

Journal of Image
and Graphics

中国图象图形学报



ISSN1006-8961
CN11-3758/TB

2012 **3**
Vol.17 No.

中国科学院遥感应用研究所
中国图象图形学学会主办
北京应用物理与计算数学研究所

中国图象图形学报

Zhongguo Tuxiang Tuxing Xuebao

2012年3月 第17卷 第3期(总第191期)

目次

图像处理和编码

- 摄影测量共线方程的单位四元数描述 杨化超,卢晓攀,王永波,姚国标(301)
- 分形压缩感知高维信号重构方法 刘佶鑫,孙权森(309)
- 自适应子矢量划分的快速码字搜索算法 吴鑫鹏,潘志斌,李达(315)
- 基于人类视觉模型的各向异性扩散滤波方法 宋建军,侯志强,余旺盛(321)
- 整数提升小波多相矩阵分解系数的快速提取算法 王锋,赵志文,牟盛(329)
- 自适应样本块大小的图像修复方法 孟春芝,何凯,焦青兰(337)

图像分析和识别

- 改进FCM在交互式图像分割中的应用 依玉峰,高立群,郭丽(342)
- 输电导线图像目标识别方法 孙凤杰,杨镇浓,李媛媛,范杰清(349)
- 无表观特征小目标检测与跟踪 陶霖密,李亮,邸慧军(357)
- 应用改进频率调谐的海上小目标检测方法 任蕾,施朝健,冉鑫(365)
- 视觉注意原理局部特征的行人检测 刘俊涛,刘文予,吴彩华,李雄伟,冯镔(370)
- 尺度不变单样本人脸识别方法 王炜强,张晓阳,曹春芹,付奎生(380)
- 复杂交通场景中采用稀疏表示的车辆识别方法 李修志,吴健,崔志明,陈建明(387)
- 利用复合导数的边缘检测新算法 程金梅,叶永强,姜斌(393)

图像理解和计算机视觉

迭代分割逼近:新的基于局部响应显著度的角点检测 马丽红,谭幸均(402)

融合 SIFT 特征的熵图估计医学图像非刚性配准 张少敏,支力佳,赵大哲,林树宽,赵宏(412)

计算机图形学

面向非均匀采样点集的 3 维表面重建算法 刘晓平,段瑞青,余烨(419)

基于可编程图形管线的大规模流程工厂模型多分辨率绘制方法 周剑,唐卫清,朱耀琴,夏明,黄晓剑(426)

带有位置修正的环境映射 王晨昊,汤晓安,孙即祥,马伯宁(435)

遥感图像处理

海岸线遥感信息提取的元胞自动机方法及其应用 冯永玖,韩震(441)

中国图象图形学报

刊名题字: 宋 健

月刊(1996 年创刊)

第 17 卷 第 3 期

2012 年 3 月 16 日出版

主管单位 中国科学院

主 办 中国科学院遥感应用研究所

中国图象图形学学会

北京应用物理与计算数学研究所

主 编 李小文

编辑出版 《中国图象图形学报》编辑出版委员会

北京 9718 信箱 邮编 100101

电子信箱:jig@irsa. ac. cn

电话:010-68407995 010-82614429

网 址:www. cjig. cn

印刷装订 北京北林印刷厂

广告经营许可证 京朝工商广字第 0346 号

总 发 行 北京报刊发行局

订 购 全国各地邮局

国外发行 中国国际图书贸易总公司

(中国国际书店)

(北京 399 信箱 邮编 100044)

Superintended by Chinese Academy of Sciences

Sponsored by Institute of Remote Sensing Application,
CAS China Society of Image and Graphics
Institute of Applied Physics and Computational
Mathematics

Chief editor LI Xiaowen

Editor, Publisher Editorial and Publishing Board
of Journal of Image and Graphics
(P. O. Box 9718, Beijing 100101, China)
E-mail:jig@irsa. ac. cn

Distributed by Beijing Bureau for Distribution of Newspapers
and Journals

Domestic All Local Post Offices in China

Foreign China International Book Trading Corporation
(P. O. Box 399, Beijing 100044, China)

Printed by Beijing Beilin Printing House

Journal of Image and Graphics

(Monthly, Started in 1996)

Vol. 17 No. 3 March 2012

Contents

Image Processing and Coding

- Unit quaternion based description of collinearity equations Yang Huachao, Lu Xiaopan, Wang Yongbo, Yao Guobiao(301)
- Fractal compressive sensing for high-dimension signal recovery Liu Jixin, Sun Quansen(309)
- Fast codeword search algorithm based on adaptive subvector partitions Wu Xinpeng, Pan Zhibin, Li Da(315)
- Anisotropic diffusion image smoothing method based on human visual model Song Jianjun, Hou Zhiqiang, Yu Wangsheng(321)
- Fast extraction algorithm of the polyphase matrix decomposition coefficient based integer lifting wavelet
..... Wang Feng, Zhao Zhiwen, Mou Sheng(329)
- Image completion method with adaptive patch size Meng Chunzhi, He Kai, Jiao Qinglan(337)

Image Analysis and Recognition

- Application of improved FCM for interactive image segmentation Yi Yufeng, Gao Liqun, Guo Li(342)
- Methods of transmission line target recognition Sun Fengjie, Yang Zhenhuan, Li Yuanyuan, Fan Jieqing(349)
- Featureless small object detection and tracking Tao Linmi, Li Liang, Di Huijun(357)
- Small target detection method under sea surface environment using revised frequency tuned saliency detection
..... Ren Lei, Shi Chaojian, Ran Xin(365)
- Pedestrian detection method using local feature based on vision attention
..... Liu Juntao, Liu Wenyu, Wu Caihua, Li Xiongwei, Feng Bin(370)
- Scale invariant face recognition from single sample Wang Weiqiang, Zhang Xiaoyang, Cao Chunqin, Fu Kuisheng(380)
- Sparse representation method of vehicle recognition in complex traffic scenes
..... Li Xiuzhi, Wu Jian, Cui Zhiming, Chen Jianming(387)
- Novel edge detection algorithm using a composite derivative Cheng Jinmei, Ye Yongqiang, Jiang Bin(393)

Image Understanding and Computer Vision

- Iterative segment approaching: new corner detection based on local response saliency Ma Lihong, Tan Xingjun(402)
- Entropic graph estimation integrated with SIFT features for medical image non-rigid registration
..... Zhang Shaomin, Zhi Lijia, Zhao Dazhe, Lin Shukuan, Zhao Hong(412)

Computer Graphics

- Three-dimensional surface reconstruction algorithm for non-uniform sampling points Liu Xiaoping, Duan Ruiqing, Yu Ye(419)
- Multi-resolution rendering approach of large-scale process plant models based on programmable graphics pipeline
..... Zhou Jian, Tang Weiqing, Zhu Yaoqin, Xia Ming, Huang Xiaojian(426)
- Environment mapping with position rectification Wang Chenhao, Tang Xiao'an, Sun Jixiang, Ma Boning(435)

Remote Sensing Image Processing

- Cellular automata approach to extract shoreline from remote sensing imageries and its application
..... Feng Yongjiu, Han Zhen(441)

中图法分类号: P234.1 文献标志码: A 文章编号: 1006-8961(2012)03-0301-08

论文引用格式: 杨化超, 卢晓攀, 王永波, 姚国标. 摄影测量共线方程的单位四元数描述 [J]. 中国图象图形学报, 2012, 17(3): 301-308

摄影测量共线方程的单位四元数描述

杨化超^{1,2}, 卢晓攀², 王永波^{1,2}, 姚国标¹

1. 国土环境与灾害监测国家测绘局重点实验室, 徐州 221116; 2. 中国矿业大学环境与测绘学院, 徐州 221116

摘要: 为探讨四元数在摄影测量共线方程严密解算中的应用问题, 从四元数的基本理论出发, 详细推导以单位四元数矩阵表达的共线方程的严密线性化公式, 该线性化公式无须对旋转矩阵进行微分。以单像后方交会和光束法平差为例采用模拟数据和实际数据实验。结果表明, 推导的以四元数矩阵为基础的线性化共线方程具有形式简单、初值无关性和收敛速度快的优点。具有一定的实用价值。

关键词: 共线方程; 单位四元数; 旋转矩阵; 光束法平差

Unit quaternion based description of collinearity equations

Yang Huachao^{1,2}, Lu Xiaopan², Wang Yongbo^{1,2}, Yao Guobiao¹

1. Key Laboratory for Land Environment & Disaster Monitoring of SBSM, Xuzhou 221116, China;

2. School of Environmental & Spatial Informatics, China University of Mining & Technology, Xuzhou 221116, China

Abstract: Collinearity equations play a very important role in photogrammetry and computer vision. It established the relationship between three points, that is, the camera projective center, an object point and its corresponding image point. In collinearity equations, a rotation matrix is usually used to describe the attitude of an image traditionally a rotation matrix is always represented by three Euler angles because of its vivid describing of the relationships between three axes. However, since the unit quaternion was presented by Hamilton in 1843, its use has extended into many application fields such as signal processing, mechanics, and aerospace. In order to discuss the application problem of unit quaternion in photogrammetry, research was carried out in this paper systemically into rigorous solution of collinearity equations by using unit quaternion based rotation matrices. Starting from the basic theories and its operations of unit quaternion, rigorous linearized expression of unit quaternion based collinearity equations are derived in detail and there is no need to derive the rotation matrix. Tests by using both simulated data and real image data indicate that linearized collinearity equations have many merits such as having a very simple form, being independent of initial values, and having a high convergent speed compared to two other rotation matrices or the Euler angle based rotation matrix. So, unit quaternion based rotation matrix should be used widely in practical application.

Key words: collinearity equation; unit quaternion; rotation matrix; bundle adjustment

0 引言

确定描述像片姿态的旋转矩阵是摄影测量的核心问题, 也是摄影测量 3 维重建的基础。由于姿态描

述的直观性和形象性, 基于欧拉角的正交旋转矩阵在摄影测量中得到了广泛的应用。然而基于欧拉角的正交旋转矩阵涉及复杂的三角函数运算且具有多达 6 个的约束条件从而在实际应用中带来了不便。文献[1]对基于欧拉角的旋转矩阵和罗德里格矩阵在

收稿日期: 2011-03-10; 修回日期: 2011-05-12

基金项目: 国家自然科学基金项目(41001312, 41001297, 40901221); 中国博士后科学基金项目(20090450182)

第一作者简介: 杨化超(1977—), 男, 副教授, 工学博士, 主要研究方向为摄影测量与遥感, 已发表相关研究论文 20 余篇, 其中 EI、ISTP 检索 10 多篇。E-mail: huachao-yang@163.com

摄影测量共线方程严密解算中的性能进行比较,证明了用代数参数表达的旋转矩阵其运算速度要快于基于欧拉角的旋转矩阵。自从1843年哈密顿(Hamilton)提出了四元数的概念以来,四元数已逐渐在力学、信号处理、航空航天等领域得到了成功应用^[2-7]。在摄影测量领域,文献[8-9]提出一种无需初值的单像后方交会方法。文献[10]探讨单位四元数在航空摄影测量解算中的若干应用。Horn提出一种基于单位四元数的相对定向方法和绝对定向闭合解法^[11-12],并分析比较了四元数与欧拉角等其他表达形式的特点,认为四元数具有更多的优点:它只有一个约束条件,容易计算处理;它具有明显的几何意义,能直观地描述旋转轴和旋转角度;它的转换组合计算等在数字上更稳定。

为进一步深入探讨四元数在摄影测量中的应用问题,本文以单像后方交会和光束法平差为例,系统研究四元数矩阵在共线方程严密解法中的应用问题。主要工作是:1)推导了以四元数旋转矩阵为基础的共线方程的严密线性化误差方程,同文献[7]不同的是,该方法无须对旋转矩阵进行微分且具有更快的收敛速度和更大的收敛区间;2)对四元数矩阵在摄影测量中的应用范围进行了扩展,前人的研究多集中四元数在相对定向、绝对定向和单像后方交会方面,通过模拟典型的摄影测量实际应用,证明了四元数矩阵在摄影测量光束法平差中的优良性能。

1 单位四元数与坐标旋转矩阵

1.1 四元数及其基本运算

若 $q = q_0 + q_1i + q_2j + q_3k$, 其中 q_0, q_1, q_2, q_3 为实数, i, j, k 为广义虚部单位, 满足:

$$\begin{cases} i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1 \\ ij = -ji = k \\ jk = -kj = i \\ ki = -ik = j \end{cases} \quad (1)$$

$$R = \begin{bmatrix} (q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2) & 2(q_1q_2 - q_0q_3) & 2(q_1q_3 + q_0q_2) \\ 2(q_2q_1 + q_0q_3) & (q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2) & 2(q_2q_3 - q_0q_1) \\ 2(q_3q_1 - q_0q_2) & 2(q_3q_2 + q_0q_1) & (q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2) \end{bmatrix} \quad (8)$$

上式即是用单位四元数表达的3维坐标旋转变换矩阵。

1.3 四元数与欧拉角的相互转换关系

四元数组成欧拉角需先将四元表示为旋转矩阵,然后再转换为欧拉角。取以Y为主轴的

则称 q 为一个四元数组,简称四元数。设有两个四元数: $q_1 = (w_1, v_1) = w_1 + x_1i + y_1j + z_1k$, $q_2 = (w_2, v_2) = w_2 + x_2i + y_2j + z_2k$, 则有关四元数的相关概念及运算如下:

1) 共轭四元数

$$q_1^* = (w_1, -v_1) = w_1 - x_1i - y_1j - z_1k \quad (2)$$

2) 四元数的模

$$\|q_1\| = \sqrt{w_1^2 + v_1 \cdot v_1} = \sqrt{w_1^2 + x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \quad (3)$$

3) 四元数的乘积

两个四元数的乘积即为两数各实、虚部之间的乘积,用矩阵描述为

$$q_1 q_2 = Q_1 Q_2 = \begin{bmatrix} w_1 & -x_1 & -y_1 & -z_1 \\ x_1 & w_1 & -z_1 & y_1 \\ y_1 & z_1 & w_1 & -x_1 \\ z_1 & -y_1 & x_1 & w_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_2 \\ x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

和

$$\bar{Q}_2 q_1 = \begin{bmatrix} w_2 & -x_2 & -y_2 & -z_2 \\ x_2 & w_2 & z_2 & -y_2 \\ y_2 & -z_2 & w_2 & x_2 \\ z_2 & y_2 & -x_2 & w_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

1.2 基于单位四元数的坐标旋转变换矩阵

若四元数 $q = q_0 + q_1i + q_2j + q_3k$ 的模 $\|q\| = 1$, 则称此四元数为单位四元数,单位四元可以用来表示向量的3维旋转。设 $r(x, y, z)$ 为一3维矢量,其对应的四元数组表示为 $r(0, x, y, z)$, 则下式可以表示该向量的3维旋转(具体推导过程详见文献[2]):

$$r' = qrq^* = \bar{Q}^T Q r \quad (6)$$

令 $M = \bar{Q}^T Q$, 结合式(4)(5), 展开式(6)可得

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & R \end{bmatrix} \quad (7)$$

φ - ω - κ 转角系统, 则四元数转换为欧拉角的转换公式为

$$\begin{cases} \varphi = \arctan(R_{13}/R_{33}) \\ \omega = \arcsin R_{23} \\ \kappa = \arctan(R_{21}/R_{22}) \end{cases} \quad (9)$$

式中, R_{ij} ($i = 1, 2, 3; j = 1, 2, 3$) 代表旋转矩阵 R 中第 i 行第 j 列元素。

2 基于单位四元数的光束法平差

2.1 基于单位四元数的共线方程及线性化

摄影测量中的共线方程为^[13-14]

$$\begin{cases} x - x_0 = -f \frac{a_1(X - X_s) + b_1(Y - Y_s) + c_1(Z - Z_s)}{a_3(X - X_s) + b_3(Y - Y_s) + c_3(Z - Z_s)} \\ y - y_0 = -f \frac{a_2(X - X_s) + b_2(Y - Y_s) + c_2(Z - Z_s)}{a_3(X - X_s) + b_3(Y - Y_s) + c_3(Z - Z_s)} \end{cases} \quad (10)$$

式中, 旋转矩阵 $R = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix}$ 可用 φ, ω, κ 3 个

欧拉角表示。式(10)中其余各参数的含义见文献[13]。基于欧拉角旋转矩阵的共线方程严密线性化公式见文献[14]。现取式(10)中的旋转矩阵为式(8)所示的四元数矩阵并对其严格线性化。

将式(10)简记为

$$\begin{bmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \end{bmatrix} = -f \begin{bmatrix} \bar{X} \\ \bar{Y} \\ \bar{Z} \end{bmatrix} \quad (11)$$

式中,

$$\bar{X} = a_1(X - X_s) + b_1(Y - Y_s) + c_1(Z - Z_s)$$

$$\bar{Y} = a_2(X - X_s) + b_2(Y - Y_s) + c_2(Z - Z_s)$$

$$\bar{Z} = a_3(X - X_s) + b_3(Y - Y_s) + c_3(Z - Z_s)$$

式(11)两边同时微分并取至一次项, 得

$$\begin{bmatrix} dx \\ dy \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \end{bmatrix} = \mathbf{B}_1 \cdot \begin{bmatrix} d\bar{X} \\ d\bar{Y} \\ d\bar{Z} \end{bmatrix}$$

$$\left(\mathbf{B}_2 d\mathbf{q} + \mathbf{R}^T \cdot \begin{bmatrix} dX - dX_s \\ dY - dY_s \\ dZ - dZ_s \end{bmatrix} \right) - f \begin{bmatrix} \bar{X} \\ \bar{Y} \\ \bar{Z} \end{bmatrix} \quad (12)$$

式中,

$$\mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \bar{X}} & \frac{\partial x}{\partial \bar{Y}} & \frac{\partial x}{\partial \bar{Z}} \\ \frac{\partial y}{\partial \bar{X}} & \frac{\partial y}{\partial \bar{Y}} & \frac{\partial y}{\partial \bar{Z}} \end{bmatrix} = -\frac{f}{\bar{Z}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{\bar{X}}{\bar{Z}} \\ 0 & 1 & -\frac{\bar{Y}}{\bar{Z}} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}_2 d\mathbf{q} = \frac{\partial[\bar{X} \ \bar{Y} \ \bar{Z}]^T}{\partial \mathbf{q}} d\mathbf{q}$$

$$d\mathbf{q} = [dq_0 \ dq_1 \ dq_2 \ dq_3]^T$$

令矢量 $\mathbf{r} = (\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z})$, 将其表示成四元数形式为 $\mathbf{r}' = (0, \bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z})$ 。根据式(6), 由 \mathbf{r}' 对 \mathbf{q} 求偏导, 得

$$\frac{\partial \mathbf{r}'}{\partial \mathbf{q}} = \frac{\partial \mathbf{q} \mathbf{r}' \mathbf{q}^*}{\partial \mathbf{q}} - \mathbf{q} \mathbf{r}' \frac{\partial \mathbf{q}^*}{\partial \mathbf{q}} \quad (13)$$

令 $\frac{\partial \mathbf{r}'}{\partial \mathbf{q}} = \dot{\mathbf{r}}'$, $\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial \mathbf{q}} = \dot{\mathbf{q}}$, $\frac{\partial \mathbf{q}^*}{\partial \mathbf{q}} = \dot{\mathbf{q}}^*$, 则上式简记为

$$\dot{\mathbf{r}}' = \dot{\mathbf{q}} \mathbf{r}' \mathbf{q}^* + \mathbf{q} \mathbf{r}' \dot{\mathbf{q}}^* \quad (14)$$

由于 $\mathbf{r}' = \mathbf{q} \mathbf{r} \mathbf{q}^*$, 从而 $\mathbf{r} = \mathbf{q}^* \mathbf{r}' \mathbf{q}$, 代入上式得

$$\dot{\mathbf{r}}' = \dot{\mathbf{q}} \mathbf{q}^* \mathbf{r}' + \mathbf{r}' \mathbf{q} \dot{\mathbf{q}}^* \quad (15)$$

根据四元数运算的基本法则, 并顾及 $\dot{\mathbf{r}}'$, \mathbf{r}' 的尺度因子为 0, 必有

$$\dot{\mathbf{q}} \mathbf{q}^* = (0, \mathbf{v}), \mathbf{q} \dot{\mathbf{q}}^* = (0, -\mathbf{v}) \quad (16)$$

令 $\mathbf{w} = 2\mathbf{v} = (w_1 \ w_2 \ w_3)^T$, 得

$$\dot{\mathbf{r}}' = 2\mathbf{v} \times \mathbf{r}' =$$

$$\mathbf{w} \cdot \mathbf{r}' = \begin{bmatrix} 0 & -\bar{Z} & \bar{Y} \\ \bar{Z} & 0 & -\bar{X} \\ -\bar{Y} & \bar{X} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{bmatrix} \quad (17)$$

式中,

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 2\mathbf{v} \end{bmatrix} = 2\dot{\mathbf{q}} \mathbf{q}^* = 2\bar{\mathbf{Q}} \dot{\mathbf{q}} =$$

$$2 \begin{bmatrix} q_0 & q_1 & q_2 & q_3 \\ -q_1 & q_0 & -q_3 & q_2 \\ -q_2 & q_3 & q_0 & -q_1 \\ -q_3 & -q_2 & q_1 & q_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dq_0 \\ dq_1 \\ dq_2 \\ dq_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{bmatrix}$$

可以证明 $2\bar{\mathbf{Q}}$ 是可逆的, 且

$$(2\bar{\mathbf{Q}})^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} q_0 & -q_1 & -q_2 & -q_3 \\ q_1 & q_0 & q_3 & -q_2 \\ q_2 & -q_3 & q_0 & q_1 \\ q_3 & q_2 & -q_1 & q_0 \end{bmatrix} \quad (18)$$

所以

$$\begin{bmatrix} dq_0 \\ dq_1 \\ dq_2 \\ dq_3 \end{bmatrix} = (2\bar{\mathbf{Q}})^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{bmatrix} =$$

$$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} -q_1 w_1 - q_2 w_2 - q_3 w_3 \\ q_0 w_1 + q_3 w_2 - q_2 w_3 \\ -q_3 w_1 + q_0 w_2 + q_1 w_3 \\ q_2 w_1 - q_1 w_2 + q_0 w_3 \end{bmatrix} \quad (19)$$

实质上

$$\mathbf{B}_2 d\mathbf{q} = \mathbf{r}' = \mathbf{B}_3 \mathbf{W} \quad (20)$$

式中,

$$\mathbf{B}_3 = \begin{bmatrix} 0 & -\bar{Z} & \bar{Y} \\ \bar{Z} & 0 & -\bar{X} \\ -\bar{Y} & \bar{X} & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{W} = [w_1 \quad w_2 \quad w_3]^T$$

结合式(21),将式(13)改写成误差方程式的矩阵形式为

$$\mathbf{V} = \mathbf{C}_1 \mathbf{X}_1 + \mathbf{C}_2 \mathbf{X}_2 + \mathbf{C}_3 \mathbf{X}_3 - \mathbf{L} \quad (21)$$

式中,

$$\mathbf{V} = [v_x \quad v_y]^T$$

$$\mathbf{X}_1 = [w_1 \quad w_2 \quad w_3]^T$$

$$\mathbf{C}_1 = \mathbf{B}_1 \mathbf{B}_3 = \begin{bmatrix} -\frac{x'y'}{f} & f + \frac{x'^2}{f} & y' \\ -\left(f + \frac{y'^2}{f}\right) & \frac{x'y'}{f} & -x' \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{X}_2 = [dX_s \quad dY_s \quad dZ_s]^T$$

$$\mathbf{C}_2 = -\mathbf{B}_1 \mathbf{R} =$$

$$\frac{1}{\bar{Z}} \begin{bmatrix} a_1 f + a_3 x' & b_1 f + b_3 x' & c_1 f + c_3 x' \\ a_2 f + a_3 y' & b_2 f + b_3 y' & c_2 f + c_3 y' \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{X}_3 = [dX \quad dY \quad dZ]^T$$

\mathbf{C}_3 中各项的值与 \mathbf{C}_2 相反。

$$\mathbf{L} = [l_x \quad l_y]^T = \left[x' + f \frac{\bar{X}}{\bar{Z}} \quad y' + f \frac{\bar{Y}}{\bar{Z}} \right]^T$$

式中, $x' = x - x_0, y' = y - y_0$ 。

误差方程式(21)按间接平差法计算^[12]。由式(12)(19)两式知,虽然旋转矩阵由 q_0, q_1, q_2, q_3 4个独立元素组成,但平差系统中旋转矩阵的待估参数为3个,即 w_1, w_2, w_3 , 而 q_0, q_1, q_2, q_3 的改正值是由 w_1, w_2, w_3 根据式(19)计算得到的。同时,由式(20)知,基于四元数矩阵的共线方程严密线性化公式中无须对旋转矩阵进行微分,从而使计算过程简单,便于程序编制,并能够在一定程度上加速收敛。

2.2 基于单位四元数的光束法平差计算过程

1) 读入原始数据:(1)内方位元素 (x_0, y_0, f) ; (2)同名像点的观测值 (x, y) 及其对应的地面控制点在地面坐标系中的坐标 (X, Y, Z) 。

2) 确定各像片位置和姿态的初始值。采用经典的欧拉角算法时,初始值的选择非常重要,否则会因为迭代不收敛而导致解算失败。第3

节的实验结果表明,本文算法对初始值的选择没有要求。

3) 逐片逐点按式(21)列误差方程式,按间接平差原理^[15]解算各片外方位元素及待定点坐标的最或然改正数,并修正待求参数。

4) 重复上述步骤3),直至各像片外方位元素参数改正值的绝对值皆小于预先给定的阈值。得到最终的外方位元素和待定点坐标的解算结果。

5) 将解算出的四元数描述的姿态按照式(9)转换成欧拉角描述的外方位角元素。

3 实验与分析

设计了实验一和实验二分别针对航空影像和近景影像数据进行实验。3种方案被用于实验与比较。方案1为传统欧拉角算法;方案2为文献[7]算法;方案3为本文算法。

3.1 实验1

实验数据取自文献[7]的不同平台高度的航空影像模拟数据(数据描述详见文献[7])。各方案平差系统待估参数的初始值设置为

$$X_s^0 = Y_s^0 = Z_s^0 = 0$$

$$q_0^0 = 1, q_1^0 = q_2^0 = q_3^0 = 0$$

$$\varphi^0 = \omega^0 = \kappa^0 = 0$$

迭代终止条件均取为各方案平差系统中待估参数改正值的绝对值皆小于 1×10^{-6} 。现将不同方案计算结果中的迭代次数列于表1。

表1 不同解算方法的迭代次数

Table 1 Iterative times for different solution methods

像片	迭代次数		
	方案1	方案2	方案3
1	13	11	4
2	39(错误收敛)	30	5
3	发散	26	7
4	9	8	3
5	71(错误收敛)	24	8
6	发散	33	6

表1的实验结果表明,在3个旋转角较小的情况下(如像片1和3的3个旋转角均小于 1°)。3种实验方案均能正确收敛,但方案2和方案3的收敛速度快于方案1。另外,方案3(本文方

法)的收敛速度要快于方案2,收敛速度提高了约3~6倍,这在一些实时摄影测量中将具有重要意义。

3.2 实验2

利用近景影像数据进行实际数据实验。实验用相机为标定过的 SONY DSLR α -100 相机(像素大小 $6 \mu\text{m}$, 像幅 3872×2592), 镜头标称焦距为 35 mm 。采用手持相机按对称交向摄影方式从不同距离的6个摄影站拍摄一大小约 $40 \text{ m} \times 20 \text{ m}$ 的其上均匀布设24个圆形标志点的建筑物立面。其中摄影站 S_1 — S_6 的平均摄影距离约为 35 m , S_7 — S_{12} 的平均摄影距离约为 70 m , 为克服光束法平差时外方位元素 ω 和 κ 间强相关的影响, 每一摄影站相机旋转约 90° 拍摄, 共获得12张数字近景影像用于实验(如图1所示)。图2所示的为摄影站 S_7 — S_{12} 拍摄的6张数字近景影像。标志点地面坐标由全站仪按前方交会法测定。用灰度质心法量测其像片坐标, 量测精度优于 0.1 像素。光束法平差时选择16个点作为控制点, 其余8个点作为检查点。实验选择不同的摄站像片组合(具有不同大小的旋转角)进行光束法平差计算(见表2)。各方案平差系统中将相机标定参数(包括内方位元素和像点坐标变形改正

系数)及控制点坐标视作真值, 待定点坐标未知数的初值:

$$X_i^0 = Y_i^0 = Z_i^0 = 0 \quad i = 0, 1, \dots, 8$$

各计算方案中其余参数的初值及迭代终止条件同3.1节。用内符合精度(单位权方差 σ_0)、外符合精度 μ_X, μ_Y, μ_Z 和迭代次数来评价各方案的优劣。外符合精度采用检查点的方式计算^[10]。计算方法及公式详见文献[10]。限于篇幅, 现将将方案2和方案3的计算结果列于表2。

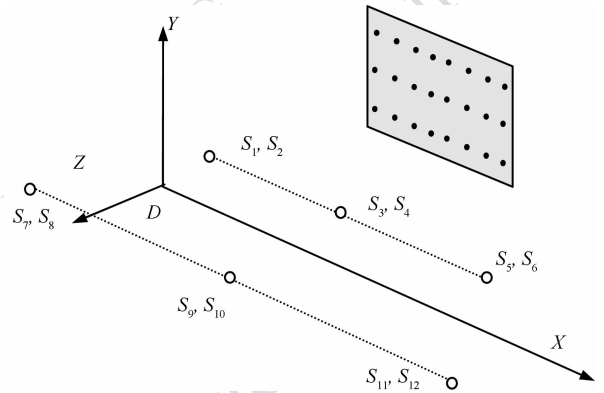


图1 近景影像数据采集示意图

Fig. 1 Sketch map of close range data collection



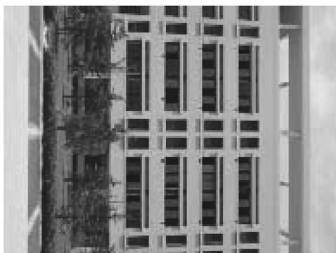
(a) S_7 摄影站



(b) S_8 摄影站



(c) S_9 摄影站



(d) S_{10} 摄影站



(e) S_{11} 摄影站



(f) S_{12} 摄影站

图2 摄站 S_7 — S_{12} 拍摄的6张数字近景影像

Fig. 2 Six images captured at six photogrammetric stations from S_7 to S_{12}

表 2 光束法平差计算结果

Table 2 Calculation results by using bundle adjustment

平差方案	摄影站	解算方案	迭代次数	σ_0 /像素	外符合精度		
					μ_x /mm	μ_y /mm	μ_z /mm
A	$S_1, S_2,$ S_3, S_4	方案 1	81	21 114. 336	2 000. 32	4 431. 25	156 342. 22
		方案 2	78	18 778. 223	1 452. 33	3 887. 37	125 378. 66
		方案 3	13	0. 843 2	3. 46	4. 48	5. 80
B	$S_1, S_2, S_3,$ S_4, S_5, S_6	方案 1	发散	—	—	—	—
		方案 2	33	0. 788 4	4. 20	3. 87	5. 13
		方案 3	17	0. 814 5	4. 21	3. 54	5. 07
C	$S_7, S_8,$ S_9, S_{10}	方案 1	发散	—	—	—	—
		方案 2	28	0. 663 3	4. 87	4. 47	5. 22
		方案 3	19	0. 623 4	4. 36	4. 06	4. 90
D	$S_7, S_8, S_9,$ S_{10}, S_{11}, S_{12}	方案 1	发散	—	—	—	—
		方案 2	18	0. 614 4	4. 01	2. 41	4. 22
		方案 3	14	0. 571 2	2. 23	3. 48	5. 92
E	$S_1, S_2,$ S_7, S_8	方案 1	发散	—	—	—	—
		方案 2	发散	—	—	—	—
		方案 3	13	0. 881 2	3. 87	3. 72	5. 21
F	$S_5, S_6,$ S_{11}, S_{12}	方案 1	发散	—	—	—	—
		方案 2	发散	—	—	—	—
		方案 3	9	0. 784 3	4. 44	3. 61	5. 94
G	$S_3, S_4,$ S_9, S_{10}	方案 1	67	1. 085 4	4. 86	5. 47	5. 84
		方案 2	47	0. 812 0	3. 26	4. 11	5. 32
		方案 3	21	0. 718 2	3. 15	3. 48	5. 00
H	$S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6,$ $S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}$	方案 1	发散	—	—	—	—
		方案 2	53	0. 384 5	2. 84	3. 61	4. 13
		方案 3	36	0. 224 9	2. 26	2. 97	3. 97

注:表中符号“—”代表无值。

表 3 和表 4 所列为采用表 2 中 H 平差方案时方案 3 计算的各摄站像片的外方位元素及检查点的比较结果。

实验结果表明方案 1 仅在采用 G 平差方案(像片组合为 S_3, S_4, S_9, S_{10}), 即 φ, ω 均为小角度时能正确收敛, 迭代次数为 67 次。单位权方差 σ_0 为 1. 085 4 像素。

表 2 的数据进一步证明了本文方法具有迭代速度快的优点。同时, 方案 3(本文方法)具有更大的收敛区间, 如采用表 2 中的 A 平差方案时, 方案 1 和方案 2 收敛到错误局部极值。方案 3 在各类平差方案中能收敛到正确值。且平差系统的内部和外部符合精度较好, 单位权中误差最大的为 0. 881 2 像素,

最小的为 0. 224 9 像素, 均达到了子像级的精度, 外部符合精度均在 X, Y, Z 3 个方向上均小于 6 mm。在迭代收敛的情况下, 方案 2 和方案 3 的内外部符合精度均相差不大。更重要的是, 该方法避免了繁琐的初始值计算过程。

4 结 论

从共线方程和四元数的基本原理出发, 推导基于单位四元数的共线方程的严密线性化公式。实验证明了公式的正确性, 且形式简单, 便于编程实现。同现有的同类方法相比, 模拟和实际影像数据实验都表明本文方法具有更快的收敛速

表3 外方位元素计算结果
Table 3 Calculation results of exterior orientation elements

摄站	外方位元素					
	X_S/m	Y_S/m	Z_S/m	$\varphi/(^\circ)$	$\omega/(^\circ)$	$\kappa/(^\circ)$
S_1	-10.248 6	1.584 4	-19.034 1	31.230 9	19.802 6	-2.332 4
S_2	-10.236 2	1.565 3	-19.019 9	30.012 4	19.034 8	87.365 5
S_3	9.255 8	1.602 2	-16.135 7	5.441 4	22.122 8	2.368 0
S_4	9.266 5	1.600 7	-16.092 4	4.230 6	24.727 2	-88.247 5
S_5	26.110 0	1.487 7	-15.336 7	-29.881 2	17.885 2	1.336 4
S_6	26.110 3	1.484 7	-15.321 4	-28.602 3	16.325 4	84.223 9
S_7	-18.338 6	2.084 4	18.245 6	23.559 3	10.561 0	-3.563 3
S_8	-18.330 5	2.102 5	18.214 3	23.087 6	12.641 3	-86.370 1
S_9	12.623 1	2.133 6	17.933 2	2.369 8	11.963 0	2.242 2
S_{10}	12.605 6	2.124 4	17.924 7	2.770 9	10.884 7	87.642 7
S_{11}	37.441 2	0.490 8	21.337 1	-34.637 0	7.361 4	-5.003 6
S_{12}	37.414 7	0.486 3	21.334 2	-32.450 0	9.802 1	83.684 0

表4 检查点坐标比较
Table 4 Comparison of coordinates for check points

检查点号	实测坐标			摄影测量坐标			坐标差		
	X/m	Z/m	Y/m	X/m	Z/m	Y/m	$\Delta X/mm$	$\Delta Z/mm$	$\Delta Y/mm$
2	4.757	-50.119	18.732	4.751 490	-50.125 083	18.732 924	5.510	6.083	-0.924
4	15.593	-50.152	18.736	15.591 737	-50.153 654	18.734 235	1.263	1.654	1.765
6	26.363	-50.192	18.742	26.362 114	-50.189 770	18.738 671	0.886	-2.230	3.329
10	4.703	-50.124	14.746	4.703 603	-50.127 749	14.737 335	-0.603	3.749	8.665
12	15.493	-50.160	14.737	15.494 421	-50.157 905	14.736 533	-1.421	-2.095	0.467
14	26.267	-50.196	14.736	26.269 237	-50.196 979	14.735 683	-2.237	0.979	0.317
18	4.630	-50.131	10.735	4.630 934 9	-50.129 294	10.746 245	-0.935	-1.706	-1.245
22	26.261	-50.204	10.735	26.260 805	-50.202 138	10.744 857	0.195	-1.862	-5.857

度和更大的收敛区间,避免了繁琐的初始值计算过程。需要指出的是,实验数据还不充分,但方法的正确性已有模拟数据和实际数据实验证明。希望在以后的工作中收集更多更好的资料,进行更充分的实验。

参考文献(References)

[1] Zhang S L. Application research of Lodrigues in rigorous solution of collinearity equations [J]. Journal of Wuhan Technical University of Surveying and Mapping, 1987, 12(1): 81-91.
[张森林. 罗德里格矩阵在共线方程严密解法中的应用[J].

武汉测绘科技大学学报, 1987, 12(1): 81-91.]

- [2] Liu J F. Quaternions description of three dimensional rotation [J]. University Physics, 2004, 23(4): 39-43. [刘俊峰. 三维转动的四元数表述[J]. 大学物理, 2004, 23(4): 39-43.]
- [3] Zhou J H, Miao Y H, Sun G J, et al. Research on attitude simulation using quaternion [J]. Flight Dynamics, 2000, 18(4): 28-32. [周江华, 苗育红, 孙国基, 等. 四元数在刚体姿态仿真中的应用研究[J]. 飞行力学, 2000, 18(4): 28-32.]
- [4] Liu Y B, Xu H, Xu C J, et al. Application of quaternion matrix in resolution of aerospace camera image plane position [J]. Optics and Precision Engineering, 2004, 12(2): 136-140. [刘延斌, 许晖, 徐长吉, 等. 四元数矩阵在航天相机像面位置求解中的应用[J]. 光学精密工程, 2004, 12(2): 136-140.]

- [5] Liu Z, Liang X G, Jia X H. Missile omnidirectional attitude motion errors based on quaternion [J]. Journal of Ballistics, 2006, 18(2): 17-21. [刘忠, 梁晓庚, 贾晓洪. 基于四元数的导弹全方位姿态运动误差研究 [J]. 弹道学报, 2006, 18(2): 17-21.]
- [6] Ken S. Animating rotation with quaternion Curves [J]. Siggraph, 1998, 19(3): 245-254.
- [7] Li B Q. A color image edge detect or based on quaternion representation [J]. Journal of Image and Graphics, 2003, 8A(7): 774-777. [李葆青. 基于四元数描述的彩色图象边缘检测器 [J]. 中国图象图形学报, 2003, 8A(7): 774-777.]
- [8] Wang Y, Jiang T, Jiang G W. Space resection of single image based on the description of unit quaternions [J]. Journal of Zhengzhou Institute of Surveying and Mapping, 2007, 19(2): 98-101. [王勇, 姜挺, 江刚武. 基于单位四元数描述的单像空间后方交会. 测绘科学技术学报, 2007, 19(2): 98-101.]
- [9] Jiang G W, Jiang T, Wang Y. Space resection independent of initial value based on unit quaternion [J]. ACTA Geodetica et Cartographic Sinica, 2007, 36(2): 169-175. [江刚武, 姜挺, 王勇. 基于单位四元数的无初值依赖空间后方交会 [J]. 测绘学报, 2007, 36(2): 169-175.]
- [10] Ji S P, Wu Z L. The application and practice of unit quaternion method in aerial triangulation [J]. Science of Surveying and Mapping, 2010, 35(1): 44-47. [季顺平, 吴珍丽. 单位四元数在航空摄影测量解算中的应用与实践 [J]. 测绘科学, 2010, 35(1): 44-47.]
- [11] Horn K P. Relative orientation [J]. International Journal of Computer Vision, 1990, 4(1): 59-78.
- [12] Horn K P. Closed-form solution on absolute orientation using unit quaternions [J]. Journal of the Optical Society of America, 1987, 4(4): 629-642.
- [13] Wang P J, Xu Y M. Photogrammetry [M]. Wuhan: Wuhan University Publishing Press, 2005, 10: 33-39. [王佩军, 徐亚明. 摄影测量学 [M]. 武汉: 武汉大学出版社, 2005, 10: 33-39.]
- [14] Feng W H. Close-rang photogrammetry. Wuhan: Wuhan University Publishing Press. 2002, 8: 78-85. [冯文灏. 近景摄影测量 [M]. 武汉: 武汉大学出版社, 2002, 8: 78-85.]
- [15] Department of teaching and research of surveying adjustment in Wuhan Surveying Technical University. Fundamentals of Surveying Adjustment [M]. 3ed. Beijing: Publishing House of Surveying and Mapping, 1996. [武汉测绘科技大学测量平差教研室. 测量平差基础 [M]. 3 版. 北京: 测绘出版社, 1996.]