

Journal of Image
and Graphics

中国图象图形学报



ISSN1006-8961
CN11-3758/TB

2012 9
Vol.17 No.

中国科学院遥感应用研究所
中国图象图形学学会主办
北京应用物理与计算数学研究所

中国图象图形学报

Zhongguo Tuxiang Tuxing Xuebao

2012年9月 第17卷 第9期(总第197期)

目次

图像处理和编码

- 自适应阈值 HMRF 模型超分辨率重建 朱虹, 刘薇, 姚杰, 欧阳光振, 刘小乾(1049)
- 亮度补偿变换矩阵的颜色恒常性算法 袁兴生, 王正志(1055)
- 小波变换和稀疏冗余表示的混合图像去噪 李慧斌, 刘峰(1061)
- 基于运动信息自适应的快速运动估计算法 李子印, 杨齐(1069)
- 融合纹理特征的两阶段聚类分割算法 王改华, 李德华(1075)
- 利用纹理和边缘特征的 Criminisi 改进算法 任澍, 唐向宏, 康佳伦(1085)

图像分析和识别

- 激光焊接对接拼缝测量的微景深方法 王平江, 黄雅婷, 齐江飞, 彭芳瑜, 李斌, 唐小琦(1092)
- 基于码本模型和多特征的早期烟雾检测 姜明新, 王洪玉, 蔡兴洋(1102)
- 结合局部特征和全局信息的自适应活动轮廓模型 朱晓舒, 孙权森, 夏德深(1109)
- 高斯颜色模型在瓷片图像分类中的应用 郑霞, 胡浩基, 周明全, 樊亚春(1115)
- 区域生长的轮对图像分割 史倩, 吴开华(1122)
- 图像搜索结果的滑动窗口多标记传播聚类 谷瑞军, 陈圣磊, 陈耿, 汪加才(1128)

图像理解和计算机视觉

- 中介相似性量度的图像匹配 周宁宁, 吕文杰(1135)
- 自适应字典学习的多聚焦图像融合 严春满, 郭宝龙, 易盟(1144)
- 摄像机几何约束及人体定位 陶霖密, 于亚鹏, 邸慧军, 孙洛(1150)

虚拟现实与增强现实

针对层次式累进网格模型的动态评估与调整 王丹华, 卢威, 潘金贵(1158)

医学图像处理

结合形状与纹理特征的椎间盘退化辅助诊断..... 郝世杰, 蒋建国, 郭艳蓉, 詹曙, 李鸿(1168)

改进的核磁共振图像分割与偏移场恢复耦合模型

..... 王顺风, 冀晓娜, 张建伟, 陈允杰, 方林, 詹天明(1175)

遥感图像处理

光学遥感图像低可观测区域舰船检测 周伟, 关键, 何友(1181)

非下采样 Contourlet 变换与脉冲耦合神经网络相结合的 SAR 与多光谱图像融合

..... 金星, 李晖晖, 时丕丽(1188)

“计算机视觉前沿论坛”专栏征文通知 (1196)

中国图象图形学报

刊名题字: 宋 健

月刊(1996年创刊)

第17卷 第9期

2012年9月16日出版

主管单位 中国科学院

主 办 中国科学院遥感应用研究所

中国图象图形学学会

北京应用物理与计算数学研究所

主 编 李小文

编辑出版 《中国图象图形学报》编辑出版委员会

北京9718信箱 邮编 100101

电子信箱:jig@irsa.ac.cn

电话:010-64807995 010-82614429

网 址:www.cjig.cn

印刷装订 北京北林印刷厂

广告经营许可证 京朝工商广字第0346号

总 发 行 北京报刊发行局

订 购 全国各地邮局

国外发行 中国国际图书贸易总公司

(中国国际书店)

(北京399信箱 邮编 100044)

Superintended by Chinese Academy of Sciences

Sponsored by Institute of Remote Sensing Application,

CAS China Society of Image and Graphics

Institute of Applied Physics and Computational

Mathematics

Chief editor LI Xiaowen

Editor, Publisher Editorial and Publishing Board

of Journal of Image and Graphics

(P. O. Box 9718, Beijing 100101, China)

E-mail:jig@irsa.ac.cn

Distributed by Beijing Bureau for Distribution of Newspapers

and Journals

Domestic All Local Post Offices in China

Foreign China International Book Trading Corporation

(P. O. Box 399, Beijing 100044, China)

Printed by Beijing Beilin Printing House

ISSN 1006-8961 CN11-3758/TB CODE ZTTXFZ 国内邮发代号: 82-831 国外发行代号: M1406 国内定价: 45.00元

Journal of Image and Graphics

(Monthly, Started in 1996)

Vol. 17 No. 9 September 2012

Contents

Image Processing and Coding

- Adaptive threshold HMRF model for super-resolution reconstruction
..... Zhu Hong, Liu Wei, Yao Jie, Ouyang Guangzhen, Liu Xiaoqian(1049)
- Color constancy algorithms with luminance-compensation transform matrix Yuan Xingsheng, Wang Zhengzhi(1055)
- Hybrid image denosing method based on wavelet transform as well as on a sparse and redundant representations model
..... Li Huibin, Liu Feng(1061)
- Fast motion estimation algorithm based on motion information adaptation Li Ziyin, Yang Qi(1069)
- Texture feature fusion-based two-stage clustering segmentation algorithm Wang Gaihua, Li Dehua(1075)
- Improved Criminisi algorithm with the texture and edge features Ren Shu, Tang Xianghong, Kang Jialun(1085)

Image Analysis and Recognition

- Seam measurement based on micro depth of field lens for laser welding
..... Wang Pingjiang, Huang Yating, Qi Jiangfei, Peng Fangyu, Li Bin, Tang Xiaoqi(1092)
- Early smoke detection based on codebook model and multiple features Jiang Mingxin, Wang Hongyu, Cai Xingyang(1102)
- Adaptive active contour model integrating global and local image fitting energy Zhu Xiaoshu, Sun Quansen, Xia Deshen(1109)
- Porcelain shard images classification based on Gaussian color model Zheng Xia, Hu Haoji, Zhou Mingquan, Fan Yachun(1115)
- Image segmentation for wheel set measurement based on region growing Shi Qian, Wu Kaihua(1122)
- Sliding window multi-label propagation clustering for searched images
..... Gu Ruijun, Chen Shenglei, Chen Geng, Wang Jiakai(1128)

Image Understanding and Computer Vision

- Image matching based on the medium similarity measure Zhou Ningning, Lv Wenjie(1135)
- Multi-focus image fusion using adaptive dictionary learning method Yan Chunman, Guo Baolong, Yi Meng(1144)
- Geometric constraints of locating cameras and people Tao Linmi, Yu Yapeng, Di Huijun, Sun Luo(1150)

Virtual Reality and Augmented Reality

- Dynamic evaluation and modification methods against aggressive mesh hierarchy models
..... Wang Danhua, Lu Wei, Pan Jingui(1158)

Medical Image Processing

- Computer aided diagnosis on intervertebral disc degeneration with shape and texture features
..... Hao Shijie, Jiang Jianguo, Guo Yanrong, Zhan Shu, Li Hong(1168)
- Improved coupled model for MR images segmentation and bias restoration
..... Wang Shunfeng, Ji Xiaona, Zhang Jianwei, Chen Yunjie, Fang Lin, Zhan Tianming(1175)

Remote Sensing Image Processing

- Ship detection from low observable regions in optical remote sensing imagery Zhou Wei, Guan Jian, He You(1181)
- SAR and multispectral image fusion algorithm based on pulse coupled neural networks and non-subsampled Contourlet transform
..... Jin Xing, Li Huihui, Shi Pili(1188)

中图法分类号: TP391.41 文献标识码: A 文章编号: 1006-8961(2012)09-1061-08

论文引用格式: 李慧斌, 刘峰. 小波变换和稀疏冗余表示的混合图像去噪[J]. 中国图象图形学报, 2012, 17(9): 1061-1068.

小波变换和稀疏冗余表示的混合图像去噪

李慧斌, 刘峰

西安交通大学理学院信息与计算科学系, 西安 710049

摘要: 为改进 K-SVD 方法抑制强噪声的效果, 提出一种小波域稀疏冗余表示图像去噪方法——单尺度低频小波 K-SVD (SLWK-SVD)。首先对含噪图像做单尺度小波变换, 然后用 K-SVD 算法对变换后的图像逼近系数学习过完备自适应字典, 而对于高频小波系数则简单置零, 最后用逆小波变换得到恢复图像。实验结果表明, 与 K-SVD 方法相比, 所提方法具有良好的抑制强噪声能力, 在所给强噪声下 (方差介于 50 和 100), 恢复图像信噪比提高了约 0.5—1.5 dB, 并克服了 K-SVD 方法去噪后图像出现的明显波动效应, 具有更佳视觉效果。

关键词: 图像去噪; 小波变换; 稀疏冗余表示; K-SVD

Hybrid image denosing method based on wavelet transform as well as on a sparse and redundant representations model

Li Huibin, Liu Feng

Department of Information and Computing Science, School of Science, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China

Abstract: In order to improve the noise handling of-SVD strong method, we propose a new image denoising method based on a sparse and redundant representations model in the wavelet domain called Single Scale Low-frequency Wavelet K-SVD (SLWK-SVD). The basic idea is to follow three steps: first, use the wavelet transform on the noisy image, then employ the K-SVD algorithm on the low-frequency wavelet coefficients, and finally, replace the high-frequency wavelet coefficients by zeros. The experimental results show that compared to the K-SVD method, the proposed method is more robust to strong noise. At the given strong noise level (variance from 50 to 100), the PSNR of the denoised image improved about 0.5—1.5 dB. Meanwhile, the proposed method can overcome the problem of fluctuation of the denoised image when using the K-SVD, and improve the visual effect of the recovered image.

Key words: image denoising; wavelet transform; sparse and redundant representations; K-SVD

0 引言

近年来, 信号与图像稀疏冗余表示模型受到人们的广泛关注与研究。其基本思想是在一个预先给定的行数远小于列数的行满秩矩阵中, 选择最少几列的线性组合来表示给定的非零向量, 即信号或图像, 通常该矩阵称为过完备字典, 其列称为原子。该

模型打破了传统正交基表示信号的局限, 最大程度发挥了冗余基的优势。目前, 稀疏冗余表示模型已成功应用于图像去噪^[1-6]、卡通纹理分解^[7]、超分辨^[3,8]和图像修复^[3-4,8,9]等问题。

稀疏冗余表示在图像去噪中的应用是人们关注的主要研究方向之一。Chen 等人把稀疏冗余表示模型松弛为凸优化问题, 结合内点算法提出了 BPDN (basic pursuit denoising) 图像去噪算法^[5]。

收稿日期: 2011-08-15; 修回日期: 2012-04-16

基金项目: 陕西省自然科学基金项目 (2009JM1015)

第一作者简介: 李慧斌 (1984—), 男, 2009 年于西安交通大学获应用数学专业硕士学位, 现为法国里昂中央理工大学 (Ecole Centrale Lyon) 计算机与数学专业博士研究生, 主要研究方向为数字图像处理、3 维人脸识别及 3 维人脸表情识别等。E-mail: huibin.li@ec-lyon.fr

Guleryuz 推广了变换域去噪算法,在过完备集上进行一系列线性变换及相应的非线性门限技术,并对每个像素去噪后的估计系数提出最优组合策略,获得了有竞争力的去噪结果^[6]。Elad 等人基于 K-SVD 算法^[10]学习产生的自适应冗余字典提出了基于 K-SVD 的图像去噪算法^[1-2]。之后,基于自适应冗余字典学习(K-SVD)稀疏冗余表示模型的去噪算法被广泛研究。蔡泽民等人^[11]将字典学习问题转化为一个带边界的二次规划问题,并给出适合大规模运算的解法。赵瑞珍等人^[12]将稀疏表示的思想应用于小波去噪技术,通过最小化非零小波系数的个数达到去噪的目的。Valiollahzadeh^[13]等人则研究了用新算法求解图像去噪的稀疏表示模型。Dong 等人^[14]同时考虑图像的局部稀疏结构和全局自相似结构,提出了基于聚类的稀疏冗余表示模型,并给出了求解该多稀疏正则化问题的算法。

然而,上述方法均没有强调处理强噪声时算法的优势,特别是 K-SVD 方法在图像含有较强噪声时,恢复图像的信噪比与视觉效果明显较差^[1],主要原因在于该算法对噪声较为敏感,当噪声较强时恢复图像在平缓区域具有明显的奇异波动^[2]。为了克服这一缺陷,本文利用小波变换能有效分离图像高低频能量,而基于 K-SVD 算法的稀疏冗余表示模型能有效抑制低噪声的各自优势,在单尺度小波 K-SVD(SWK-SVD)算法^[15]基础之上,进一步研究了小波域稀疏冗余表示混合图像去噪算法的性能。通过对照实验,讨论了小波分解层数以及高频小波系数的不同处理策略对去噪算法性能的影响。进而比较了所提单尺度低频小波 K-SVD 方法与原始 K-SVD 方法的去噪性能。实验结果表明,对于强噪声,所提算法不仅明显提高了恢复图像的峰值信噪比,而且克服了 K-SVD 方法去噪后图像出现的明显波动效应,具有更佳视觉效果。

1 K-SVD 去噪方法

1.1 信号稀疏冗余表示模型

给定信号 $\mathbf{y} \in \mathbf{R}^n$ 及过完备字典 $\mathbf{D} = [\mathbf{d}_1, \mathbf{d}_2, \dots, \mathbf{d}_k] \in \mathbf{R}^{n \times k}$ ($n < k$), 式中 $\{\mathbf{d}_j\}_{j=1}^k$ 称为原子。则信号稀疏冗余表示为优化问题

$$(P_0) : \min_{\alpha} \|\alpha\|_0 \text{ s. t. } \mathbf{y} = \mathbf{D}\alpha. \quad (1)$$

式中, $\|\alpha\|_0 = \#\{i: \alpha_i \neq 0\}$, 表示向量 α 中非零元素个数,称为 α 的 l_0 范数,它度量了向量 α 的稀疏性。一般而言, (P_0) 是一个组合优化问题,计算复杂度是 $O(2^k)$,故通常寻求 (P_0) 的近似解。近似求解 (P_0) 的算法主要有 MP (matching pursuit) 算法^[16]和改进的 OMP (orthogonal-matching-pursuit) 算法^[17]。

本文采用 OMP 算法求解小波域稀疏冗余表示模型。该算法始于 $\alpha^0 = 0$, 采取贪婪策略 (Sweep 步) 通过选取字典集 \mathbf{D} 中某 k 个原子 (初始为空) 来近似 α^k , 每次迭代, 选择一个新的原子更新 \mathbf{D} 使得更新后的原子集能降低对 \mathbf{y} 的 l_2 近似误差 (Update Provisional Solution 步), 若该近似误差小于事先给定的门限, 则算法终止。其基本流程为^[22]:

参数: 字典矩阵 \mathbf{D} , 信号 \mathbf{y} , 误差门限 ε_0 。

初始化: 令 $k = 0$, 初始解 $\alpha^0 = 0$, 初始近似误差 $\mathbf{r}^0 = \mathbf{y} - \mathbf{D}\alpha^0 = \mathbf{y}$, 初始原子集 $\mathbf{S}^0 = \phi$ 。

迭代: 执行以下步骤同时更新 $k = k + 1$,

Sweep 步: 对任意 j , 选择最优解 $z_j^* = \frac{\mathbf{d}_j^T \mathbf{r}^{k-1}}{\|\mathbf{d}_j\|_2^2}$,

使得 $\varepsilon_j = \min_{z_j} \|\mathbf{d}_j z_j - \mathbf{r}^{k-1}\|_2^2$ 。

更新: 若 $\forall j \notin \mathbf{S}^{k-1}, \varepsilon_{j_0} \leq \varepsilon_j$, 则更新字典集 $\mathbf{S}^k = \mathbf{S}^{k-1} \cup \{j_0\}$ 。

Update Provisional Solution 步:

给定 Support $\{\alpha\} = \mathbf{S}^k$, 计算 α^k :

$\min \|\mathbf{D}\alpha - \mathbf{y}\|_2^2$ 。

Update Residual 步:

计算 $\mathbf{r}^k = \mathbf{y} - \mathbf{D}\alpha^k$ 。

Stopping Rule 步:

若 $\mathbf{r}^k \leq \varepsilon_0$, 停止。否则继续迭代。

输出: k 次迭代后的近似解 α^k 。

1.2 信号稀疏冗余表示图像去噪模型

假设观察图像为

$$\mathbf{y} = \mathbf{x} + \mathbf{z} \quad (2)$$

式中, \mathbf{x} 为原图像, \mathbf{z} 是均值为零、方差为 σ^2 的加性 Gauss 噪声且满足 $\|\mathbf{z}\|_2 \leq \varepsilon$ 。假设 $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n$ 在某冗余字典 \mathbf{D} 上具有稀疏表示, 即 $\mathbf{x} = \mathbf{D}\alpha$ 。修正 (P_0) 之后, 可获得如下去噪模型

$$(P_{0,\delta}) : \hat{\alpha} = \arg \min_{\alpha} \|\alpha\|_0 \text{ s. t. } \|\mathbf{y} - \mathbf{D}\alpha\|_2^2 \leq \delta \quad (3)$$

式中, $\delta = \delta(\varepsilon)$, 恢复图像为 $\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{D}\hat{\alpha}$ 。式(3)对应的拉格朗日形式为

$$(P_{0,\mu}) : \hat{\alpha} = \arg \min_{\alpha} \|y - D\alpha\|_2^2 + \mu \|\alpha\|_0 \quad (4)$$

式中, $\mu = \mu(y, \delta)$ 为拉格朗日乘子。

1.3 K-SVD 图像去噪算法

求解式(3)的关键是如何确定字典 D 。Aharon 等人受 K-均值聚类算法的启发提出了一种更新信号稀疏表示模型中过完备字典的自适应学习算法^[10],称为 K-SVD 算法。K-SVD 算法的基本思想是:给定训练集信号 $Y = \{y_i\}_{i=1}^N$ 及初始字典 $D \in \mathbb{R}^{n \times k}$ ($n < k$),在稀疏性限制下通过迭代策略或更新算法不断更新字典 D ,最终找到能有效自适应表示训练集中信号的自适应字典。K-SVD 算法是一种迭代算法,分两步实现,首先利用 OMP 算法对信号在初始冗余字典上实现初始稀疏编码,然后对初始编码后的字典及表示系数更新。用于图像去噪时, K-SVD 算法先对小图像块训练自适应字典,获得去噪后的图像块,最后加权平均小图像块获得最终恢复图像^[1]。

2 单尺度低频小波 K-SVD 去噪方法

2.1 小波变换及小波图像去噪

设 $\psi(x, y)$ 是 2 维基本小波,则任意 $f(x, y) \in L^2(\mathbb{R}^2)$ 的连续小波变换(CWT)定义为

$$W_a f(x, y) = \iint_{\mathbb{R}^2} f(u, v) \bar{\psi}_{a,x,y}(u, v) du dv = \langle f(u, v), \psi_{a,x,y}(u, v) \rangle \quad (5)$$

式中

$$\psi_{a,x,y}(u, v) = \frac{1}{a} \psi_{a,x,y} \left(\frac{u-x}{a}, \frac{v-y}{a} \right), (a > 0)$$

表示尺度。如果 $\psi(x, y)$ 是可分离的,那么 $\psi(x, y)$ 可由一维小波构成。对于数字图像来说,需对平移和尺度作离散化处理,人们常用 Mallat 快速算法实现图像的离散小波变换,即将图像分解为低频逼近以及水平细节、垂直细节与对角细节 4 部分。图像的低频逼近包含了图像的主要能量,而细节则包含图像的高频成分和噪声的主要能量。

小波图像去噪已成为目前图像去噪的主要方法之一。许多学者一方面致力于构造能更好的描述图像奇异信息的且具有更好方向表征能力的小波变换^[19];另一方面致力于建立更好的能够刻画小波系数的统计模型^[20];同时研究如何设计更好的门限技术来区别变换域中的图像信息和噪声信息^[21]。

2.2 单尺度低频小波 K-SVD 去噪算法

假设式(2)中原图像 x 大小为 $\sqrt{N} \times \sqrt{N}$,选择合适的小波基,对观察图像 y 进行二维离散小波变换,得到图像逼近及水平、垂直和对角 3 个方向上的小波系数,分别记为 W_{Ly} 、 W_{Hy} 、 W_{Vy} 和 W_{Dy} ,大小均为 $(\sqrt{N}/2) \times (\sqrt{N}/2)$ 。

首先考虑 W_{Ly} 的估计,由小波变换的性质知

$$W_{Ly} = W_{Lx} + W_{Lz} \quad (6)$$

式中, W_{Lx} 与 W_{Lz} 为原图像和噪声的小波变换。记 $W_{Lx_{ij}} = R_{ij} W_{Lx}$,其中 $R_{ij} \in \mathbb{R}^{n \times (N/4)}$ 为一个抽取算子,它表示从 W_{Lx} 中抽取左上角像素为 $[i, j]$,大小为 $\sqrt{n} \times \sqrt{n}$ 的图像块,并将其按列堆砌成 n 维列向量。当给定冗余字典 D 时,由式(3)知每个小图像块的先验模型为

$$\hat{\alpha}_{ij} = \arg \min_{\alpha_{ij}} \|\alpha_{ij}\|_0 \quad \text{s. t. } \|W_{Lx_{ij}} - D\alpha_{ij}\|_2^2 \leq (C\sigma)^2 \quad (7)$$

其拉格朗日形式为

$$\hat{\alpha}_{ij} = \arg \min_{\alpha_{ij}} \|W_{Lx_{ij}} - D\alpha_{ij}\|_2^2 + \mu_{ij} \|\alpha_{ij}\|_0 \quad (8)$$

于是对 W_{Ly} 的去噪归结为能量极小化问题

$$\{\hat{\alpha}_{ij}, W_{L\hat{x}}\} = \operatorname{argmin}_{\alpha_{ij}, W_{L\hat{x}}} \lambda \|W_{Lx} - W_{Ly}\|_2^2 + \sum_{ij} \mu_{ij} \|\alpha_{ij}\|_0 + \sum_{ij} \|R_{ij} W_{Lx} - D\alpha_{ij}\|_2^2 \quad (9)$$

式(9)第 1 项表示 W_{Lx} 和 W_{Ly} 的似然项,由 $\|W_{Lx} - W_{Ly}\|_2^2 \leq \text{Const} \cdot \sigma^2$ 可确定 λ ,后两项表示原图像的先验知识, $W_{L\hat{x}}$ 是 W_{Lx} 的估计。对于大小为 $(\sqrt{N}/2) \times (\sqrt{N}/2)$ 的图像 W_{Lx} ,考虑所有 $[i, j]$ 位置处的图像块 $W_{Lx_{ij}}$,易知, $1 \leq i \leq \sqrt{N} - \sqrt{n} + 1, 1 \leq j \leq \sqrt{N} - \sqrt{n} + 1$. 故这样的图像块 $W_{Lx_{ij}}$ 共有 $(\sqrt{N} - \sqrt{n} + 1)^2$ 个. 注意到假设冗余字典 D 已知,所以式(9)中有两项未知,分别为 α_{ij} 和 W_{Lx} . 分两步求解式(9). 首先取初值 $W_{Lx} = W_{Ly}$,则式(9)等价于分别求解 $(\sqrt{N} - \sqrt{n} + 1)^2$ 个优化问题式(7). 而式(7)可用 OMP 算法求解。我们称这步为滑动窗稀疏编码步,每次计算一个大小为 $\sqrt{n} \times \sqrt{n}$ 的图像块。当得到 $\hat{\alpha}_{ij}$ 之后,固定 $\hat{\alpha}_{ij}$ 更新 W_{Lx} ,由式(9)知,需求解

$$W_{L\hat{x}} = \operatorname{argmin}_{W_{Lx}} \lambda \|W_{Lx} - W_{Ly}\|_2^2 + \sum_{ij} \|R_{ij} W_{Lx} - D\hat{\alpha}_{ij}\|_2^2 \quad (10)$$

这是一个简单的二次规划问题,其闭解形式为

$$W_{L\hat{x}} = \left(\lambda I + \sum_{ij} R_{ij}^T R_{ij} \right)^{-1} \left(\lambda W_{Ly} + \sum_{ij} R_{ij}^T D\hat{\alpha}_{ij} \right) \quad (11)$$

求得 W_{Lx} 后,再将其作为 W_{Lx} 的初值进行稀疏编码步。如此反复迭代,交替进行稀疏编码步和图像块加权步可得到最优解 $\hat{\alpha}_{ij}$ 与 W_{Lx} 。

最优过完备字典并不能事先确定,而是通过更新学习得到的。若把对字典的更新嵌入到式(9)中,便得到如下去噪模型:

$$\{\hat{\alpha}_{ij}, \hat{D}, W_{Lx}\} = \underset{\alpha_{ij}, D, W_{Lx}}{\operatorname{argmin}} \lambda \|W_{Lx} - W_{Ly}\|_2^2 + \sum_{ij} \mu_{ij} \|\alpha_{ij}\|_0 + \sum_{ij} \|R_{ij}W_{Lx} - D\alpha_{ij}\|_2^2 \quad (12)$$

本文采用 K-SVD 方法^[10],通过对初始字典与 W_{Lx} 初值的更新学习获得最优过完备冗余字典 \hat{D} 与去噪后的图像 W_{Lx} 。选择初始字典为冗余 DCT 字典,训练集为 W_{Ly} 。这样,结合前述求解 $\hat{\alpha}_{ij}$ 与 W_{Lx} 算法得到求解式(12)的迭代算法如下:

- 1) 给定 D 和 W_{Lx} 的初值,通过式(7)计算表示系数 $\hat{\alpha}_{ij}$;
- 2) 用 K-SVD 算法对 D 更新学习,得到更新的字典 \hat{D} ;
- 3) 用式(11)计算去噪后的图像 W_{Lx} ,再以更新字典 \hat{D} 和 W_{Lx} 作为 D 和 W_{Lx} 的初值重复上述过程。这样的过程反复迭代直至得到满意的结果为止。

假设当去噪图像含有强噪声 ($\sigma \geq 50$) 时, W_{Hy} 、 W_{Vy} 和 W_{Dy} 主要聚集了噪声能量,具有微弱的图像高频能量,因此,本文采取舍弃高频系数的策略。最后通过对估计的低频系数 W_{Lx} 做逆小波变换得到去噪图像 \hat{x} 。

综上所述,单尺度低频小波 K-SVD 算法的具体步骤如下:

- 1) 选择合适的小波函数,对观察图像 y 作单尺度离散小波变换,得 W_{Ly} 、 W_{Hy} 、 W_{Vy} 和 W_{Dy} 。
- 2) 对 W_{Ly} 执行以下操作
 - (1) 选择拉格朗日乘子 λ ; 噪声控制参数 C ; 原子个数 k ; 图像块的大小 $\sqrt{n} \times \sqrt{n}$; 迭代次数 J 。置式(12)中 W_{Lx} 的初始估计为 W_{Ly} , 初始冗余字典 D 为冗余 DCT 字典。置 $p=0$ 。
 - (2) 用 OMP 算法求解式(7), 计算每个图像块 $R_{ij}W_{Lx}$ 的表示系数 $\hat{\alpha}_{ij}$ 。
 - (3) 对字典更新

设 $\omega_l = \{[i, j] | \hat{\alpha}_{ij}(l) \neq 0\}$, $l=1, 2, \dots, k$, $\hat{\alpha}_{ij}(l)$ 表示 $\hat{\alpha}_{ij}$ 的第 l 个分量。 $\forall [i, j] \in \omega_l$, 计算误差向量 $e_{ij}^l = R_{ij}W_{Lx} - \sum_{m \neq l} d_m \hat{\alpha}_{ij}(m)$, 并以所有 e_{ij}^l 为列组成

误差矩阵 E_l , 即

$$E_l = (e_{ij}^l)_{(i,j) \in \omega_l} \in \mathbf{R}^{n \times |\omega_l|}$$

再对 E_l 进行奇异值分解,得

$$E_l = U\Delta V^T$$

式中, $U = (u_1, u_2, \dots, u_n)$, $\Delta = \operatorname{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n)$, $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_r > \sigma_{r+1} = \dots = \sigma_n = 0$ 为奇异值, $V = (v_1, v_2, \dots, v_{|\omega_l|})$ 。重新取 $d_l = u_1$, $\{\hat{\alpha}_{ij}(l)\}_{(i,j) \in \omega_l} = \sigma_1 \cdot v_1^T$, 依次取 $l=1, 2, \dots, k$, 更新所有的 d_l , 得更新后的字典 \hat{D} 。

(4) 在式(11)中,令 $D = \hat{D}$, 并计算 W_{Lx} 。

(5) 置 $p = p + 1$ 。若 $p = J$, 转步骤 3); 否则,置式(12)中 W_{Lx} 的初始估计为 W_{Lx} , 初始冗余字典 D 为更新后的字典 \hat{D} , 转步骤 2)。

3) 舍弃高频小波系数 W_{Hy} 、 W_{Vy} 和 W_{Dy} 。

4) 应用小波逆变换于 W_{Lx} , 得原图像的估计 \hat{x} 。

3 数值实验

为检验算法的有效性,给出 3 组数值实验。1) 讨论了小波分解层数对所提算法的影响; 2) 讨论了高频小波系数不同处理策略对所提算法的影响; 3) 比较了所提算法与 K-SVD 算法的去噪性能。

所给 3 组实验均采用如下配置: 测试图像采用大小分别为 256×256 、 512×512 和 512×512 的 house、Lena 和 boat 图像(图 1—图 2)。噪声水平 σ 从 50 ~ 100, 步长为 10。其余参数 $n=64$, $k=256$, $\lambda=30/\sigma$, $J=10$, $C=1.15$ 均取自 Elad^[1] 实验的相应值。算法的性能用峰值信噪比 (PSNR) 进行评价。所有实验均采用 db4 小波对噪声图像做小波变换及对去噪后的小波系数做逆小波变换。



图 1 原始待测图像(house)

Fig. 1 Original test image(house)



图2 原始待测图像

Fig. 2 Original test images: Lena and boat

3.1 单-多尺度小波低频 K-SVD 去噪算法比较

本文所提单尺度低频小波 K-SVD (SLWK-SVD) 只对噪声图像做单尺度小波变换。由于小波

变换具有图像多分辨表示性能,所提算法可以自然地扩展为多尺度低频小波 K-SVD 算法。为此,考虑小波分解次数对算法的影响。首先将图像分解为两层,记图像逼近系数为 cA_2 、高频小波系数为 HH_2 、 HV_2 、 HD_2 、 HH_1 、 HV_1 和 HD_1 ,然后将最高频系数 HH_1 、 HV_1 和 HD_1 置零,其余小波系数用 K-SVD 算法学习自适应字典,最后用逆小波变换得到去噪后的图像。称该算法为多尺度低频小波 K-SVD (MLWK-SVD) 算法。图3给出了单尺度低频小波 K-SVD (SLWK-SVD) 算法与多尺度低频小波 K-SVD (MLWK-SVD) 算法的去噪性能比较。从图中可以看出,在所给的噪声水平下,对于3幅测试图像 house, Lena 和 boat, SLWK-SVD 算法的去噪效果均优于 MLWK-SVD 算法。

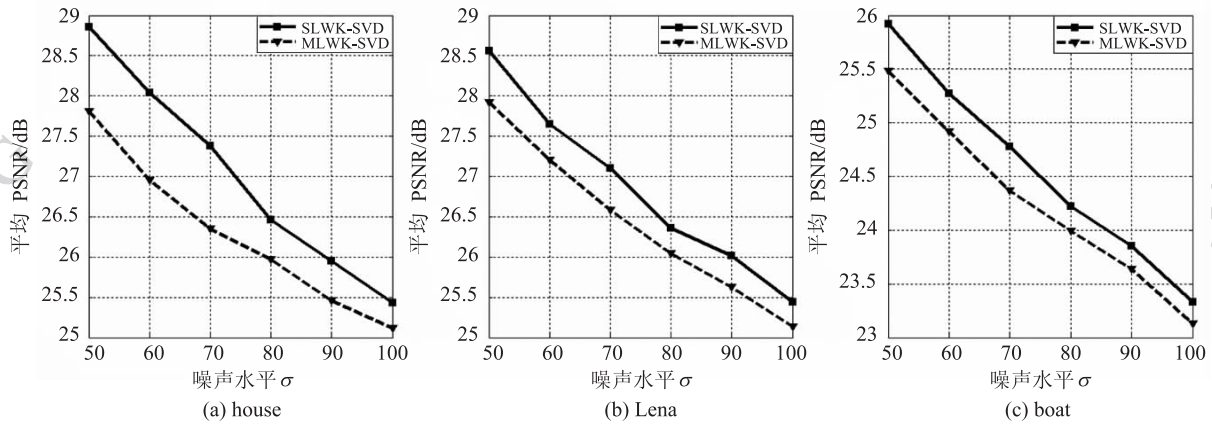


图3 单-多尺度小波 K-SVD 方法峰值信噪比比较

Fig. 3 Comparison of the PSNR between SLWK-SVD and MLK-SVD

3.2 高频小波系数不同处理策略比较

本小节讨论高频小波系数处理策略对算法的影响。给定测试图像以及噪声水平,实验比较了3种不同的高频小波系数处理策略。分别为 K-SVD 学习策略^[15]、软阈值门限收缩策略^[22]以及舍弃高频小波系数策略。分别获得单尺度小波 K-SVD 去噪算法 (SWK-SVD)、单尺度高频小波软阈值低频小波 K-SVD 去噪算法 (S-HWSoft-LWK-SVD) 以及本文所提单尺度低频小波 K-SVD 去噪算法 (SLWK-SVD)。其中 S-HWSoft-LWK-SVD 算法的高频小波阈值通过 Birge-Massart 算法选择^[21]。

图4给出了 SLWK-SVD 与 SWK-SVD 的比较,图5给出了 S-HWSoft-LWK-SVD 与 SWK-SVD 的比较。图4、图5表明,在所给测试图像及噪声水平下,与 K-SVD 学习策略以及软阈值门限收缩策略相

比,本文舍弃高频小波系数策略对去噪后图像的峰值信噪比 PSNR 均有明显提高。

3.3 SLWK-SVD 与 K-SVD 去噪性能比较

为说明所提算法的有效性,本实验给出了 SLWK-SVD 与 K-SVD^[1] 去噪性能比较。实验结果见图6,从图6可以看出,所提算法 SLWK-SVD 在所给的强噪声水平下,对于3幅测试图像,去噪后的 PSNR 均明显高于 K-SVD 算法。可见,所提方法优于 K-SVD 方法。

3.4 主观评价

图7和图8分别给出了对应与图3—图6中本文所提单尺度低频小波 K-SVD 方法与其余4种方法去噪后图像的视觉效果比较 (Lena 和 boat 图像,噪声水平为60)。从图7(c)和图8(c)可见,经 K-SVD 处理后的图像具有明显的波动效应,图像的边缘和平坦区域均被严重模糊。经 S-HWSoft-LWK-

SVD 处理后的图像含有大量细小的颗粒状斑点(图 7(f)和图 8(f))。图 7(d)和图 8(d)表明,MLWK-SVD 处理后图像较为平滑,对较宽边缘的保持能力

较好(图 7(d));本文所提 SLWK-SVD 方法对图像弱边缘具有较好的处理能力(图 8(b)),且具有更好的视觉效果。

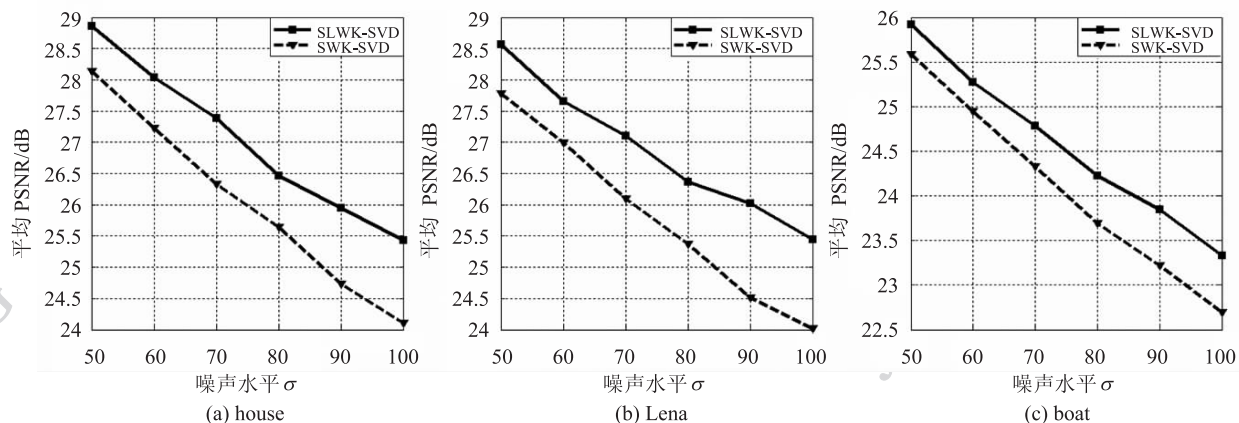


图 4 SLWK-SVD 与 SWK-SVD 方法峰值信噪比比较

Fig. 4 Comparison of the PSNR between SLWK-SVD and SWK-SVD

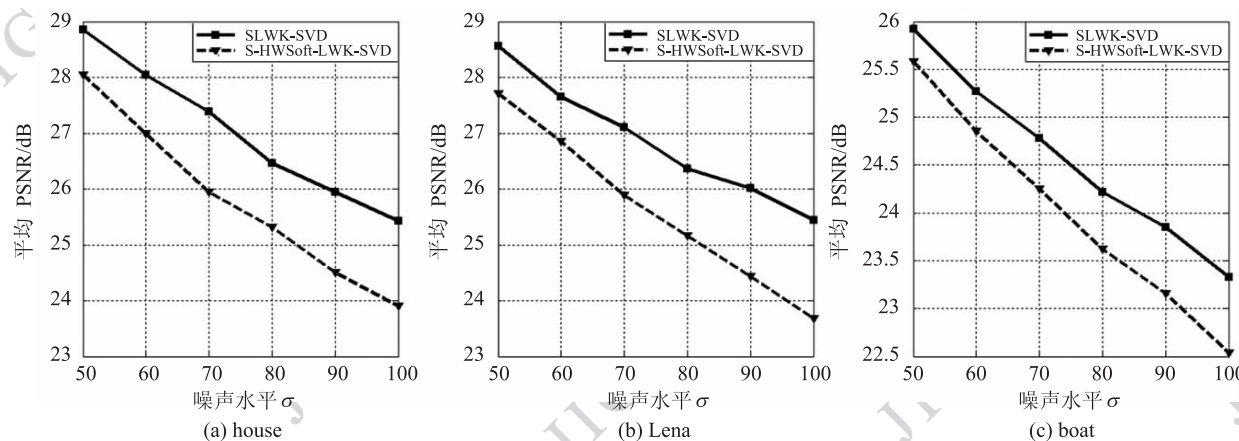


图 5 SLWK-SVD 与 S-HWSoft-LWK-SVD 峰值信噪比比较

Fig. 5 Comparison of the PSNR between SLWK-SVD and S-HWSoft-LWK-SVD

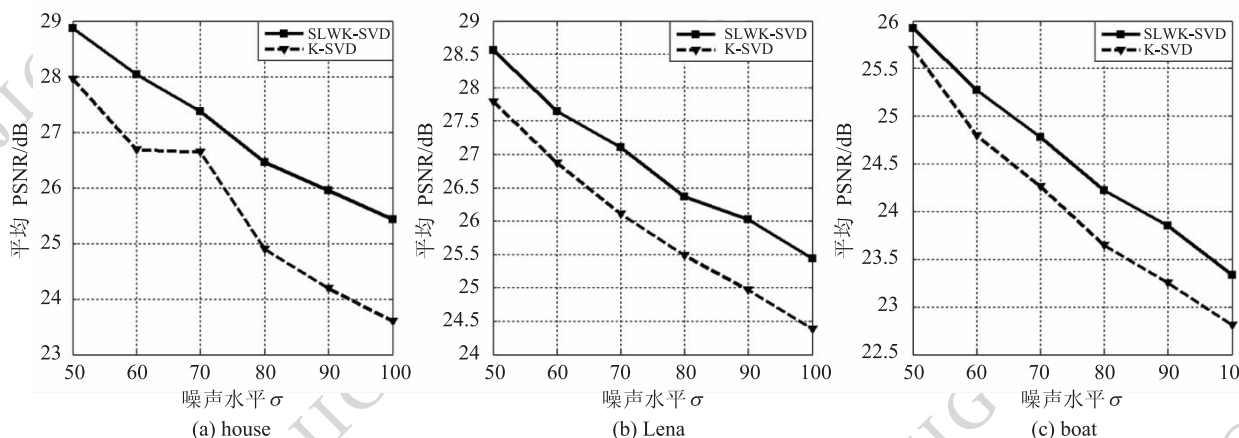


图 6 SLWK-SVD 与 K-SVD 峰值信噪比比较

Fig. 6 Comparison of the PSNR between SLWK-SVD and K-SVD

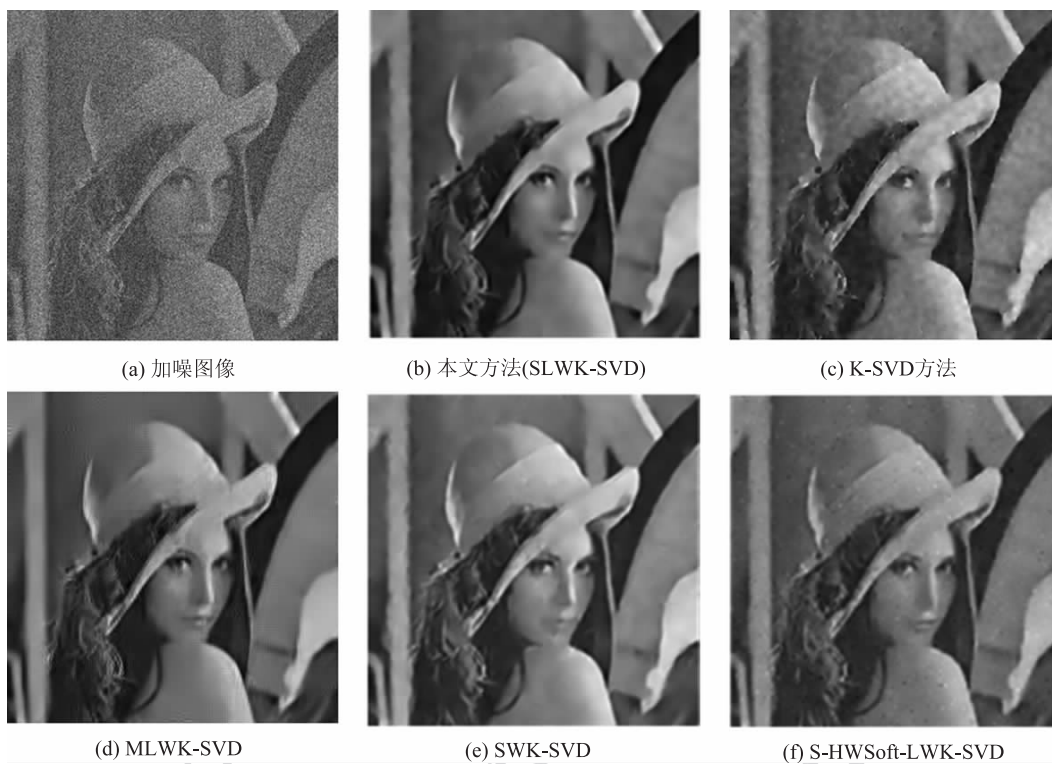


图7 本文方法与其他方法去噪效果比较 (加噪图像 PSNR = 12.58 dB)

Fig.7 Comparison of the proposed method with other methods (noisy image PSNR = 12.58 dB)

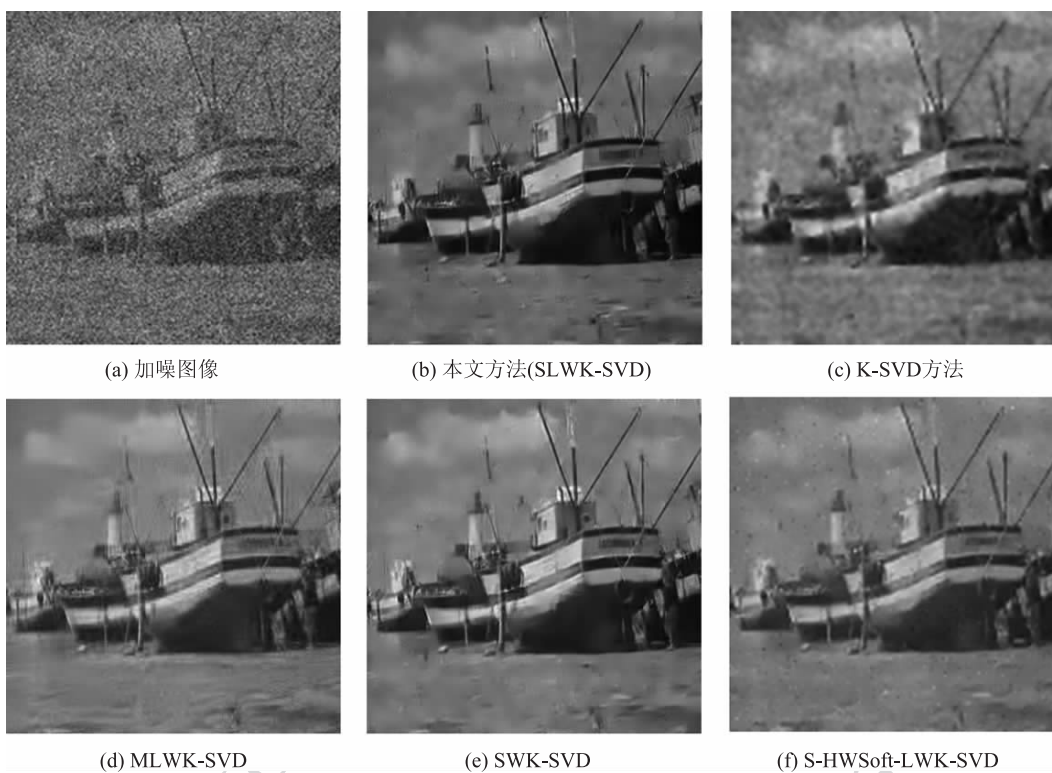


图8 本文方法与其他方法去噪效果比较 (加噪图像 PSNR = 12.58 dB)

Fig.8 Comparison of the proposed method with other methods (noisy image PSNR = 12.58 dB)

4 结 论

提出了一种新的基于小波变换和稀疏冗余表示的混合图像去噪模型。讨论了该模型下小波分解层数以及高频小波系数的不同处理策略对去噪算法的影响,并提出了单尺度低频小波 K-SVD 去噪算法。实验结果表明,所提算法具有明显的抑制强噪声优势,恢复后图像的主客观评价均优于 K-SVD 去噪算法。

作为小波与稀疏冗余表示模型融合去噪的初步研究,在所提框架之下,以下问题值得进一步深入:本文算法依赖于小波的选择,故如何选择恰当的小波基函数有待进一步研究;小波分解层数以及各层小波系数的处理策略也有待改进;另外,考虑如何将所提算法改进后用于低水平噪声图像去噪以及用于遥感图像噪声抑制等问题也值得进一步研究。

参考文献 (References)

- [1] Elad M, Aharon M. Image denoising via sparse and redundant representations over learned dictionaries [J]. IEEE Trans. Image Process, 2006, 5 (12): 3736-3745.
- [2] Mairal J, Elad M, Sapiro G. Sparse representation for color image restoration [J]. IEEE Trans. Image Processing, 2008, 17 (1): 53-69.
- [3] Protter M, Elad M. Image sequence denoising via sparse and redundant Representations [J]. IEEE Trans. Image Process, 2009, 18(1):27-35.
- [4] Mairal J, Elad M, Sapiro G. Learning multiscale sparse representations for image and video restoration [J]. SIMA, Multiscale Model. Simul, 2008, 7(1):214-241.
- [5] Chen S, Donoho D L, Saunders M A. Atomic decomposition by basis Pursuit [J]. SIAM Review, 2001, 43 (1):129-159.
- [6] Guleryuz O G. Weighted averaging for denoising with overcomplete Dictionaries [J]. IEEE Trans. Image Process, 2007, 16(12):3020-3034.
- [7] Starck J L, Elad M, Donoho D L. Image decomposition via the combination of sparse representations and a variational approach [J]. IEEE Trans. Image Processing, 2005, 14(10): 1570-1582.
- [8] Fadili M J, Starck J L, Murtagh F. Inpainting and zooming using parse representation [J]. The Computer Journal. 2009, 52(1): 64-79.
- [9] Ruckstein A B, Donoho D L, Elad M. From sparse solutions of systems of equations to sparse modeling of signals and images [J]. SIAM Rev., 2009, 51(1): 34-81.
- [10] Aharon M, Elad M, Bruckstein A. M. The k-svd: An algorithm for designing of overcomplete dictionaries for sparse representations [J]. IEEE Trans. Signal Process, 2006, 54 (11): 4311-4322.
- [11] Cai Z M, Lai J H. An over-complete learned dictionary-based image de-noising method [J]. Journal of Acta Electronica Sinica, 2009, 37(2): 347-350. [蔡泽民,赖剑煌.一种基于超完备字典学习的图像去噪方法 [J]. 电子学报,2009,37(2): 347-350.]
- [12] Zhao R Z, Liu X Y, Li C C, et al. Wavelet denoising based on sparse representation [J]. Journal of Science in China, Series E: Information Science. 2010, 40(1):33-40. [赵瑞珍,刘晓宇, Li C C,等.基于稀疏表示的小波去噪 [J],中国科学 E 辑:信息科学,2010, 40(1):33-40.]
- [13] Valiollahzadeh S M, Firouzi H, Babaie M, et al. Image denoising using sparse representation [C] //Proceedings of Independent Component Analysis and Signal Separation, Lecture Notes in Computer Science. Berlin, Germany: Springer, 2009, 5441: 557-564.
- [14] Dong W S, Li X, Zhang L, et al. Sparsity based Image Denoising via Dictionary Learning and Structural Clustering [C]//Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Providence, RI:IEEE. 2011: 457-464.
- [15] Li H B, Liu F. Image denoising via sparse and redundant representations over learned dictionaries in wavelet domain [C]//Proceedings of the Fifth International Conference on Image and Graphics. Xi'an, China:IEEE 2009: 754-758.
- [16] Mallat S, Zhang Z. Matching pursuits with time-frequency dictionaries [J]. IEEE Trans. on Signal Processing, 1993, 41 (12): 3397-3415.
- [17] Pati Y C, Rezaifar R, Krishnaprasad P S. Orthogonal matching pursuit: recursive function approximation with applications to wavelet decomposition [C]//Proceedings of The twenty seventh Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers. Pacific Grove, CA, USA:IEEE, 1993:40-44.
- [18] Elad M. Sparse and Redundant Representations: From Theory to Applications in Signal and Image Processing [M]. Berlin: Springer, 2010:35-39.
- [19] Starck J L, Candes E, Donoho D L. The curvelet transform for image denoising [J]. IEEE Trans. on Image Process, 2002, 11(6): 670-684.
- [20] Portilla J, Strela V, Wainwright M, et al. Image denoising using scale mixtures of gaussians in the wavelet domain [J]. IEEE Trans. on Image Process, 2003, 12(11):1338-1351.
- [21] Chang S G, Yu B, Vetterli M. Spatially adaptive wavelet thresholding with context modeling for image denoising [J]. IEEE Trans. on Image Process, 2000, 9(9):1522-1531.
- [22] Donoho D L. De-noising by soft thresholding [J]. IEEE Trans. on Inf. Theory, 1995, 41(3):613-627.