

Journal of Image
and Graphics

中国图象图形学报



ISSN1006-8961
CN11-3758/TB

2012 **10**
Vol.17 No.

中国科学院遥感应用研究所
中国图象图形学学会主办
北京应用物理与计算数学研究所

中国图象图形学报

Zhongguo Tuxiang Tuxing Xuebao

2012年10月 第17卷 第10期(总第198期)

目次

综述

张量值图像插值方法综述 邵宇, 刘莹, 孙富春(1197)

图像处理和编码

利用模运算及其周期性特点的安全隐写算法 廖琪男(1206)

结合快速融合与颜色传递的双波段夜视图像染色 李郁峰, 冯晓云, 徐铭蔚, 黄文丽(1213)

Weber 定律下尺度空间的自适应构建 刘立, 张瑞军, 万亚平, 黄欣阳, 彭复员(1222)

改进权值函数的非局部均值去噪算法 单建华(1227)

图像分析和识别

非相相似度保持投影 陈才扣, 侯钰(1232)

非正交二值子空间模板表示的并行生成 杨培, 武港山, 杨扬, 任桐炜(1237)

Adaboost 和随机图划分的无监督图像分类 李巍, 杨素锦, 段晓华(1245)

aiNet 背景抑制的单帧红外弱小目标检测 陈炳文, 王文伟, 秦前清(1252)

韦伯-中心环绕结构的图像显著性检测模型 林丽莉, 周文晖(1261)

气象传真图信息提取 李存东, 肖传毅, 潘海朗, 陈日清, 杨劲松(1268)

图像理解和计算机视觉

多要素空间场景相似性匹配模型及应用 宋腾义, 汪闽(1274)

计算机图形学

Delaunay 三角网通用合并算子及分治算法的简化 刘永和, 冯锦明, 郭维栋, 田根, 金毅(1283)

基于 Laplace 谱嵌入和 Mean Shift 的三角网格一致性分割 马亚奇, 李忠科, 赵静(1292)
断裂面匹配的破碎刚体复原 李群辉, 周明全, 耿国华(1298)

虚拟现实与增强现实

核爆炸外观景象实时模拟 郑涛, 徐晓刚, 邵承永(1305)

医学图像处理

全局脑白质纤维群智能跟踪算法 冯远静, 王哲进, 张贵军, 俞立(1312)

遥感图像处理

对偶四元数线阵遥感影像几何定位 盛庆红, 姬亭, 刘微微, 王惠南(1319)

修正安装矩阵提高 FY-3B/MERSI 的地理定位精度 吴荣华, 杨忠东, 关敏, 李翔翔(1327)

中国图象图形学报

刊名题字: 宋 健

月刊(1996 年创刊)

第 17 卷 第 10 期

2012 年 10 月 16 日出版

主管单位 中国科学院

主 办 中国科学院遥感应用研究所
中国图象图形学学会
北京应用物理与计算数学研究所

主 编 李小文

编辑出版 《中国图象图形学报》编辑出版委员会

北京 9718 信箱 邮编 100101
电子信箱:jig@irsa.ac.cn
电话:010-64807995 010-82614429
网 址:www.cjig.cn

印刷装订 北京北林印刷厂

广告经营许可证 京朝工商广字第 0346 号

总 发 行 北京报刊发行局

订 购 全国各地邮局

国外发行 中国国际图书贸易总公司
(中国国际书店)
(北京 399 信箱 邮编 100044)

Superintended by Chinese Academy of Sciences

Sponsored by Institute of Remote Sensing Application,
CAS China Society of Image and Graphics
Institute of Applied Physics and Computational
Mathematics

Chief editor LI Xiaowen

Editor, Publisher Editorial and Publishing Board
of Journal of Image and Graphics
(P. O. Box 9718, Beijing 100101, China)
E-mail:jig@irsa.ac.cn

Distributed by Beijing Bureau for Distribution of Newspapers
and Journals

Domestic All Local Post Offices in China

Foreign China International Book Trading Corporation
(P. O. Box 399, Beijing 100044, China)

Printed by Beijing Beilin Printing House

ISSN 1006-8961 CN11-3758/TB CODE ZTTFXZ 国内邮发代号: 82-831 国外发行代号: M1406 国内定价: 45.00 元

Journal of Image and Graphics

(Monthly, Started in 1996)

Vol. 17 No. 10 October 2012

Contents

Review

Overview of tensor valued images interpolation technology Shao Yu, Liu Ying, Sun Fuchun(1197)

Image Processing and Coding

Secure steganography based on modulo and its cyclical characteristic Liao Qinan(1206)

Night vision dual-band images coloration using fast fusion and color transfer
..... Li Yufeng, Feng Xiaoyun, Xu Mingwei, Huang Wenli(1213)

Adaptive algorithm of scale-space construction method based on Weber's law
..... Liu Li, Zhang Ruijun, Wan Yaping, Huang Xinyang, Peng Fuyuan(1222)

Non-local means denoising algorithm with enhanced weight function Shan Jianhua(1227)

Image Analysis and Recognition

Dissimilarity preserving projection Chen Caikou, Hou Yu(1232)

Parallel algorithm for generating template representation based on non-orthogonal binary subspace
..... Yang Pei, Wu Gangshan, Yang Yang, Ren Tongwei(1237)

Unsupervised image categorization based on Adaboost and stochastic graph partition Li Wei, Yang Sujin, Duan Xiaohua(1245)

Infrared dim target detection in single image based on background suppression by aiNet
..... Chen Bingwen, Wang Wenwei, Qin Qianqing(1252)

Image saliency detection model with Weber's law based on center-surround structure Lin Lili, Zhou Wenhui(1261)

Information extraction from meteorological facsimile maps
..... Li Cundong, Xiao Chuanyi, Pan Hailang, Chen Riqing, Yang Jinsong(1268)

Image Understanding and Computer Vision

Multi-feature based spatial scene matching model and its application Song Tengyi, Wang Min(1274)

Computer Graphics

Merging planar Delaunay triangulations based on universal operators and the implementation of a divide-conquer algorithm
..... Liu Yonghe, Feng Jinming, Guo Weidong, Tian Gen, Jin Yi(1283)

Consistence segmentation of triangle mesh using Laplace spectral embedding and Mean Shift
..... Ma Yaqi, Li Zhongke, Zhao Jing(1292)

Reassembly of broken 3D solids based on fractured surfaces matching Li Qunhui, Zhou Mingquan, Geng Guohua(1298)

Virtual Reality and Augmented Reality

Real-time simulation of nuclear explosion scene Zheng Tao, Xu Xiaogang, Shao Chengyong(1305)

Medical Image Processing

Global white matter tractography using swarm optimization Feng Yuanjing, Wang Zhejin, Zhang Guijun, Yu Li(1312)

Remote Sensing Image Processing

Geo-positioning line-array CCD images with dual quaternion Sheng Qinghong, Ji Ting, Liu Weiwei, Wang Huinan(1319)

Improved FY-3B/MERSI geolocation accuracy using installation matrix
..... Wu Ronghua, Yang Zhongdong, Guan Min, Li Xiangxiang(1327)

中图法分类号: TP391 文献标识码: A 文章编号: 1006-8961(2012)10-1197-09

论文引用格式: 邵宇, 刘莹, 孙富春. 张量值图像插值方法综述[J]. 中国图象图形学报, 2012, 17(10): 1197-1205.

张量值图像插值方法综述

邵宇^{1,2}, 刘莹^{1,2}, 孙富春^{1,2}

1. 清华大学计算机科学与技术系, 北京 100084; 2. 智能技术与系统国家重点实验室, 北京 100084

摘要: 在图像处理和计算机视觉的许多任务中, 经常需要对图像进行插值从而得到像素点之间的信息。标量值图像的插值方法已经得到充分的发展, 但张量值图像的插值方法还没有深刻的发展和认识。通过对比较零散的张量值图像插值方法的研究现状进行了系统综述, 从数学理论框架的角度出发, 将现有的张量值图像插值方法进行全面分析和分类, 指出欧氏理论框架计算张量会带来问题, 梳理从欧氏框架到黎曼度量框架的研究脉络, 并比较了张量值图像插值方法的评价指标。最后, 给出了张量值图像插值方法未来研究方向的建议。

关键词: 张量值图像; 插值方法; 黎曼度量框架; 张量分量

Overview of tensor valued images interpolation technology

Shao Yu^{1,2}, Liu Ying^{1,2}, Sun Fuchun^{1,2}

1. Department of Computer Science and Technology, Tsinghua University, Beijing 100084, China;

2. State Key Lab of Intelligent Technology and Systems, Beijing 100084, China

Abstract: Many tasks in image processing, computer vision and computer graphics require image interpolation or resampling in order to obtain data at locations that do not coincide with the grid points where the digital image values are known. While image interpolation is fairly well understood for scalar images, not much research has been done so far with respect to the interpolation of tensor fields. In this paper, we present a systematic review of the current research status regarding tensor valued image interpolation. Existing approaches of tensor valued image interpolation are fully analyzed and categorized according to their mathematical framework. First, the drawbacks of tensor calculation under the Euclidean framework are pointed out. Then, the transition of research efforts from under Euclidean framework towards under the Riemannian framework are sorted out. After that, different evaluation metrics of tensor field interpolation methods are compared. Finally, future research directions are discussed.

Key words: tensor valued images; interpolation method; Riemannian metric; tensor component

0 引言

张量是一个物理学和几何学上很普通的概念, 它是与坐标系有联系的一组量, 并满足一定的坐标变换规律。一般可以用矩阵描述张量, 比如 2 阶张量在选定坐标系后就可以用 2×2 的矩阵表示^[1], 而标量和向量分别是 0 阶和 1 阶张量。

张量既是图像处理和分析的一个工具, 比如结构张量常被用于描述图像局部区域的结构^[2-3], 扩散张量用于图像各项异性滤波处理^[4]。张量本身也可以作为张量值图像中的一个值, 张量值图像是指空间中的点都映射为一个张量, 它是张量场在网格点上的离散形式。张量值图像是灰度图像或者彩色图像的扩展, 是一种新的数据或特征表示方式。目前张量场在信息技术领域研究的相对较多的是在

收稿日期: 2012-01-13; 修回日期: 2012-03-31

第一作者简介: 邵宇 (1986—), 男, 清华大学计算机科学与技术系博士研究生, 主要研究方向为图像质量评价与图像超分辨率。

E-mail: shaoyu2011@foxmail.com

医学成像上的扩散张量磁共振成像^[5-6] (DTI), 它的 3 维数据空间中每一个体素数据为一个对称正定的 2 阶张量。张量场分析方法也应用于基于局部结构张量的图像结构分析^[7] 和电磁学上材料的压力与应力分析^[8-9], 并且成为图像分割、运动估计和纹理分析的一个重要工具, 比如 2 阶张量可以对普通图像中的局部和全局结构信息加以识别, 并利用它的某些属性来控制滤波器的大小、形状和朝向, 最大限度的保持图像中的结构信息。

由于数学上张量是一个与多向量空间相关的线性函数, 其高阶性、复杂性使其不易被理解^[10]。不同于普通的灰度或彩色图像, 张量值图像的数据集合带有约束, 对于张量值图像来说, 每一个像素上的值均为对称正定矩阵。因此, 理想的张量值图像处理过程应该保持正定性这一特征。

随着张量值图像应用的广泛深入, 张量值图像插值、去噪、增强、配准和分割等领域的研究日渐引起研究人员的重视。在获取张量值图像的过程中都需要进行一些规则化或插值处理以增强理解和可视化效果^[11-12]。张量值图像插值就是利用已知采样点的张量值来产生未知点张量值的过程, 从而得到更高分辨率的张量值图像。

在某些应用领域, 如果从硬件上着手得到高分辨率张量值图像, 当然可以获得较高的图像质量, 比如在 DTI 图像获取中, 可以对硬件进行改进以提高激发回波平面成像的质量, 但这需要付出较昂贵的代价。而在有些场合无法得到形成张量值图像的原始图像, 那么就无法在硬件上进行改进。因此从软件方面采用插值技术实现提高张量值图像分辨率很有意义。

张量值图像插值算法在国内图像处理领域尚未有系统的理论研究及其算法实现, 国外文献中已经提出了一些张量场插值的方法, 如传统的张量值图像插值方法侧重将普通图像的插值方法推广到张量值图像中。一些基于正则化的插值方法和基于细分的插值方法之间看似没有联系, 但这些方法的出发点都是基于约束条件框架下的插值方法。近年来一些研究者将黎曼几何的一些概念引入到张量场中, 但都只是站在某个具体度量的角度进行阐述, 并没有从黎曼度量理论大框架的基础上讨论插值方法的本质, 本文将指出这些方法都可以统一到同一理论框架之中。同时由于黎曼度量框架下插值方法有很深的理论基础, 比较难理解, 本文将梳理从研究欧氏

框架到研究黎曼度量框架的脉络。

为此, 对比较零散的张量值图像插值方法研究现状进行了系统综述, 对当前典型的张量值图像插值方法进行总结和分类, 详细分析了它们的原理及特点, 并比较了它们的差异。最后, 对张量值图像插值方法的未来研究提出建议, 以期对张量值图像插值方法的进一步研究提供借鉴。

1 张量值图像插值方法分类

张量值图像插值方法大多是因实际应用而提出的, 根据已掌握的资料, 现在还没有文献将其系统的归类。一些研究者尝试把普通图像插值方法的分类标准运用到张量值图像插值方法, 将其分为线性和非线性两类; 还有以插值后是否能保持张量约束为标准, 将其分为约束型和非约束型等。这些分类方法都不能完全反应张量值图像的特点, 本文从更高的理论框架的角度, 对现有的张量值图像插值方法进行全面分析, 按照插值方法的理论框架不同分为 3 类:

1) 基于欧氏空间理论框架的张量值图像插值方法。这类方法以 Kindlmann^[13] 为代表, 把张量看成是欧氏空间中的对称矩阵, 将欧氏空间中灰度图像的一系列插值方法推广到张量值图像插值中。

2) 基于黎曼度量理论框架的张量值图像插值方法。这类方法以 Fillard^[14] 和 Pennecc 等人^[15] 为代表, 通过给张量空间赋予了一种黎曼度量, 使张量空间晋升为黎曼流形, 再在此流形上进行张量场的插值。

3) 基于约束条件框架下的张量值图像插值方法。这类方法以为 Yassine^[16] 和 Weickert 等人^[17] 为代表, 主要思想是对插值后的张量值图像进行适当的约束, 构造最优化函数或者约束方程组, 再通过迭代计算得到张量值图像插值结果。

这种分类方法涵盖了目前已知的张量值图像插值方法, 为研究者在实际应用中选定何种插值方法提供了方便的理论框架。

2 张量值图像插值方法分析

2.1 基于欧氏空间理论框架的张量值图像插值方法

由于张量可以看成是欧氏空间中的一般矩阵,

因此张量处理方法可以借用欧氏空间理论中矩阵的计算方法,下面讨论的方法都属于这一类型。

2.1.1 基于通道形式的插值方法

针对已知成像机理的张量值图像,可以利用原始数据指导插值算法。如 DTI 图像是由 6 幅具有不同方向扩散、编码梯度的 DWI 图像组成的张量值图像,也就是由 6 个通道的图像组成。Kindlmann^[13]和 Tschumperle 等人^[18]提出了 DTI 图像插值的通道形式的插值方法,先对各个通道图像线性插值,再组合成张量值图像。这种线性插值算法估计得到的张量场和实际的张量场有明显的差异,对张量场中的边界产生了过平滑效果。并且插值过程中会出现负定张量,若将负定张量“投影”到约束区域,会导致强制篡改它们的信息。

基于通道形式的插值方法(channel interpolation)虽然计算简单但插值效果不明显,并且这只适用于已知成像机理的张量值图像,不能将它推广到其他类型的张量值图像插值。

2.1.2 基于张量分量形式的插值方法

Zhukov 等人^[19]在张量值图像的可视化文章中提到,张量值图像插值方法可以采取类似灰度图像双线性插值方法,被插值点的张量由邻近顶点张量的线性组合得到,由于是直接对张量的每个分量进行插值,再用处理得到的数据合成新的张量,这种算法的思路比较自然。如果加权系数都大于等于零,就能保证线性组合得到矩阵仍然是一个张量。

鲁志波^[20]提出了基于张量场图像梯度特征的双线性插值的改进方法,通过利用张量场的空间变化率,确定双线性插值中的权值,使得插值时权值随着采样点的局部梯度特征的变化而自适应变化,能更好地保持插值图像的边缘特征。

由于局部结构张量能够区分图像中不同的结构,使得它成为图像处理中一个广泛使用的工具。Castano 等人^[21]利用张量值图像的局部结构张量包含的信息进行插值处理,提出了一种各向异性插值方法。其边缘方向样本的权重比法线方向样本的权重重大,这样能更好地保持图像的边缘特征和细节特征,它保证了插值得到的张量值图像都满足正定性条件,提高了边缘的光滑性和连续性。该方法的具体计算步骤如下:

1) 计算非采样点的局部结构张量 T_X 、 T_X 反映了非采样点邻域内信号变化的方向和大小信息;

2) 计算非采样点局部邻域样本的权重 $w_i =$

$(X - X_i)^T T_X^{-1} (X - X_i)$; 它不仅仅依赖于采样点和插值点之间的空间距离,同时受局部结构特征影响。它随信号变化自适应调整权重的大小,因而能够比较准确地反应信号的真实情况;

3) 对局部邻域样本加权求和得到非采样点的

$$\text{张量 } T(X) = \frac{\sum_{i=1}^n w_i T(X_i)}{\sum_{i=1}^n w_i}, \text{ 由于权值均为正值, 当}$$

输入的张量场是正定矩阵时,插值得到的张量场的正定性也会得到保证。

Rodriguez 等人^[22]提出一种局部结构张量的计算方法,它与文献[21]的方法类似,局部结构张量都是由一组基函数组合得到,因此这种方法计算量大。为了克服文献[21-22]中局部结构张量计算量大的缺点,鲁志波^[20]提出了一种简化的局部结构张量的计算方法。首先用采样点的梯度信息构造初始结构张量,由于在局部邻域内,结构张量的方向和大小都有很强的相关性,那么非采样点可以用其邻域内采样点的结构张量进行逼近,一般情况下双线性插值即可满足要求,大大减少了运算量。

Landman 等人^[23]提出了一种保持张量各项异性特征的插值方法,首先对张量场的各项异性指标(FA)、平均扩散率(MD)和行列式(DA)这 3 个标量场插值,得到非采样点张量的 FA、MD 和 DA,这 3 个标量就唯一确定了张量的特征值;然后计算张量特征向量的归一化权重平均值,得到张量相互正交的特征向量。该方法能有效地避免挤压效应(各项异性值趋于零)和膨胀效应(行列式值变大)。

通过以上分析可知,基于张量分量的插值方法(component-wise interpolation)一般能保证计算结果也是张量,达到了张量值图像可视化和正定性的要求,却丢失了张量场各通道的耦合信息,容易使得张量的一些量化信息发生改变。且当张量场的维数较多时,需要处理的数据量比较大,比较耗费时间。

2.1.3 基于特征系统的插值方法

张量为对称正定矩阵,可以分解为 $M = UDU^T$, 式中 U 是特征向量组成的正交矩阵, $D = \text{diag}(d_i)$ 是特征值对角矩阵。Hotz 等人^[24]提出了一种基于特征值和特征向量的插值方法,先分别对特征值和特征向量进行插值,再合成插值张量。2.1.2 节中的插值方法能产生连续场,而该方法能保持张量形状特征,但此方法的计算过程比较复杂,

需要讨论特征向量的方向问题,因为同一个张量可以指定不同的特征向量。

Sreevalsan-Nair 等人^[25]提出了三角区域的张量值图像插值方法,在三角区域每条边定义特征向量的标记函数,并构建一个统一形式的线性插值函数,它不需要考虑特征向量方向问题。

2.1.4 张量插值的逼近方法

Pajevic 等人^[26]提出了一种张量值图像连续插值的数学框架,利用离散张量值图像在网格点的数据生成一个连续的逼近形式,它通过离散数据的多次重复1维B样条插值来构造得到。以3阶张量场为例,张量场 $T(x)$ 的连续逼近形式为

$$T(x) = \sum_{i=1}^3 \sum_k \sum_l \sum_m (c_i(k, l, m) \times B^i(x - k, y - l, z - m)) \quad (1)$$

式中, c_i 为系数, B^i 为插值样条函数。

除了在各项异性的边界处外,张量场的逼近形式的误差很小,并不会对张量的迹的估计产生偏差。但该方法会造成边缘处的模糊,这是由于样条插值方法是对数据的拟合处理,在边缘处张量场发生突变导致拟合结果不能保持边缘特性。另一个不足之处是不能保证插值后的张量满足正定性条件。

2.2 基于黎曼度量理论框架的张量值图像插值方法

2.2.1 张量空间上的黎曼度量

Fillard 等人^[14]定义了张量空间 $\text{Sym}^+(n)$ 上的乘法算子: $S_1 \odot S_2 := \exp(\log(S_1) + \log(S_2))$ 。 \exp 和 \log 分别为矩阵在欧氏空间中的指数映射和对数映射

$$\exp(M) = U \text{diag}(\exp(d_i)) U^T \quad (2)$$

$$\log(M) = U \text{diag}(\log(d_i)) U^T \quad (3)$$

式中, U 是 M 的特征向量组成的正交矩阵, d_i 是 M 的特征值。

Fillard 等人^[14]同时定义了张量流形中任意点 S 的切空间上两向量 V_1 和 V_2 的内积

$$\langle V_1, V_2 \rangle_S = \langle \log V_1, \log V_2 \rangle_{\text{td}} \quad (4)$$

Arsigny^[27]把这种内积形式称为张量流形的 Log-Euclidean 度量,并定义张量流形上的指数映射和对数映射

$$\begin{cases} \log_{S_1}(S_2) = \exp(\log(S_2) - \log(S_1)) \\ \exp_{S_1}(L) = \exp(\log(S_1) + \log L) \end{cases} \quad (5)$$

式中, L 是 S_1 到 S_2 的切向量。

联立方程(4)(5)得到 $\text{Sym}^+(n)$ 中任意两点 S_1

和 S_2 在 Log-Euclidean 度量下的距离函数

$$d(S_1, S_2) = \|\log(S_2) - \log(S_1)\|_{\text{td}} \quad (6)$$

上述距离函数在正交变换和缩放变换下能保持不变性。Arsigny^[28]给出了 Log-Euclidean 度量下另外一种距离函数

$$d(S_1, S_2) = (\text{tr}((\log(S_2) - \log(S_1))^2))^{1/2} \quad (7)$$

与式(4)中的内积定义不同,文献[15]中给出了另外一种内积形式,并得到仿射不变度量的距离函数

$$d(S_1, S_2) = \|\log(S_1^{-1/2} S_2 S_1^{-1/2})\| \quad (8)$$

在 Log-Euclidean 度量中,张量空间中任意两点 S_1 和 S_2 之间的测地线由单参数 t 给出

$$\exp((1-t)\log(S_1) + t\log(S_2)) \quad (9)$$

在仿射不变度量下, S_1 和 S_2 之间的测地线为

$$S_1^{1/2} \cdot \exp(t\log(S_1^{-1/2} S_2 S_1^{-1/2})) \cdot S_1^{1/2} \quad (10)$$

2.2.2 两种度量下的张量值图像插值方法

文献[29]提出了黎曼度量框架下张量值图像线性插值方法,并推广到双线性插值。它的思想是两个张量之间的插值张量为其在最短测地线上线性插值得到的张量,这种方法容易计算,物理意义明确。

与仿射不变度量和 Log-Euclidean 度量在流形的测地线上进行插值的方法不同,Kindlmann 等人^[30]提出了一种测地-恒向线路径的张量值图像插值方法。先给出了张量场中测地-恒向线的计算方法,并以此定义张量场两点之间的距离函数。该张量值图像插值是一个迭代计算的过程,先用一般的线性插值方法得到张量场的初始估计,然后迭代使得张量场中的每一点都向测地-恒向线靠近,最终收敛得到插值后的张量值图像。

Fillard 等人^[31-32]在基于仿射不变度量和基于 Log-Euclidean 度量的黎曼度量框架下,将径向基核函数插值方法推广到张量值图像插值。由于一般的径向基核函数插值方法只适应于向量场,为此先计算张量场的均值点 \bar{S} ;然后将张量场中每点都映射为均值点切向量空间中的一个向量 $W_i = \log_S(S_i)$, $\forall i = 1, \dots, n$;最后将插值后的向量场映射得到张量结果 $S_i = \exp_S(W_i)$ 。径向基核函数可以选择高斯核函数、薄板样条核函数等其他类型。

Barmpoutis 等人^[33]将向量值图像中的 B 样条的插值方法拓展到张量值图像插值,提出了基于黎曼度量的张量图像样条插值,由于 B 样条的

高阶连续性,因此该方法能处理有噪声的张量值图像。文献[28-29]中提出了基于黎曼度量框架下的张量值图像 PDE 滤波方法,并将滤波方法中的正则项引入到张量值图像插值方法中,通过调整正则项系数大小来控制插值的平滑程度。

2.3 基于约束条件框架下的张量值图像插值方法

由稀疏的张量值图像插值得到稠密张量值图像的过程,本质上是一个不适定(ill-posed)的数学反问题^[34]。基于约束条件框架下的张量值图像插值方法的基本思想是通过对该问题引入一些约束,将原来不适定性问题转为适定性问题,同时保证与原问题真实解接近。基于偏微分方程(PDE)和基于细分(subdivision approach)的张量值图像插值方法都属于这种类型,它们的区别只是约束条件不同。

2.3.1 基于细分的方法

受计算机图形学中表面细分算法的启发,Yassine等人^[16]提出了一种张量值图像插值的细分算法,通过在张量场中引入对散度和旋度的平滑约束,计算出被插值点张量信息。并给出了1阶、2阶、4阶张量值图像插值计算公式。

该方法把张量值图像中的每一点看成是网格中的顶点,在已知网格中插入新的顶点,用递归网格生成方法得到精细的网格信息。通过对稠密张量场的插值条件、散度最小化和旋度最小化的约束,得到线性方程 $\mathbf{p}^{n+1} = \mathbf{S}\mathbf{p}^n$,线性方程每一次迭代得到更高分辨率的张量值图像。这里 \mathbf{p} 是网格顶点集合, n 是迭代次数, \mathbf{S} 是细分矩阵。可以看出细分迭代过程得到新网格点是旧网格点线性加权的结果。它的优点是在每次迭代计算的过程中,只是计算矩阵乘法,并且细分矩阵 \mathbf{S} 是稀疏的,但该方法只能得到规则网格点中的插值结果,而不能得到任意位置点的插值结果。

Yassine等人^[35]提出了一种基于贝塞尔曲面片表示的2阶和4阶张量值图像插值方法。用已知的邻域张量组成贝塞尔张量值曲面,曲面内部的张量就可以用贝塞尔曲面上的点表示。通过对张量场的插值条件、边界条件、散度最小化和旋度最小化4个条件的约束,得到一组线性方程,再求解线性方程得到贝塞尔曲面的控制点参数。与上面方法^[16]相比,它的优点是被插值点不受网格的约束。Barmoutis等人^[36]用一组笛卡儿基张量代替贝塞尔基张量,并把张量值插值阶数推广到任意阶。

基于细分的插值方法的核心思想是通过引入不

同约束条件,构造线性方程组。但线性方程组的个数往往比未知数个数多,会带来过拟合的问题,也就是在采样点的张量会随着迭代次数的增加而变得平滑。因此如何选定合适的约束条件是基于细分方法面临的最大的挑战。

2.3.2 基于正则化的插值方法

Weickert^[17]将标量图像的PDE滤波模型推广到张量值图像插值算法中,插值模型为

$$c(x)(\mathbf{u} - \mathbf{f}) - (1 - c(x))\mathbf{L}\mathbf{u} = 0 \quad (11)$$

式中, $c(x)$ 为图像置信度函数,在采样点时 $c(x) = 1$,在插值点时 $c(x) = 0$, \mathbf{f} 是原图像; \mathbf{u} 是插值后图像, $\mathbf{L}\mathbf{u}$ 是正则项。将标量图像滤波方法中的各向同性滤波^[37]和各向异性滤波^[38]的正则项引入到张量值图像插值模型构造之中,得到两种基于正则化的插值方法。各向同性的正则项为 $\mathbf{L}\mathbf{u} = \text{div}(g(\sum_{k,l} |\nabla u_{kl}|^2) \nabla u_{ij})$,各向异性的正则项为 $\mathbf{L}\mathbf{u} = \text{div}(g(\nabla u_{kl,\sigma} \nabla u_{kl,\sigma}^T) \nabla u_{ij})$ 。

该方法的插值点可以是任意位置,并能保持张量的连续性,可是计算插值图像的过程是迭代过程,因此算法的效率不高。Barmoutis等人^[39]指出了该方法还可以用于张量值图像的去噪,但都不能保持张量的正定性。Westin等人^[40]基于归一化卷积和马尔可夫随机场的贝叶斯框架对张量场进行正则化处理,由于张量各分量是分别处理的,它会导致插值的量化信息发生改变。

3 比较和讨论

3.1 欧氏空间理论方法的带来的问题

直观上看,张量是欧氏空间中的矩阵,可以用矩阵在欧氏空间的计算框架处理张量。如定义距离函数为 $\text{dist}(\mathbf{S}_1 - \mathbf{S}_2) = \text{tr}((\mathbf{S}_1 - \mathbf{S}_2)^2)$ 。这种方法虽然计算简单,但会带来几个问题:

1)非正定效应。张量的凸组合还是张量,但是张量非凸组合并不能保证还是张量,例如两个张量的差不一定还是张量。同样的道理,张量与一个负数相乘结果不是张量。在求和或者张量场正则化等算法中,会出现矩阵特征值为零或负数的情形,不满足矩阵正定的要求,超越了张量空间,这就给张量场的可视化带来不便。同时在图像处理中,非正定的张量也是没有实际物理意义的。

2)膨胀效应^[41-42]。张量一般对应于协方差矩

阵,张量的行列式表示随机变量的分散程度。如灰度图像中结构张量表示邻域的梯度协方差;在 DTI 图像中扩散张量表示水分子布朗运动变量的协方差矩阵。在欧氏空间中两个张量的加权求和得到的矩阵行列式,往往比每个张量的行列式都大,也就是该张量对应的随机变量分散程度要比每个张量都大^[42],这在直观上不符合物理意义。

张量是特征值有特殊约束的一类对称矩阵,因此张量空间是对称矩阵空间 $\text{Sym}(n)$ 的一个子空间 $\text{Sym}^+(n)$ 。张量空间缺乏向量空间的线性结构,为了避免张量值图像插值方法的结果超出张量空间,一些向量空间中的处理算法如基于偏微分方程的图像处理算法,就不适合于张量的处理。为了保持张量场的结构信息,还需抑制张量值图像插值方法可能带来的膨胀效应。

3.2 黎曼度量框架的发展由来

那么是否存在一些数学框架,能够保证对张量处理的结果依然还是张量。如果存在,这种数学框架的理论和性质是什么?为了克服欧氏理论框架下张量值图像处理的问题,在黎曼度量框架提出之前,一些研究者讨论了其他的数学框架,将这些方法进行梳理。

3.2.1 其他的张量处理方法

为了保持张量值图像插值后的正定性,文献^[6, 43-44]提出了针对扩散张量图像的正则化方法。Tschumperl^[41,45]用类似的方法,先对张量谱分解 $\mathbf{M} = \mathbf{U}\mathbf{D}\mathbf{U}^T$,再对特征值和特征方向分别正则化。这种想法考虑到了张量场的全部信息,而且不用对负定张量做特殊处理,实现了张量中特征值部分和特征向量部分的分离,此时张量值图像的处理可以转化为一个向量图像进行处理,降低了处理数据的维数。但是由于谱分解特征方向的非唯一性,因此这种方法需要重定向的附加步骤;在张量的特征值相同时,所有的正交向量都可以作为其特征向量,这使得重定向步骤变得更困难。谱分解特征方向的非唯一性还会引起“伪不连续”现象:即均匀的张量场分解得到的旋转矩阵场可能不再均匀,从而出现突变。

Wang 等人^[46]采用 J 距离(对称 Kullback-Leibler 距离)的张量处理框架。Wang 等人^[47]提出了基于 Cholesky 分解的张量处理框架,将张量分解为两个三角矩阵的乘积: $\mathbf{M} = \mathbf{L}\mathbf{L}^T$;由于三角矩阵是可以看成向量,在 \mathbf{L} 的空间进行插值后,通过 $\mathbf{L}\mathbf{L}^T$ 逆映射得到

张量插值结果,这些计算框架都没有克服欧氏框架的缺陷。

3.2.2 黎曼度量框架的提出及优缺点

为了克服欧氏空间中张量处理的缺陷, Pennec 等人^[15]给张量空间赋予了一种仿射不变的黎曼度量,使张量空间晋升为黎曼流形,很方便的计算两个张量之间的测地线、张量集的平均值等,它有很好的理论性质却计算复杂。Arsigny^[27]提出了一种计算更简单的基于 Log-Euclidean 度量的张量值图像插值方法,也能避免欧氏空间中计算的弊端。

虽然在黎曼度量框架下进行张量处理有很好的理论性质,但依然会有些问题:

1) 改变了张量场的度量,在欧氏范数下距离相等的两个张量,在黎曼度量框架下距离不再相等,这有可能导致在图像处理的过程中对图像细节的辨认出现偏差。

2) 带噪声的张量值图像存在负定的情况,只有将其改为正定对称的张量,才可以取对数运算,这是就不得不强制修改图像信息。

3.3 插值方法的评价指标

针对不同的应用领域,衡量张量值图像插值算法优劣的标准也不同。Weickert^[17]和鲁志波等人^[20]提出了一种平均误差比来计算估计值与真实值之间的相似程度。张量值图像之间的平均误差百分比(MPE)的定义为

$$\text{MPE} = \frac{1}{n} \sum_{n} \frac{\|\mathbf{D} - \hat{\mathbf{D}}\|}{\|\mathbf{D}\|} \times 100\% \quad (12)$$

式中, n 为张量所包含的分量个数(在 2 阶张量中 $n=4$), \mathbf{D} 为参考张量值图像, $\hat{\mathbf{D}}$ 为插值张量值图像。它是从均方根意义上衡量两个张量值图像之间相对误差, MPE 值越小表明插值后张量值图像更加接近原始张量值图像。

张量值图像的这种逐点比较的评价方法很直观,却有一些不足^[48]。比如改变图像的对比度虽然不会影响图像的结构信息,但会造成平均误差变大。Muñoz-Moreno^[48]将标量值图像相似性度量方法 MSSIM^[49]与 QILV^[50]扩展到张量值图像。最近 Muñoz-Moreno^[51]又将标量图像的另外一些质量评价方法推广到张量值图像相似性度量。除此之外, Wang^[52]和 Peeters 等人^[53]提出了另外一些计算两个张量之间的相似性度量的方法,它们都可以用来衡量插值方法的好坏。Gahm 等人^[54]利用 bootstrap 统计方法^[55],比较了基于张量分量形式的线性插值

方法、基于张量分量形式的最邻近插值方法、基于 Log-Euclidean 度量插值方法和基于测地-恒向插值方法在张量特征值、各向异性分数^[56]和张量的主方向(primary eigenvector)等方面的准确程度。根据统计结果得出基于 Log-Euclidean 度量插值方法和基于测地-恒向插值方法的结果偏差最小,效果最好。

4 结 论

张量值图像插值方法极大地丰富了张量值图像的相关理论,并为张量值图像的去噪和滤波等方法提供了新的思路,研究和应用前景广阔。

近年来虽然有一些研究人员致力于张量值图像插值方面的研究,但目前这些方法多是针对某个具体的任务提出的,并没有很好地梳理其理论框架。本文对比较零散的张量值图像插值方法研究现状进行了系统综述,对当前典型的张量值图像插值方法进行总结和分类。

根据对现有研究工作的总结和分析,张量值图像插值方法研究虽然取得了长足的进步,但其中还有一些问题需要在未来研究中得到突破,下一步的研究方向可以从以下几个方面考虑:

1)大部分插值方法都是基于张量是正定对称矩阵这一前提,若张量值图像噪声很大,造成有些张量不满足正定性,这时张量的一些运算(如对数函数)就无法实现。因此研究在噪声条件下张量值图像插值方法是接下来需要突破的研究问题。

2)目前张量值图像插值算法的评价方法并不多,并且需要已知原始张量值图像信息。广泛采用的 MPE 方法只是衡量数学意义下的两个张量值图像的相似性,但这不是最佳的衡量方法,并没有考虑视觉效果和张量值图像本身的特点。因此,研究并提出综合考虑主观评价和客观评价的准则应该受到重视。

3)由于面向的应用不同,张量值图像插值方法表现出多种多样的特点。不同类型的插值方法所关注的目标不同,即使同一类的插值方法,具体的实现过程也不太相同。在实际应用时,应根据具体应用的特点选择不同的插值方法。

4)张量值图像插值方法在 DTI 图像可视化和图像超分辨率都已经有了一些比较好的应用。但由于张量值图像数据具备高阶高维的特性,将张量场理论应用于计算机信息处理领域尚处于初步的探索

阶段,研究该方法更广泛的实际应用以及在现有的图像处理方法中的应用将有十分重要的意义。

参考文献(References)

- [1] Weickert J, Hagen H. Visualization and Processing of Tensor Fields[M]. Berlin, Germany: Springer Verlag, 2006.
- [2] Knutsson H, Westin C F, Andersson M. Representing local structure using tensors II[C]// Proceedings of the 17th Scandinavian Conference on Image Analysis. Ystad, Sweden: Springer-Verlag, 2011:545-556.
- [3] Liu H, Wei Z. An edge-adaptive structure tensor kernel regression for image interpolation[C]// Proceedings of the 2nd International Conference on Future Computer and Communication. Wuhan, China: IEEE, 2010:681-685.
- [4] Burgeth B, Didas S, Weickert J. A general structure tensor concept and coherence-enhancing diffusion filtering for matrix fields [M]//Laidlaw D, Weickert J. Visualization and Processing of Tensor Fields. Berlin Heidelberg: Springer, 2009:305-323.
- [5] Basser P J, Mattiello J, LeBihan D. MR diffusion tensor spectroscopy and imaging[J]. Biophysical Journal, 1994, 66(1):259-267.
- [6] Westin C F, Maier S E, Mamata H, et al. Processing and visualization for diffusion tensor MRI[J]. Medical Image Analysis, 2002, 6(2):93-108.
- [7] Bigun J, Granlund G H. Optimal orientation detection of linear symmetry[C]// Proceedings of the IEEE First International Conference on Computer Vision. London, Great Britain: IEEE, 1987: 433-438.
- [8] Witalis E A. Incompressible steady flow with tensor conductivity leaving a transverse magnetic field[J]. Journal of Nuclear Energy. Part C, Plasma Physics, Accelerators, Thermonuclear Research, 1966, 8(2):137-143.
- [9] Boring E, Pang A. Interactive deformations from tensor fields [C]// Proceedings of the Conference on Visualization '98. Los Alamitos, CA USA: IEEE, 1998:297-304.
- [10] Li X L, Li F Z. A model of data reduction based on tensor field [C]// WRI Global Congress on Intelligent Systems. Xiamen, China: IEEE, 2009:356-359.
- [11] Jeremic B, Scheuermann G, Frey J, et al. Tensor visualization in computational geomechanics[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2002, 26(10): 925-944.
- [12] Zheng X, Parlett B N, Pang A. Topological lines in 3D tensor fields and discriminant hessian factorization[J]. IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics, 2005, 11(4):395-407.
- [13] Kindlmann G, Weinstein D, Hart D. Strategies for direct volume rendering of diffusion tensor fields [J]. IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics, 2000, 6(2):124-138.

- [14] Arsigny V, Fillard P, Pennec X, et al. Fast and simple calculus on tensors in the log-euclidean framework [C]// Proceedings of MICCAI. Palm Springs, CA, United States; Springer-Verlag, 2005:115-122.
- [15] Pennec X, Fillard P, Ayache N. A Riemannian framework for tensor computing [J]. International Journal of Computer Vision, 2006, 66(1):41-66.
- [16] Yassine I A, McGraw T. A subdivision approach to tensor field interpolation [C]// Proceedings of Workshop On Computational Diffusion MRI. New York; IEEE. 2008:117-124.
- [17] Weickert J, Welk M. Tensor Field Interpolation with PDEs [M]// Visualization and Processing of Tensor Fields, Berlin; Springer Verlag, 2006, 315-325.
- [18] Tschumperle D, Deriche R. Diffusion tensor regularization with constraints preservation [C]// Proceedings of IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Hawaii, USA; IEEE, 2001:948-953.
- [19] Zhukov L, Barr A H. Oriented tensor reconstruction: Tracing neural pathways from diffusion tensor MRI [C]// Proceedings of IEEE Visualization. Boston, MA, United states; IEEE, 2002:387-394.
- [20] Lu Z B. Research on enhancement and interpolation algorithms in medical image processing [D]. Zhengzhou: PLA Information Engineering University, 2007. [鲁志波. 医学图像增强与插值的算法研究 [D]. 郑州:解放军信息工程大学, 2007.]
- [21] Castaño-Moraga C, Rodriguez-Florido M, Alvarez L, et al. Anisotropic interpolation of DT-MRI [C]// Proceedings of MICCAI. Saint-Malo, France; Springer, 2004:343-350.
- [22] Rodriguez-Florido M A, Westin C F, Ruiz-Alzola J. DT-MRI regularization using anisotropic tensor field filtering [C]// IEEE International Symposium on Biomedical Imaging: Nano to Macro. Arlington, VA, USA; IEEE, 2004:336-339.
- [23] Landman B A, Bazin P, Prince J L. Tensor interpolation by concise local estimation of anisotropy and rotation [C]// Proceedings of the Workshop on Computational Diffusion MRI at the 11th International Conference on Medical Image Computing and Computer Assisted Intervention. New York; Springer, 2008:21-28.
- [24] Hotz I, Sreevalsan-Nair J, Hagen H, et al. Tensor field reconstruction based on eigenvector and eigenvalue interpolation [J]. Proceedings of Scientific Visualization: Advanced Concepts, 2010, 1:110-123.
- [25] Sreevalsan N J, Auer C, Hamann B, et al. Eigenvector-based interpolation and segmentation of 2d tensor fields [M]// Topological Methods in Data Analysis and Visualization. Berlin; Springer-Verlag, 2011, 139-150.
- [26] Pajevic S, Aldroubi A, Basser P J. A continuous tensor field approximation of discrete DT-MRI data for extracting microstructural and architectural features of tissue [J]. Journal of Magnetic Resonance, 2002, 154(1):85-100.
- [27] Arsigny V. Processing data in lie groups: an algebraic approach. Application to non-Linear registration and diffusion tensor MRI [D]. Paris; Ecole Polytechnique, 2006.
- [28] Arsigny V, Fillard P, Pennec X, et al. Log-Euclidean metrics for fast and simple calculus on diffusion tensors [J]. Magnetic Resonance in Medicine, 2006, 56(2):411-421.
- [29] Fillard P. Riemannian processing of tensors for diffusion MRI and computational anatomy of the brain [D]. Nice, France; University of Nice-Sophia Antipolis, 2008.
- [30] Kindlmann G, Estepar R S J, Niethammer M, et al. Geodesic-loxodromes for diffusion tensor interpolation and difference measurement [C]// Proceedings of the 10th international conference on Medical image computing and computer-assisted intervention. Brisbane, Australia; Springer-Verlag, 2007:1-9.
- [31] Fillard P, Arsigny V, Pennec X, et al. Extrapolation of sparse tensor fields: Application to the modeling of brain variability [C]// Lecture Notes in Computer Science. Glenwood Springs, CO, United States; Springer, 2005:27-38.
- [32] Fillard P, Arsigny V, Pennec X, et al. Measuring brain variability by extrapolating sparse tensor fields measured on sulcal lines [J]. Neuroimage, 2007, 34(2):639-650.
- [33] Barmpoutis A, Vemuri B C, Shepherd T M, et al. Tensor splines for interpolation and approximation of DT-MRI with applications to segmentation of isolated rat hippocampi [J]. IEEE Transactions on Medical Imaging, 2007, 26(11):1537-1546.
- [34] Ni K S, Nguyen T Q. An adaptable k-nearest neighbors algorithm for MMSE image interpolation [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2009, 18(9):1976-1987.
- [35] Yassine I, McGraw T. 4th order diffusion tensor interpolation with divergence and curl constrained Bézier patches [C]// Proceedings of the Sixth IEEE international conference on Symposium on Biomedical Imaging: From Nano to Macro. Boston, MA, USA; IEEE, 2009:634-637.
- [36] Barmpoutis A, Vemuri B C. A unified framework for estimating diffusion tensors of any order with symmetric positive-definite constraints [C]// 2010 IEEE International Symposium on Biomedical Imaging: From Nano to Macro. Rotterdam, The Netherlands; IEEE, 2010:1385-1388.
- [37] Tschumperle D, Deriche R. Orthonormal vector sets regularization with PDE's and applications [J]. International Journal of Computer Vision, 2002, 50(3):237-252.
- [38] Weickert J, Brox T. Diffusion and regularization of vector- and matrix-valued images [J]. Contemporary Mathematics, 2002, 313:251-268.
- [39] Barmpoutis A, Vemuri B C, Forder J R. Robust tensor splines for approximation of diffusion tensor MRI data [C]// Proceedings of the IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. New York, United states; IEEE, 2006:86.
- [40] Westin C F, Martin-Fernandez M, Alberola-Lopez C, et al. Tensor field regularization using normalized convolution and Markov random fields in a Bayesian framework [M]// Visualization and Processing of Tensor Fields. Berlin Heidelberg, Germany; Springer, 2006:381-398.

- [41] Tschumperl E D, Deriche R. Orthonormal vector sets regularization with PDE's and applications [J]. *International Journal of Computer Vision*, 2002, 50(3):237-252.
- [42] Yassine I A. High rank tensor and spherical harmonic models for diffusion MRI processing [D]. Morgantown; West Virginia University, 2010.
- [43] Le Bihan D, Mangin J, Poupon C, et al. Diffusion tensor imaging: Concepts and applications [J]. *Journal of Magnetic Resonance Imaging*, 2001, 13(4):534-546.
- [44] Coulon O, Alexander D C, Arridge S. Diffusion tensor magnetic resonance image regularization [J]. *Medical Image Analysis*, 2004, 8(1):47-67.
- [45] Tschumperl E D. PDE's based regularization of multivalued images and applications [D]. Nice, France: Universite de Nice-Sophia Antipolis, 2002.
- [46] Wang Z Z, Vemuri B C. An affine invariant tensor dissimilarity measure and its applications to tensor-valued image segmentation [C]// *Proceedings of Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. Washington, DC: IEEE, 2004: 228-233.
- [47] Wang Z Z, Vemuri B C, Chen Y, et al. A constrained variational principle for direct estimation and smoothing of the diffusion tensor field from complex DWI [J]. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 2004, 23(8):930-939.
- [48] Muñoz-Moreno E, Aja-Fernandez S, Martin-Fernandez M. A methodology for quality assessment in tensor images [C]// *Proceedings of Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition Workshops*. Alaska, USA: IEEE, 2008:1-6.
- [49] Wang Z, Bovik A C, Sheikh H R, et al. Image quality assessment: From error visibility to structural similarity [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2004, 13(4):600-612.
- [50] Aja-Fernandez S, Estepar R S J, Alberola-Lopez C, et al. Image quality assessment based on local variance [C]// *Proceedings of 28th Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society*. New York, USA: IEEE, 2006: 4815-4818.
- [51] Muñoz-Moreno E, Aja-Fernández S, Martin-Fernandez M. Quality Assessment of Tensor Images [M]. London: Springer, 2009:79.
- [52] Wang Z, Vemuri B C. DTI segmentation using an information theoretic tensor dissimilarity measure [J]. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 2005, 24(10):1267-1277.
- [53] Peeters T, Rodrigues P R, Vilanova A, et al. Analysis of distance/similarity measures for diffusion tensor imaging [J]. *Visualization and Processing of Tensor Fields*, 2009, 2:113-136.
- [54] Gahn J, Wisniewski N, Klug W S, et al. Statistical comparison of DT-MRI interpolation methods using cardiac DT-MRI data [C]// *Proceedings of the International Society for Magnetic Resonance in Medicine*. Montréal, Canada: Wiley, 2011:3894.
- [55] Ross S M. *Introduction to Probability and Statistics for Engineers and Scientists* [M]. New York: Academic Press, 2009.
- [56] Basser P J, Pierpaoli C. Microstructural and physiological features of tissues elucidated by quantitative-diffusion-tensor MRI [J]. *Journal of Magnetic Resonance Series B*, 1996, 111(3):209-219.