

Journal of Image
and Graphics

中国图象图形学报



ISSN1006-8961
CN11-3758/TB

2012 8
Vol.17 No.

中国科学院遥感应用研究所
中国图象图形学学会主办
北京应用物理与计算数学研究所

中国图象图形学报

Zhongguo Tuxiang Tuxing Xuebao

2012年8月 第17卷 第8期(总第196期)

目次

综述

可计算图像美学研究进展 王伟凝, 蚁静斌, 贺前华(893)

图像处理和编码

利用混沌 PSO 或分解的 2 维 Tsallis 灰度熵阈值分割 吴一全, 吴诗嫻, 张晓杰(902)

H. 264 并行编码中负载平衡方法 侯兴松, 刘大齐, 盛凯, 赖玉洁(911)

提升细节捕捉能力的非下采样轮廓波变换 郭洪, 李雪军(919)

SVD 域的图像高斯噪声强度估计 柳薇(923)

图像扩散去噪模型的分析与改进 傅绪加, 刘峰, 王信松(934)

小波域最小嵌入失真函数设计及其在隐写中的应用 李军, 潘峰, 杨晓元, 刘镇(946)

图像分析和识别

抗压缩的照片图像与真实感计算机图形识别 张荣, 王让定(953)

云的自适应阈值检测方法 黄茜, 王少龙, 徐道磊, 廖婷婷(960)

煤矸区分中的间隔灰度压缩扩阶共生矩阵 于国防(966)

离群样本划分的半监督模糊学习策略 宋晓宁, 杨静宇, 杨习贝(971)

多相 Chan-Vese 模型的直接对偶方法 刘存良, 潘振宽, 郑永果, 王国栋, 丁洁玉(979)

利用梯度信息快速提取直线边缘特征 夏军营, 徐小泉, 熊九龙(987)

2 维双树复小波不确定度加权融合的人脸识别 王仕民,叶继华,邓涛,王明文(995)

图像理解和计算机视觉

流形学习与非线性回归结合的头部姿态估计 范进富,陈锻生(1002)

计算机图形学

角点距离矩阵和同心圆划分的曲线描述与匹配 曾接贤,刘秀朋,符祥(1011)

弹性二次曲面模型下的 3 维形状表现与平滑 郝世杰,蒋建国,郭艳蓉,詹曙(1021)

医学图像处理

主动学习的白细胞图像自动分割 崔凤,潘晨,吴向平,徐军(1029)

遥感图像处理

Bregman 交替迭代遥感图像复原方法 徐焕宇,孙权森,罗楠,夏德深(1035)

基于各向异性 Markov 随机场的遥感影像亚像元尺度建筑物提取 李晓冬,凌峰,杜耘(1042)

中国图象图形学报

刊名题字: 宋 健

月刊(1996 年创刊)

第 17 卷 第 8 期

2012 年 8 月 16 日出版

主管单位 中国科学院

主 办 中国科学院遥感应用研究所
中国图象图形学学会
北京应用物理与计算数学研究所

主 编 李小文

编辑出版 《中国图象图形学报》编辑出版委员会
北京 9718 信箱 邮编 100101
电子信箱:jig@irsa.ac.cn
电话:010-64807995 010-82614429
网 址:www.cjig.cn

印刷装订 北京北林印刷厂

广告经营许可证 京朝工商广字第 0346 号

总 发 行 北京报刊发行局

订 购 全国各地邮局

国外发行 中国国际图书贸易总公司
(中国国际书店)
(北京 399 信箱 邮编 100044)

Superintended by

Chinese Academy of Sciences

Sponsored by

Institute of Remote Sensing Application,
CAS China Society of Image and Graphics
Institute of Applied Physics and Computational
Mathematics

Chief editor

LI Xiaowen

Editor, Publisher

Editorial and Publishing Board
of Journal of Image and Graphics
(P. O. Box 9718, Beijing 100101, China)
E-mail:jig@irsa.ac.cn

Distributed by

Beijing Bureau for Distribution of Newspapers
and Journals

Domestic

All Local Post Offices in China

Foreign

China International Book Trading Corporation
(P. O. Box 399, Beijing 100044, China)

Printed by

Beijing Beilin Printing House

ISSN 1006-8961 CN11-3758/TB CODE ZTTFXZ 国内邮发代号: 82-831 国外发行代号: M1406 国内定价: 45.00 元

Journal of Image and Graphics

(Monthly, Started in 1996)

Vol. 17 No. 8 August 2012

Contents

Review

Review for computational image aesthetics Wang Weining, Yi Jingjian, He Qianhua (893)

Image Processing and Coding

Two-dimensional Tsallis gray entropy image thresholding using chaotic particle swarm optimization or decomposition
..... Wu Yiquan, Wu Shihua, Zhang Xiaojie (902)

Load balancing for H. 264 parallel encoding Hou Xingsong, Liu Daqi, Sheng Kai, Dun Yujie (911)

Non-subsampled contourlet transform algorithm to promote detail information capturing ability Guo Hong, Li Xuejun (919)

Gaussian noise level estimation in SVD domain for images Liu Wei (923)

Analysis and improvement of image diffusion denoising models Fu Xujia, Liu Feng, Wang Xinsong (934)

Design of minimizing embedding impact function in DWT domain and its applications in steganography
..... Li Jun, Pan Feng, Yang Xiaoyuan, Liu Zhen (946)

Image Analysis and Recognition

Anti-compression approach to distinguishing photographic images and photorealistic computer graphics
..... Zhang Rong, Wang Rangeding (953)

Adaptive threshold approach for night-sky cloud inspection Huang Qian, Wang Shaolong, Xu Daolei, Liao Tingting (960)

Expanded order co-occurrence matrix to differentiate between coal and gangue based on interval grayscale compression
..... Yu Guofang (966)

Semi-supervised fuzzy learning strategy by using a way of partitioning the outlier instances
..... Song Xiaoning, Yang Jingyu, Yang Xibei (971)

Direct dual method of Chan-Vese model for multiphase segmentation
..... Liu Cunliang, Pan Zhenkuan, Zheng Yongguo, Wang Guodong, Ding Jieyu (979)

Fast line edge feature extraction using image gradients Xia Junying, Xu Xiaoquan, Xiong Jiulong (987)

Two-dimensional dual-tree complex wavelet transform uncertainty weighted fusion in face recognition
..... Wang Shimin, Ye Jihua, Deng Tao, Wang Mingwen (995)

Image Understanding and Computer Vision

Combining manifold learning and nonlinear regression for head pose estimation Fan Jinfu, Chen Duansheng (1002)

Computer Graphics

Representation and matching for planar curve based on corner distance matrix and concentric circles
..... Zeng Jiexian, Liu Xiupeng, Fu Xiang (1011)

Three-dimensional shape representation and smoothing with elastic quadratic patch model
..... Hao Shijie, Jiang Jianguo, Guo Yanrong, Zhan Shu (1021)

Medical Image Processing

White blood cell image segmentation based on active learning Cui Feng, Pan Chen, Wu Xiangping, Xu Jun (1029)

Remote Sensing Image Processing

Bregman alternating iterative method for remote sensing image restoration Xu Huanyu, Sun Quansen, Luo Nan, Xia Deshen (1035)

Building extraction at the sub-pixel scale from remotely sensed images based on anisotropic Markov random field
..... Li Xiaodong, Ling Feng, Du Yun (1042)

中图分类号: TP391.41 文献标识码: A 文章编号: 1006-8961(2012)08-0979-08

论文引用格式: 刘存良, 潘振宽, 郑永果, 王国栋, 丁洁玉. 多相 Chan-Vese 模型的直接对偶方法[J]. 中国图象图形学报, 2012, 17(8): 979-986.

多相 Chan-Vese 模型的直接对偶方法

刘存良^{1,2}, 潘振宽², 郑永果¹, 王国栋², 丁洁玉²

1. 山东科技大学信息科学与工程学院, 青岛 266510; 2. 青岛大学信息工程学院, 青岛 266071

摘要: 多相图像分割的变分模型采用水平集函数定义不同区域的特征函数, 其极值问题需要迭代求解一系列动态演化方程, 计算效率低。较快的方法是对离散的二值标记函数凸松弛后设计对偶方法或 Split Bregman 方法, 并结合阈值化技术得到分割结果。提出一种无需凸松弛和阈值化的快速分割方法——直接对偶方法(DDM)。DDM 利用二值标记函数的二值特性, 并根据 KKT 条件得到原变量的二值解析解和对偶变量的简单迭代格式。该方法首先应用到两相 Chan-Vese 模型, 然后拓展到多相 Chan-Vese 模型。实验结果表明, DDM 比梯度降方法、对偶方法和 Split Bregman 方法分割效果好、计算效率高。

关键词: 多相图像分割; Chan-Vese 模型; 二值标记函数; 凸松弛; 对偶方法

Direct dual method of Chan-Vese model for multiphase segmentation

Liu Cunliang^{1,2}, Pan Zhenkuan², Zheng Yongguo¹, Wang Guodong², Ding Jieyu²

1. College of Information Science & Engineering, Shandong University of Science & Technology, Qingdao 266510, China;

2. College of Information Engineering, Qingdao University, Qingdao 266071, China

Abstract: The multiphase image segmentation is modeled as a minimization problem with characteristic functions defined by level set functions, which leads to solutions of some gradient descent equations with low computation efficiency. This is improved via the dual method or Split-Bregman method using binary labeling functions and convex relaxation, thresholding techniques. In this paper, we propose a fast direct dual method (DDM) without convex relaxation and thresholding techniques. First, we design the DDM for the two-phase Chan-Vese model, which results in a binary solution of the primal variable in analytical form and a simple iterative formulation of the dual variable by using KKT (Karush-Kuhn-Tucker) conditions. Then, it is extended to the Chan-Vese model for multiphase image segmentation. The experimental results demonstrate that the proposed method has a better performance, and is more efficient than the gradient descent method, the dual method, and the Split-Bregman method.

Key words: multiphase image segmentation; Chan-Vese model; binary labeling function; convex relaxation; dual method

0 引言

图像分割是计算机视觉与图像处理等领域研究的重要内容, 在人体器官形状恢复, 基于遥感图像的资源分类等方面具有广泛的应用。

Mumford-Shah 模型^[1]为变分图像分割奠定了良好的理论基础。Chan 和 Vese^[2]基于变分水平集方法^[3]提出了两相图像分割分段常值近似的 Mumford-Shah 模型, 并进一步将该方法推广应用到分段常值/光滑的多相图像分割模型^[4]。文献[2, 4]借助 Heaviside 函数设计各区域的特征函数, 并采用梯度

收稿日期: 2012-01-04; 修回日期: 2012-03-20

基金项目: 国家自然科学基金项目(61170106); 山东省博士后创新基金项目(201003046); 山东省自然科学基金项目(ZR2010FQ030)

第一作者简介: 刘存良(1977—), 男, 讲师, 现为山东科技大学计算机软件与理论专业博士研究生, 主要研究方向为变分图像处理。

E-mail: clliuqdu@gmail.com

降方法(GDM)求解。水平集函数的 Heaviside 函数实为离散的二值标记函数,基于该特点, Bresson 等人^[5]提出了与文献[2]对应的二值标记函数的两相 Chan-Vese 模型,并通过凸松弛和阈值化实现了该模型的全局优化方法。同时,针对 GDM 计算效率低的问题,文献[5-6]分别采用图像恢复中提出的对偶方法(DM)^[7]和 Split Bregman 方法(SBM)^[8]提高两相图像分割的计算效率。

近年来,多相图像分割变分模型的全局优化问题和计算效率问题受到众多研究者的关注^[9-11]。文献[9-10]分别提出与文献[4]对应的基于多个二值标记函数交替凸优化的多相 Chan-Vese 模型,并设计了相应的快速计算方法。Brown 等人^[11]基于函数提升概念^[12-13]提出了多相 Chan-Vese 模型的全局优化方法,但占用内存大,计算效率低。本文研究的侧重点是基于分段常值的多相 Chan-Vese 模型的快速计算方法。传统的 GDM 计算效率低,而基于多个二值标记函数的对应模型^[10],通过 DM 与 SBM 提高了计算效率。但是 DM 需要对原变量和对偶变量采用 GDM 迭代求解,而 SBM 需要引入一系列惩罚参数、辅助变量和 Bregman 迭代参数。此外,两种方法都需要对原变量进行凸松弛和阈值化处理。上述因素又会对计算效率产生负面影响。

提出一种快速分割方法—直接对偶方法(DDM)。DDM 的新颖之处在于:1)对基于二值标记函数(未凸松弛)的多相 Chan-Vese 模型直接采用对偶方法,并且无需迭代和阈值化便可得到原变量的解析解;2)与 DM 和 SBM 相比,该方法包含更少变量和参数,简化了计算过程。

1 相关研究

1.1 基于变分水平集 Chan-Vese 模型

设 $\Omega \subset \mathbf{R}^d (d = 2, 3)$ 是有界开集, $f(x) : \Omega \rightarrow \mathbf{R}$ 是定义于图像区域 Ω 上的图像强度。基于变分水平集的两相 Chan-Vese 模型定义为

$$\min_{c_1, c_2, \phi} \left\{ \gamma \int_{\Omega} \delta(\phi) |\nabla \phi| dx + \int_{\Omega} Q_1(c_1, x) H(\phi) dx + \int_{\Omega} Q_2(c_2, x) (1 - H(\phi)) dx \right\} \quad (1)$$

式中, $Q_1(c_1, x) = (c_1 - f)^2$ 、 $Q_2(c_2, x) = (c_2 - f)^2$ 分别为两个区域分段常值 c_1, c_2 的估计函数, γ 为惩

罚参数。 $\phi(x)$ 为用符号距离函数表达的水平集函数,且满足约束条件

$$|\nabla \phi(x)| = 1 \quad (2)$$

$H(\phi)$ 为 Heaviside 函数, $\delta(\phi)$ 为 Dirac 函数。

式(1)为包含多个变量的能量泛函极值问题,通常采用交替优化方法求解^[2]。即先固定 ϕ 求 c_1, c_2 , 然后固定 c_1, c_2 求 ϕ 。但随着求解过程中水平集函数的不断演化, ϕ 有可能不再保持为符号距离函数。为使其满足式(2),需求解式(3)进行校正。

$$\begin{cases} \frac{\partial \phi}{\partial t} = \text{sgn}(\phi_0) (1 - |\nabla \phi|) & \text{in } \Omega \\ \phi(x, 0) = \phi_0 & t = 0 \end{cases} \quad (3)$$

文献[14-15]则将式(2)作为惩罚项并入式(1)分别提出了无需重新初始化水平集函数的两相图像分割模型。

多相图像分割模型可看作两相图像分割模型的拓展,其主要思想是将 Ω 分割为 n 个区域,且满足 $\Omega = \bigcup_{i=1}^n \Omega_i, \Omega_i \cap_{i \neq j} \Omega_j = \emptyset$ 。多相 Chan-Vese 模型^[4]的设计方案是用 m 个水平集函数的相互交叉构造 $n = 2^m$ 个区域。设 n 个区域的序号为 $i = 1, 2, \dots, n$, 且第 i 个区域采用二进制数表达式为 $b_{i-1}^1 b_{i-1}^2 \dots b_{i-1}^m$, 则第 i 个区域 Ω_i 的特征函数可归纳为^[10]

$$\chi_i(x) = \prod_{j=1}^m (b_{i-1}^j + (-1)^{b_{i-1}^j} H(\phi_j)) \quad (4)$$

从而多相 Chan-Vese 模型^[4]可简化表示为

$$\min_{c_i, \phi_j} \left\{ \sum_{j=1}^m \gamma \int_{\Omega} \delta(\phi_j) |\nabla \phi_j| dx + \sum_{i=1}^n \int_{\Omega} Q_i(c_i, x) \chi_i dx \right\} \quad (5)$$

式中, $c_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 为不同区域 Ω_i 的分段常值估计, $\phi_j (j = 1, 2, \dots, m)$ 为不同的水平集函数。为了保证每个 ϕ_j 满足式(2),将其作为惩罚项并入式(5)得到无需重新初始化的能量泛函

$$\min_{c_i, \phi_j} \left\{ \sum_{j=1}^m \gamma \int_{\Omega} \delta(\phi_j) |\nabla \phi_j| dx + \sum_{i=1}^n \int_{\Omega} Q_i \chi_i dx + \frac{\mu}{2} \sum_{j=1}^m \int_{\Omega} (|\nabla \phi_j| - 1)^2 dx \right\} \quad (6)$$

对每一个水平集函数 ϕ_j 采用 GDM, 需求解

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi_j}{\partial t} = & \delta(\phi_j) \left(\gamma \text{div} \left(\frac{\nabla \phi_j}{|\nabla \phi_j|} \right) - \sum_{i=1}^n Q_i \frac{\partial \chi_i}{\partial \phi_j} \right) + \\ & \mu \left(\Delta \phi_j - \text{div} \left(\frac{\nabla \phi_j}{|\nabla \phi_j|} \right) \right) \end{aligned} \quad (7)$$

1.2 基于二值标记函数的 Chan-Vese 模型

Bresson 等人^[5]提出的基于二值标记函数的两

相 Chan-Vese 模型为

$$\min_{c_1, c_2, u \in [0,1]} \left\{ \gamma \int_{\Omega} |\nabla u| dx + \int_{\Omega} Q_1 u dx + \int_{\Omega} Q_2 (1 - u) dx \right\} \quad (8)$$

式中, $u(x) \in \{0,1\}$ 为二值标记函数。在 c_1, c_2 已知时,文献[5]将 $u(x) \in \{0,1\}$ 凸松弛为 $u(x) \in [0,1]$,并证明对其结果阈值化为式(8)的全局最优解

$$u(x) = \begin{cases} 1 & u(x) \geq \eta \\ 0 & u(x) < \eta \end{cases}, \quad \forall \eta \in (0,1) \quad (9)$$

Wang 等人^[10]提出基于多个二值标记函数交替凸优化的多相 Chan-Vese 模型

$$\min_{c_i, u_j \in [0,1]} \left\{ \sum_{j=1}^m \gamma \int_{\Omega} |\nabla u_j| dx + \sum_{i=1}^n \int_{\Omega} Q_i \psi_i dx \right\} \quad (10)$$

式中, $\psi_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 的定义类似式(4),即

$$\psi_i(x) = \prod_{j=1}^m (b_{i-1}^j + (-1)^{b_{i-1}^j - u_j}) \quad (11)$$

当各区域参数 $c_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 估计出后,采用对每个二值标记函数进行凸松弛与阈值化方法求解 $u_j (j = 1, 2, \dots, m)$ 。为了提高计算效率,文献[10]引入 SBM 和 DM。

采用 SBM,式(10)转换为以下迭代优化问题

$$(u_j^{k+1}, \mathbf{w}_j^{k+1}) = \arg \min_{u_j, \mathbf{w}_j \in [0,1]} \left\{ \gamma \int_{\Omega} |\mathbf{w}_j| dx + \sum_{i=1}^n \int_{\Omega} Q_i \psi_i dx + \frac{\theta}{2} \int_{\Omega} (\mathbf{w}_j - \nabla u_j - \mathbf{b}_j^{k+1})^2 dx \right\} \quad (12)$$

式中, $\mathbf{w}_j (j = 1, 2, \dots, m)$ 为辅助变量,且满足 $\mathbf{w}_j = \nabla u_j$ 。 $\mathbf{b}_j (j = 1, 2, \dots, m)$ 为 Bregman 迭代参数,且满足 $\mathbf{b}_j^{k+1} = \mathbf{b}_j^k + \nabla u_j^k - \mathbf{w}_j^k$ 。通过变分方法得到关于 u_j 的 Euler-Lagrange 方程及 \mathbf{w}_j 的广义软阈值分别为

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n Q_i \frac{\partial \psi_i}{\partial u_j} - \theta \operatorname{div}(\nabla u_j + \mathbf{b}_j^{k+1} - \mathbf{w}_j^k) = 0 & \text{in } \Omega \\ (\nabla u_j + \mathbf{b}_j^{k+1} - \mathbf{w}_j^k) \frac{\partial u_j}{\partial \mathbf{n}} = 0 & \text{on } \partial \Omega \end{cases} \quad (13)$$

$$\mathbf{w}_j^{k+1} = \max \left(|\nabla u_j^{k+1} + \mathbf{b}_j^{k+1}| - \frac{\gamma}{\theta}, 0 \right) \frac{\nabla u_j^{k+1} + \mathbf{b}_j^{k+1}}{|\nabla u_j^{k+1} + \mathbf{b}_j^{k+1}|} \quad (14)$$

采用 DM,式(10)转换为

$$\min_{u_j \in [0,1]} \sup_{|\mathbf{p}_j| \leq 1} \left\{ \sum_{j=1}^m \gamma \int_{\Omega} u_j \operatorname{div}(\mathbf{p}_j) dx + \sum_{i=1}^n \int_{\Omega} Q_i \psi_i dx \right\} \quad (15)$$

式中, $\mathbf{p}_j (j = 1, 2, \dots, m)$ 为对偶变量。求解 u_j 和 \mathbf{p}_j 的梯度降方程分别为

$$\frac{\partial u_j}{\partial t} = -\gamma \operatorname{div}(\mathbf{p}_j) - \sum_{i=1}^n Q_i \frac{\partial \psi_i}{\partial u_j} \quad (16)$$

$$\frac{\partial \mathbf{p}_j}{\partial t} = -|\nabla u_j| \mathbf{p}_j - \nabla u_j \quad (17)$$

通过对式(13)(16)进行一系列交替优化,可求得 $u_j \in [0,1]$ 。同样需要进行与式(9)相同的阈值化处理。

2 直接对偶方法 DDM

2.1 两相 Chan-Vese 模型的 DDM

当 c_1, c_2 估计后,基于二值标记函数的两相 Chan-Vese 模型^[5]可转换为等价形式

$$\min_{u \in [0,1]} \left\{ \int_{\Omega} Q_{12}(c_1, c_2, x) u dx + \gamma \int_{\Omega} |\nabla u| dx \right\} \quad (18)$$

式中, $Q_{12}(c_1, c_2, x) = Q_1(c_1, x) - Q_2(c_2, x)$ 。直接采用 DM,式(18)转换为

$$(u^{k+1}, \mathbf{p}^{k+1}) = \arg \min_{u \in [0,1]} \sup_{|\mathbf{p}| \leq 1} \left\{ \gamma \int_{\Omega} u \operatorname{div}(\mathbf{p}) dx + \int_{\Omega} Q_{12} u dx \right\} \quad (19)$$

当 \mathbf{p}^k 固定时,由于 u 满足 $u(u-1) = 0$,采用 Lagrange 乘子法,式(19)变为极值问题

$$\min_{u \in [0,1]} \left\{ \gamma \int_{\Omega} u \operatorname{div}(\mathbf{p}^k) dx + \int_{\Omega} Q_{12} u dx + \int_{\Omega} \lambda u(u-1) dx \right\} \quad (20)$$

式中, λ 为 Lagrange 乘子,式(20)中 u 的解对应 Euler-Lagrange 方程

$$Q_{12} + \gamma \operatorname{div}(\mathbf{p}^k) + \lambda(2u-1) = 0 \quad (21)$$

采用 KKT 条件^[7],得 $\lambda \geq 0$ 。同时,由于 $u \in \{0, 1\}$,从而 $|2u-1| = 1$ 。将式(21)第 3 项移至右端,取绝对值得, $\lambda = |Q_{12} + \gamma \operatorname{div}(\mathbf{p}^k)|$,将其代回式(21)可得

$$u^{k+1} = \frac{1}{2} (1 - \operatorname{sgn}(Q_{12} + \gamma \operatorname{div}(\mathbf{p}^k))) \quad (22)$$

当 u^{k+1} 固定时,式(19)变为

$$(\mathbf{p}^{k+1}) = \arg \min_{|\mathbf{p}| \leq 1} \left\{ - \int_{\Omega} u^{k+1} \operatorname{div}(\mathbf{p}) dx \right\} \quad (23)$$

同样采用 KKT 条件,得 $\beta \geq 0$,且

$$\nabla u^{k+1} + \beta \mathbf{p} = 0 \quad (24)$$

当 $\beta = 0$ 或 $\beta > 0$ 时均有 $\beta = |\nabla u^{k+1}|$,对式(24)采用半隐式迭代格式得

$$p^{k+1} = \frac{p^k - \tau \nabla u^{k+1}}{1 + \tau |\nabla u^{k+1}|} \quad (25)$$

式中, τ 为时间步长^[7]。

2.2 多相 Chan-Vese 模型的 DDM

下面将两相分割的 DDM 推广到多相 Chan-Vese 模型^[10]。当各区域参数 $c_i (i=1, 2, \dots, n)$ 估计出后, 式(10)采用 DDM 的能量极值问题转换为

$$(u_j^{k+1}, p_j^{k+1}) = \arg \min_{u_j \in [0, 1]} \sup_{|p_j| \leq 1} \left\{ \gamma \int_{\Omega} u_j \operatorname{div}(p_j) dx + \sum_{i=1}^n \int_{\Omega} Q_i \psi_i dx \right\} \quad (26)$$

采用与式(19)相同的求解方法可得

$$u_j^{k+1} = \frac{1}{2} \left(1 - \operatorname{sgn} \left(\sum_{i=1}^n Q_i \frac{\partial \psi_i}{\partial u_j} + \gamma \operatorname{div}(p_j^k) \right) \right) \quad (27)$$

$$p_j^{k+1} = \frac{p_j^k - \tau \nabla u_j^{k+1}}{1 + \tau |\nabla u_j^{k+1}|} \quad (28)$$

2.3 多相分割 DDM 简明描述

多相 Chan-Vese 模型 DDM 迭代步骤如下:

- 1) 初始化 $p_j^0 = 0$, 并选择合适的 γ, τ 和 u_j^0 ;
- 2) 采用文献[4]方法估计 c_i^{k+1} ;
- 3) 固定 p_j^k , 采用式(27)计算 u_j^{k+1} ;
- 4) 固定 u_j^{k+1} , 采用式(28)计算 p_j^{k+1} ;
- 5) 分别计算式(10)第 k 和 $k+1$ 步能量 E^k 和

E^{k+1} , 并判断是否满足 $\frac{|E^{k+1} - E^k|}{E^k} \leq \varepsilon$, ε 取很小的数。如果满足则停止迭代, 否则返回步骤 2)。以上迭代步骤中 $i=1, 2, \dots, n, j=1, 2, \dots, m$ 。

3 实验结果及分析

对所提出的 DDM 进行数值验证 (PC 机: Intel (R) Core(TM)2 Duo CPU E7400 2.80 GHz; 内存: 2 GB; 代码运行环境: Matlab7.0), 并将结果与 GDM^[4]、DM^[10]和 SBM^[10]进行比较。

实验中迭代次数依据能量下降到收敛状态, 即 $\frac{|E^{k+1} - E^k|}{E^k} \leq \varepsilon$ 时确定。与两相图像分割存在全局最优解不同^[5-6], 多相图像分割存在局部极值问题, 即分割结果依赖初始化轮廓线位置。为了减小对初始化位置的过分依赖, 采用具有全局特性的种子点初始化 (seed initialization) 方法^[4]。同时为了获得相对客观的比较结果, 对每一个实验中 4 种方法采用相同的初始化位置, 相同的参数值 γ , 并固定如下参数值 ($\Delta h = \Delta t = 1, \mu = 0.001, b_j^0 = w_j^0 = p_j^0 = 0, \theta = \eta = 0.5, \varepsilon = 0.001, \tau = 0.125$)。

3.1 2 维图像分割实验

图 1(a) 为一幅合成脑部 MR 图像 (<http://www.>

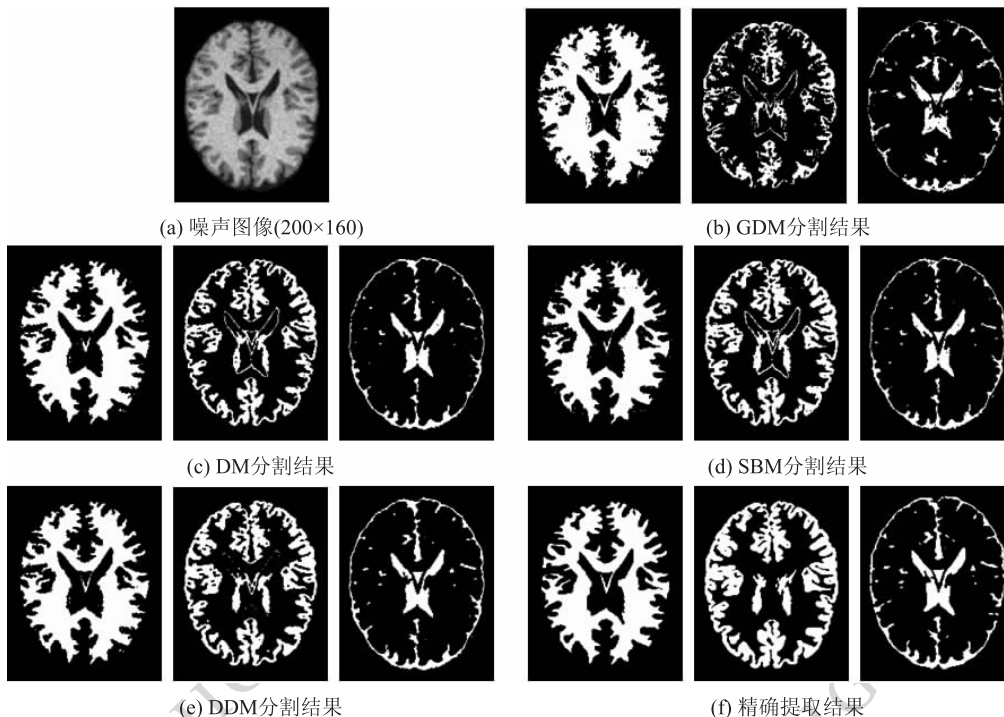


图 1 脑部 MR 图像不同方法分割结果

Fig. 1 The segmentation results of a brain MR image using different methods

bic.mni.mcgill.ca/brainweb/),并含 7% 高斯白噪声。要划分出脑白质(wht)、脑灰质(gry)、脑脊液(csf)和背景 4 类区域,所以采用两个水平集(二值标记)函数分割,取参数 $\gamma = 0.0005 \times 255^2$ 。图 1(b)–(e)展示了 4 种不同方法的分割结果,因为 4 种方法分割结果中的背景相同,所以没有给出而只显示其他 3 类区域。从左到右依次为 wht、gry 和 csf,分别采用白色区域表示。图 1(f)为精确提取结果。

首先,对图 1(b)–(e)和图 1(f)进行目测比较,DM、SBM 和 DDM 的分割结果比 GDM 好。接着,对结果的准确性进行定量分析,采用分割结果与精确提取结果对比的误差率(ER)^[16]表示。4 种分割方法 ER 随迭代次数的变化趋势如图 2 所示,当达到收敛状态时,可以观察到 DM、SBM 和 DDM 的 ER 接近,但 DDM 的准确性略高一些。图 1(b)–(e)对应的 ER 分别为 5.89%、3.76%、3.73% 和 3.69%。

为了进一步验证 DDM 的准确性,对图 3(a)(b)中真实图像的分割结果进行比较。由于两幅图像包含较多的不同灰度值区域,因此首先根据分割后不同区域的平均灰度值进行图像重建,然后与原始图像进行比较。分割的相数越多,重建的图像与原始图像逼真度应该越高,因此需要增加水平集(二值标记)函数的个数。使用 3 个水平集(二值标记)函数对图 3(a)进行分割,取参数 $\gamma = 0.0018 \times 255^2$ 。图 4(a)–(d)展示了 4 种不同方法的分割结果。对比图 4(a)–(d)中红色方框区域,DDM 的重建结果很好保持了原图像的特征,而另外 3 种方法的结果不正确。

图 3(b)包含更多灰度区域,使用 4 个水平集(二

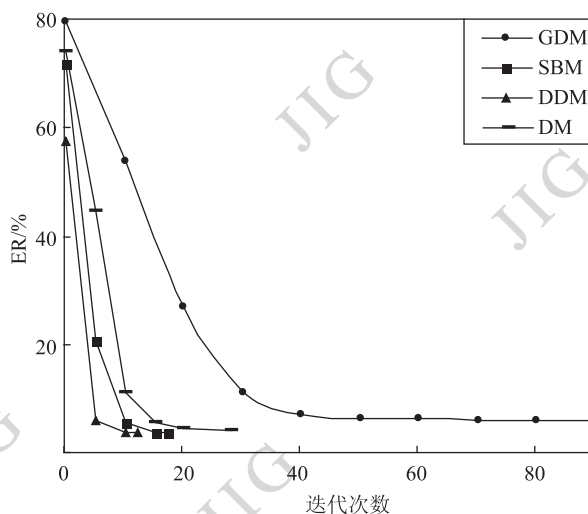


图 2 不同方法误差率的变化过程

Fig. 2 Evolution of error rate using different methods

值标记)函数对其进行分割,取参数 $\gamma = 0.0004 \times 255^2$ 。图 5(a)–(d)展示了 4 种不同方法的分割结果。对比图 5(a)–(d)中黄色方框区域,4 种方法的分割效果基本一致。对比图 5(a)–(d)中红色方框区域,DM 和 SBM 分割的结果比较接近,且比 GDM 好,而 DDM 分割的结果是 4 种方法中最好的。从对图 5(a)(b)的实验结果看出,对于不同灰度值区域稀疏的图像进行分割时,GDM、DM、SBM 和 DDM 的分割结果相似。但是,对不同灰度值区域密集的图像进行分割时,DDM 有着更加稳健、更加准确的分割效果。

表 1 为不同实验图像采用 4 种分割方法所得到的迭代次数和计算时间的对比表。对图 1(a)进行分割时,DM、SBM 和 DDM 的迭代次数分别比 GDM 减少 68.89%、83.33% 和 88.89%,而计算时间分别



(a) 海岸线扫描图(228×227)



(b) 城市街道布局俯视图(300×200)

图 3 测试图像

Fig. 3 The testing images

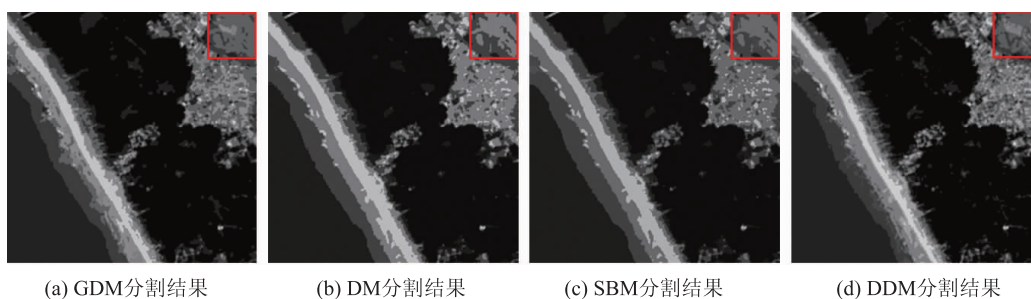


图 4 图 3(a)采用不同方法分割结果

Fig. 4 The segmentation results of Fig. 3(a) using different methods

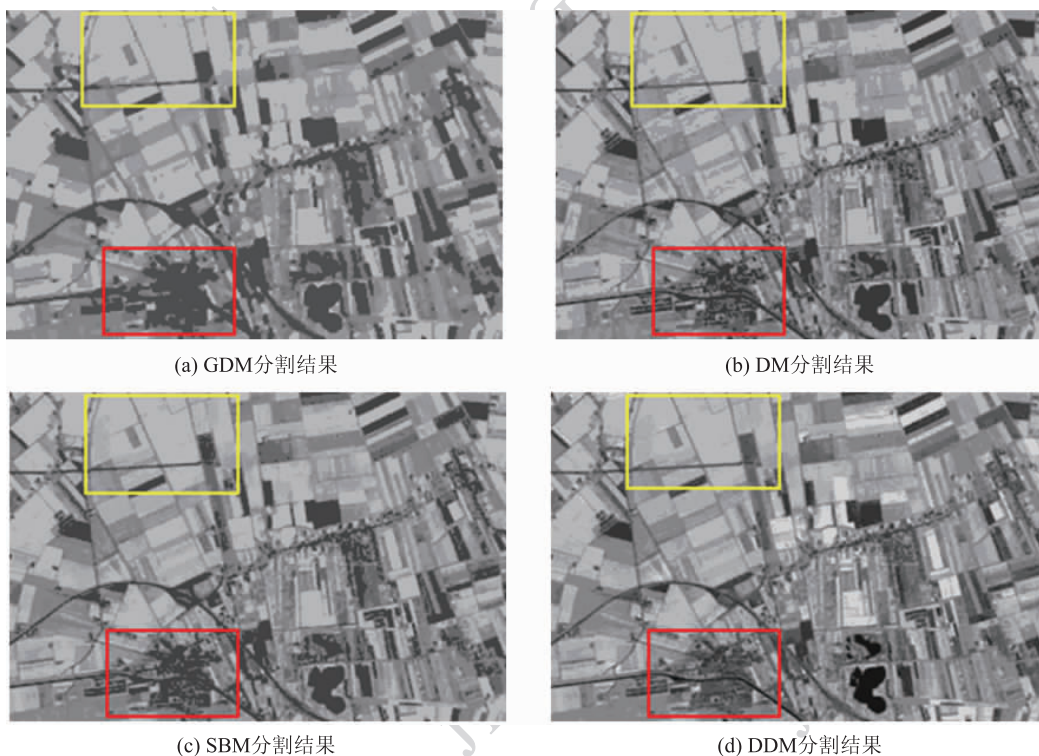


图 5 图 3(b)采用不同方法分割结果

Fig. 5 The segmentation results of Fig. 3(b) using different methods

表 1 不同分割方法迭代次数和计算时间对比

Table 1 Comparison of iterations and computation time using different segmentation methods

评价方法	迭代次数					计算时间/s				
	图 1(a)	图 3(a)	图 3(b)	图 6(a)	图 7(a)	图 1(a)	图 3(a)	图 3(b)	图 6(a)	图 7(a)
GDM	90	220	285	70	90	5.14	46.13	145.47	731.21	1241.03
DM	28	70	43	12	17	1.86	21.28	41.22	247.17	397.48
SBM	15	54	33	10	14	0.95	14.30	24.95	186.69	319.94
DDM	10	18	25	7	9	0.58	3.97	12.06	88.70	164.77

减少 63.81%、81.52% 和 88.71%。这说明不论是迭代次数还是计算时间,DM、SBM 和 DDM 都远远

少于 GDM。单从每次迭代时间看,GDM 并不是最慢的,但迭代次数最多,其主要原因是传统的水平

集演化方程包含复杂的曲率项,如式(7)所示,所以收敛速度较慢。DM 通过引入对偶变量 p_j 提高速度,如式(15)所示。SBM 通过引入替代变量 w_j 和 Split 方法提高了速度,如式(12)所示。与 DM 和 SBM 比较,DDM 计算效率更高,是因为 DDM 减少了式(12)中迭代参数 b_j ,而且无需通过式(12)(15)的凸松弛和式(9)的阈值化来获取最终结果。

对图 3(a)进行分割时,DM、SBM 和 DDM 的迭代次数分别比 GDM 减少 68.18%、75.45% 和

91.82%,而计算时间分别减少 53.87%、69.00% 和 91.39%。对图 3(b)进行分割时,DM、SBM 和 DDM 的迭代次数分别比 GDM 减少 84.91%、88.42% 和 91.23%,而计算时间分别减少 73.04%、82.85% 和 91.71%。这说明,随着图像复杂度的增加,DDM 的迭代次数和计算时间减少的更加明显。

3.2 3 维图像分割实验

DDM 同样适合 3 维图像的分割与重建。首先要进行的实验(图 6)是用 95 幅 $150 \times 150 \times 2$ 维图像构造的 3 相宫殿。接着下来的实验(图 7),要实现

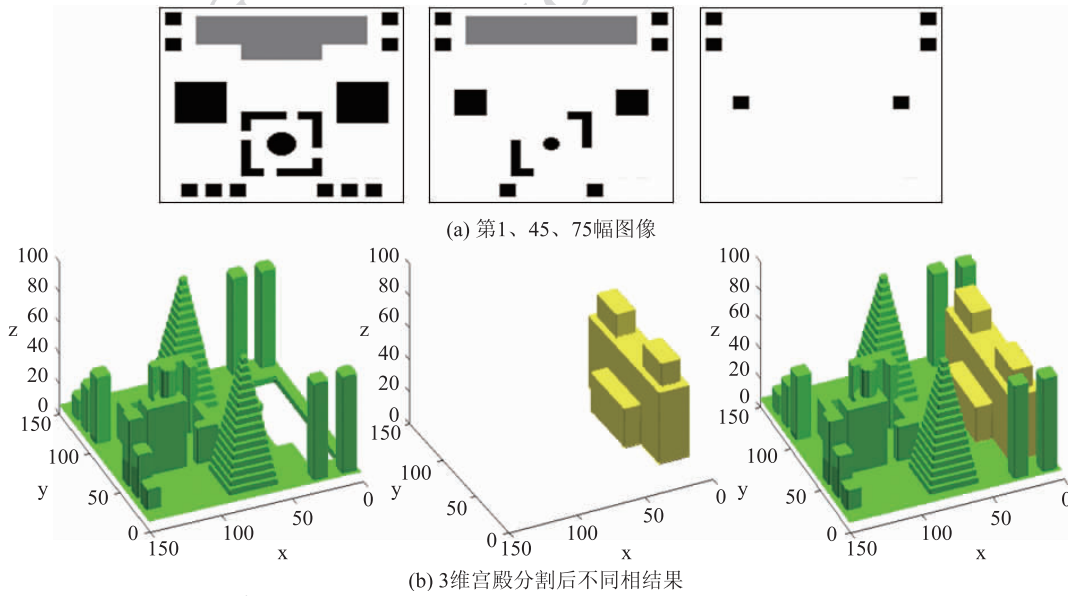


图 6 人造 3 维宫殿分割及重建

Fig. 6 3D segmentation and reconstruction of an artificial palace

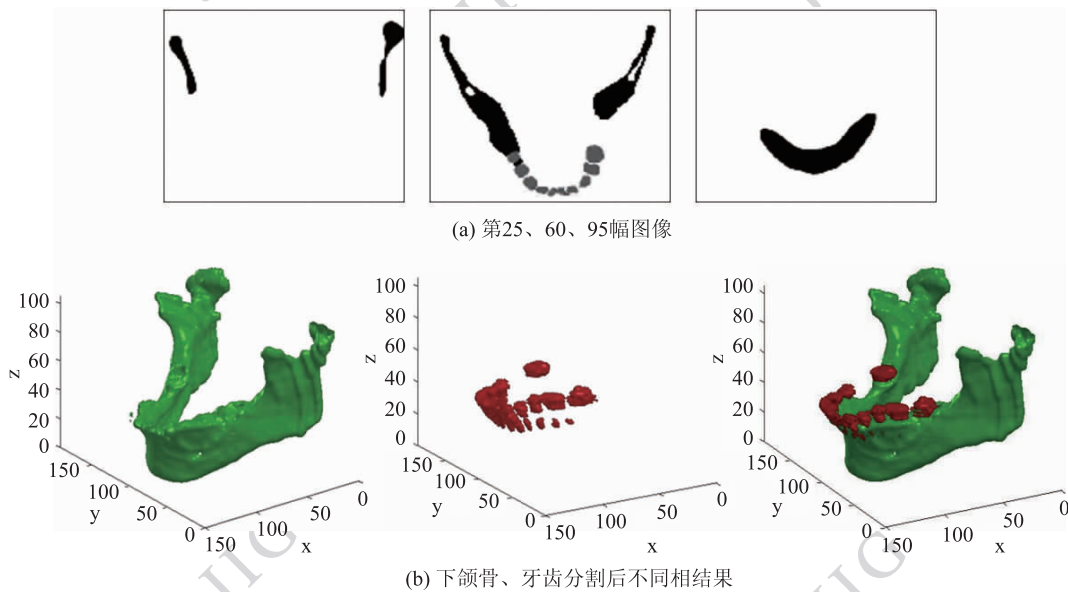


图 7 下颌骨、牙齿 3 维分割及重建

Fig. 7 3D segmentation and reconstruction of mandible and teeth

下颌骨、牙齿和背景 3 部分的分割与重建,图像大小为 191×151 ,共取 105 幅。图 6(a)和图 7(a)为构造 3 维图像而分别选取的 3 幅典型 2 维图像。对于以上两个实验,选取的原始数据为分段常值图像,所以 4 种方法的分割结果相似。这里只给出了 DDM 的分割结果,而且没有显示背景部分。图 6(b)和图 7(b)分别为采用两个标记函数分割后重建的结果,取参数分别为 $\gamma = 0.0005 \times 255^2$ 和 0.0015×255^2 。同样,从表 1 中可以得出,DDM 在迭代次数和计算时间方面比另外 3 种方法更有优势。

4 结 论

基于多相 Chan-Vese 模型和对偶方法,提出了一种新的快速分割方法,即直接对偶方法(DDM)。该方法无需凸松弛和阈值化便可直接得到原变量的二值解,这大大加快了分割的计算效率。实验结果验证了 DDM 不仅能快速分割出不同的目标区域,同时具有更加准确的分割效果。此外,DDM 的基本实现步骤类似于文献[7]的 KKT 实现方法,这在很大程度上保证了该分割方法的鲁棒性。

在本文工作的基础上还可开展进一步的研究,主要包括:1)将该结果直接应用于文献[17]用 m 个取值 1 或 -1 的二值标记函数的分割模型;2)将该结果推广到多相图像运动分割的变分模型。

参考文献(References)

- [1] Mumford D, Shah J. Optimal approximations by piecewise smooth functions and associated variational problems [J]. Communications on Pure and Applied Mathematics, 1989, 42(5): 577-685.
- [2] Chan T F, Vese L A. Active contours without edges [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2001, 10(2):266-277.
- [3] Zhao H K, Chan T F, Merriman B, et al. A variational level set approach to multiphase motion [J]. Journal of Computational Physics, 1996, 127(1):179-195.
- [4] Vese L A, Chan T F. A multiphase level set framework for image segmentation using the mumford and shah model [J]. International Journal of Computer Vision, 2002, 50(3):271-293.
- [5] Bresson X, Esedoglu S, Vandergheynst P, et al. Fast global minimization of the active contour/snake model [J]. Journal of Mathematical Imaging and Vision, 2007, 28(2):151-167.
- [6] Goldstein T, Bresson X, Osher S. Geometric applications of the Split Bregman method: segmentation and surface reconstruction [J]. Journal of Scientific Computing, 2010, 45(1):272-293.
- [7] Chambolle A. An algorithm for total variation minimization and applications [J]. Journal of Mathematical Imaging and Vision, 2004, 20(1):89-97.
- [8] Goldstein T, Osher S. The Split Bregman method for LI regularized problems [J]. SIAM Journal on Imaging Sciences, 2009, 2(2):323-343.
- [9] Li F, Shen C, Li C. Multiphase soft segmentation with total variation and H1 regularization [J]. Journal of Mathematical Imaging and Vision, 2010, 37(2):98-111.
- [10] Wang Q, Pan Z K, Wei W B. Split-Bregman method and dual method for multiphase image segmentation [J]. Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics, 2010, 22(9):1561-1569. [王琦,潘振宽,魏伟波.多相图像分割的 Split-Bregman 方法及对偶方法[J].计算机辅助设计与图形学学报,2010,22(9):1561-1569.]
- [11] Brown E S, Chan T F, Bresson X. Completely convex formulation of the Chan-Vese image segmentation model [J]. International Journal of Computer Vision, 2011, 98(1):1-19.
- [12] Pock T, Schoenemann T, Graber G, et al. A convex formulation of continuous multi-label problems [C]//Proceedings of the 10th European Conference on Computer Vision. Marseille: Springer Press, 2008, 3:792-805.
- [13] Goldstein T, Bresson X, Osher S. Global minimization of Markov random fields with applications to optical flow, CAM Report 09-77 [R]. Los Angeles: University of California Los Angeles, 2009.
- [14] Li C, Xu C, Gui C, et al. Level set evolution without re-initialization: a new variational formulation [C]//Proceedings of IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. San Diego: IEEE Press, 2005, 1:430-436.
- [15] Liu C, Dong F, Zhu S, et al. New variational formulations for level set evolution without reinitialization with applications to image segmentation [J]. Journal of Mathematical Imaging and Vision, 2011, 41(3):194-209.
- [16] Han S, Tao W, Wu X. Texture segmentation using independent-scale component-wise Riemannian-covariance Gaussian mixture model in KL measure based multi-scale nonlinear structure tensor space [J]. Pattern Recognition, 2011, 44(3):503-518.
- [17] Lie J, Lysaker M, Tai X C. A binary level set model and some applications to Mumford-Shah image segmentation [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2006, 15(5):1171-1181.