 实验表明分形重构保持了 BP 算法的重构优势, 同时针对高维信号具有较好的维度广延性。

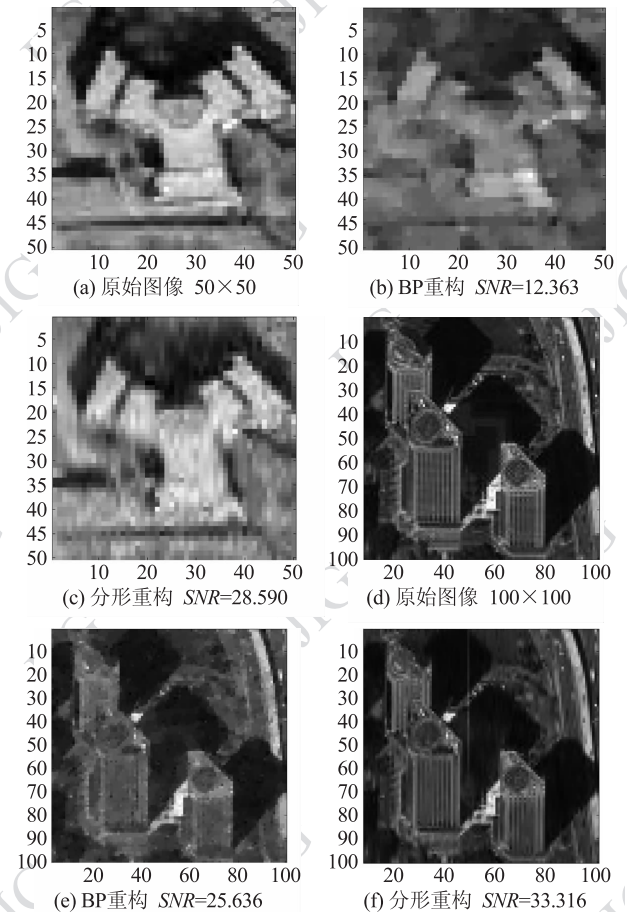


图4 2维遥感图像重构中两种CS方法的对比

Fig.4 CS recovery results of the two-dimensional remote sensing image

4 结论

在压缩感知 BP 算法的基础上, 提出的基于分

形维度的CS重构方法不仅具有BP算法的全局性求解优势,并且在高维信号重构中具有较好的维度广延性。针对1维和2维信号的两组重构对比实验,可以看出本文分形重构方法在可视化效果和信噪比方面都优于BP重构方法。考虑到可能由弱约束条件引起的求解误差,我们将在后续的工作中进一步研究分形维度信号重构的噪声特性及其解决方案。

参考文献(References)

- [1] Candès E. Compressive sampling [C] // Proceedings of the International Congress of Mathematics 2006. Madrid, Spain; European Mathematical Society, 2006: 1433-1452.
- [2] Candès E, Romberg J, Tao T. Robust uncertainty principles: Exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52 (2): 489-509.
- [3] Candès E, Romberg J, Tao T. Near optimal signal recovery from random projections: universal encoding strategies? [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52 (12): 5406-5425.
- [4] Donoho D L. Compressed sensing [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52 (4): 1289-1306.
- [5] Chen S S, Donoho D L, Saunders M A. Atomic decomposition by basis pursuit [J]. SIAM Journal on Scientific Computing, 1998, 20 (1): 33-61.
- [6] Mallat S, Zhang Z. Matching pursuits with time-frequency dictionaries [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1993, 41 (12): 3397-3415.
- [7] Candès E. The restricted isometry property and its implications for compressed sensing [J]. Comptes Rendus Mathématique, 2008, 346 (9-10): 589-592.
- [8] Peyré G. Best basis compressed sensing [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58 (5): 2613-2622.
- [9] Dossal C, Peyré G, Fadili J. A numerical exploration of compressed sampling recovery [J]. Linear Algebra and its Applications, 2010, 432 (7): 1663-1679.
- [10] Angelosante D, Bazerque J A, Giannakis G B. Online adaptive estimation of sparse signals: where RLS meets the L_1 -norm [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58 (7): 3436-3447.
- [11] Varadarajan B, Khudanpur S, Tran T D. Stepwise optimal subspace pursuit for improving sparse recovery [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2011, 18 (1): 27-30.
- [12] Tang Y Y, Tao Y, Lam E C M. New method for feature extraction based on fractal behavior [J]. Pattern Recognition, 2002, 35: 1071-1081.
- [13] Lin Y L. Robust estimation of parameter for fractal inverse problem [J]. Computers & Mathematics with Applications, 2010, 60 (7): 2099-2108.
- [14] Ebrahimi M, Vrscay E R. Solving the inverse problem of image zooming using "self-examples" [C] // Proceedings of the International Conference on Image Analysis and Recognition ICIAR 2007. Montreal, Canada: Springer Press, 2007: 117-130.
- [15] U. S. National Institutes of Health. Ovarian Cancer Dataset [DB/OL]. (2002-08-07) [2011-06-01]. <http://home.ccr.cancer.gov/ncifdaproteomics/ppatterns.asp>.
- [16] Satellite Imaging Corporation. Worldview-2 Satellite Images [DB/OL]. (2010-03-09) [2011-06-01]. <http://www.satimagingcorp.com/gallery-worldview-2.html>.