

Journal of Image
and Graphics

中国图象图形学报



ISSN1006-8961
CN11-3758/TB

2013 5
Vol.18 No.

中国科学院遥感应用研究所
中国图象图形学学会主办
北京应用物理与计算数学研究所

中国图象图形学报

Zhongguo Tuxiang Tuxing Xuebao

2013 年 5 月 第 18 卷 第 5 期(总第 205 期)

目 次

综述

- 中国图像工程:2012 章毓晋(483)
动态场景下的交通标识检测与识别研究进展 刘华平, 李建民, 胡晓林, 孙富春(493)

图像处理与编码

- 基于 PCA 硬阈值收缩的平滑投影 Landweber 图像压缩感知重构 李然, 干宗良, 朱秀昌(504)

图像分析和识别

- 利用视觉显著性和粒子滤波的运动目标跟踪 张巧荣, 冯新扬(515)
融合边缘测度的自然场景彩色图像区域分割 代沁伶, 王雷光, 洪亮(523)
场景语义树图像标注方法 刘咏梅, 杨帆, 于林森(529)
基于视锥细胞色适应生理机制的颜色恒常性计算 袁兴生, 王正志, 项凤涛(537)

医学图像处理

- 改进 FCM 和 LFP 相结合的白细胞图像分类 庞春颖, 刘记奎, 韩立喜(545)
局部高斯分布拟合的脑 MR 图像分割及有偏场校正 崔文超, 王毅, 樊养余, 冯燕, 郝重阳(552)

遥感图像处理

- 局部投影可分离的高光谱图像异常检测 刘明, 杜小平, 夏鲁瑞(558)
基于结构特征的遥感影像匹配 寇媛, 徐景中(565)

“第 9 届中国计算机图形学大会”专栏

- 结合浅景深与构图的图像质量评价 顾婷婷, 郭延文, 殷昆燕(574)
结合精确大气散射图计算的图像快速去雾 甘佳佳, 肖春霞(583)
多特征综合的视频拷贝检测 林莹, 杨扬, 凌康, 肖金伟, 武港山(591)
真实感雨线绘制 江隆盛, 吴恩华(600)
误差云映射的深度融合 3 维重建 陈亚当, 蔡仲谋, 吴恩华(607)

- “第八届中国系统建模与仿真技术高层论坛”征文通知 封 3

Journal of Image and Graphics

(Monthly, Started in 1996)

Vol. 18 No. 5 May 2013

Contents

Review

- Image engineering in China: 2012 Zhang Yujin(483)
- Recent progress in detection and recognition of the traffic signs in dynamic scenes
..... Liu Huaping, Li Jianmin, Hu Xiaolin, Sun Fuchun(493)

Image Processing and Coding

- Smoothed projected Landweber image compressed sensing reconstruction using hard thresholding based on principal components analysis
..... Li Ran, Gan Zongliang, Zhu Xiuchang(504)

Image Analysis and Recognition

- Object tracking based on visual saliency and particle filter Zhang Qiaorong, Feng Xinyang(515)
- Regional segmentation of natural scene color images by integrating edge cues Dai Qinling, Wang Leiguang, Hong Liang(523)
- Automatic image annotation based on scene semantic trees Liu Yongmei, Yang Fan, Yu Linsen(529)
- Color constancy algorithm based on biological mechanism; color adaptation of cone cells
..... Yuan Xingsheng, Wang Zhengzhi, Xiang Fengtao(537)

Medical Image Processing

- White blood cells image classification based on improving the connection of FCM and LFP
..... Pang Chunying, Liu Jikui, Han Lixi(545)
- Multiphase level set method for segmentation and bias correction of brain MR images
..... Cui Wenchao, Wang Yi, Fan Yangyu, Feng Yan, Hao Chongyang(552)

Remote Sensing Image Processing

- Anomaly detection method based on separable local projection in hyperspectral imagery ... Liu Ming, Du Xiaoping, Xia Lurui(558)
- Algorithm for remote sensing images matching based on the structure characteristics Kou Yuan, Xu Jingzhong(565)

Issum of the Chinagraph '2012

- Image quality assessment combining low DoF and composition Gu Tingting, Guo Yanwen, Yin Kunyan(574)
- Fast image dehazing based on accurate scattering map Gan Jiajia, Xiao Chunxia(583)
- Video copy detection based on multiple visual features synthesizing
..... Lin Ying, Yang Yang, Ling Kang, Xiao Jinwei, Wu Gangshan(591)
- Photorealistic rendering of rain streaks Jiang Longsheng, Wu Enhua(600)
- Three dimensional reconstructions based on error clouds mapping Chen Yadang, Cai Zhongmou, Wu Enhua(607)

中图法分类号: TP391.4 文献标识码: A 文章编号: 1006-8961(2013)05-0600-07

论文引用格式: 江隆盛, 吴恩华. 真实感雨线绘制[J]. 中国图象图形学报, 2013, 18(5): 600-606.

真实感雨线绘制

江隆盛^{1,3}, 吴恩华^{1,2}

1. 中国科学院软件研究所计算机科学国家重点实验室, 北京 100190;
2. 澳门大学科学技术学院电脑与资讯科学系, 澳门, 中国; 3. 中国科学院研究生院, 北京 100190

摘要: 雨线的真实感绘制极具挑战性。雨滴在下落过程中会发生快速的震荡, 由于光线在其中的反射和折射而具有复杂的光学效果, 在人眼和摄像机观察时会产生运动模糊形成雨线。提出一种基于 Monte Carlo 光线跟踪的方法用于绘制真实感雨线。通过预先对雨滴震荡周期内每个离散时间点的雨滴三角形网格建立加速结构, 并利用雨滴运动包围盒与采样光线的相交计算, 大大加速了光线与雨滴的相交测试; 使用自适应采样技术避免了对图像中每个像素点都使用大的采样数, 提高了采样效率, 加速了图像的绘制。将本文方法集成于离线绘制器(PBRT)中, 生成了具有真实感的雨线图像和雨景动画。实验结果表明, 本文方法能真实地模拟雨滴的震荡和光线在雨滴中的多次反射和折射, 并能在包含任意类型光源的场景中有效地绘制真实感雨线。

关键词: Monte Carlo 光线跟踪; 雨线; 雨滴; 粒子系统; 相交测试; 自适应采样

Photorealistic rendering of rain streaks

Jiang Longsheng^{1,3}, Wu Enhua^{1,2}

1. State Key Laboratory of Computer Science, Institute of Software, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China;
2. Department of Computer and Information Science, Faculty of Science and Technology, University of Macau, Macau, China;
3. Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China

Abstract: Photorealistic rendering of rain streaks is a challenging task. A falling raindrop has complex optic effects due to its rapid oscillation and the reflections & refractions of a ray in itself. Furthermore, it is perceived as a motion-blurred rain streak observed by a human or a camera. In this paper, we present a Monte Carlo ray-tracing based approach to render photorealistic rain streaks. An acceleration structure is built in advance for the triangle mesh of a raindrop at every discrete time point in its oscillation period and an intersection computing is made between its motion bounding box and the sampled ray, which make a large acceleration to the ray-raindrop intersection test. An adaptive sampling technique, which avoids many samples for every pixel, is used to improve the sampling efficiency and to accelerate the image rendering. We integrate the approach into the off-line renderer (PBRT) and produce photorealistic images of rain streaks and rain scene animation. Experimental results show that our approach can be used to correctly simulate the reflections and refractions of a ray in a raindrop and efficiently render photorealistic rain streaks in the scene with any type of light source.

Key words: Monte Carlo ray-tracing; rain streak; raindrop; particle system; intersection test; adaptive sampling

收稿日期: 2012-08-22; 修回日期: 2012-11-29

基金项目: 国家自然科学基金项目(60833007, 60973066); 国家重点基础研究发展计划(973)基金项目(2009CB320802); 澳门大学研究基金。

第一作者简介: 江隆盛(1982—), 男, 中国科学院软件研究所计算机应用技术专业硕士研究生, 主要研究方向为计算机图形学、真实感绘制、GPU 加速技术。E-mail: jiangls@ios.ac.cn

0 引言

一直以来,雨的模拟是计算机图形学中的研究热点,应用非常广泛,例如电影、动画、游戏和虚拟现实。雨线的真实感绘制能大大地增加场景的真实感,然而绘制雨线又极具挑战性工作。雨滴在下落过程中会发生快速的变形,光线在雨滴中发生多次折射和反射,并且下落的雨滴在人眼和摄像机观察时会产生运动模糊效果,呈现为具有复杂亮度图案的雨线。

目前雨线绘制方法的研究主要集中在两个方面。一方面是雨线的实时绘制^[1-3],这些方法为了达到实时性要求往往采用简化的雨滴模型,不考虑雨滴对光线的多次折射、反射效果,生成的雨线图像不具有高度的真实感;另一方面是在视频的后处理中加入雨线^[4-5],这些方法需要预先产生雨线的纹理数据库和提供深度图等额外的场景信息,对于复杂场景不能产生高度真实感效果,而且对于场景不断变化的动画来说这些方法比较繁琐。而光线跟踪方法可以很好地模拟雨滴的多次折射和反射效果,并适用于复杂动态场景,能生成高度真实感图像。Monte Carlo 光线跟踪方法是产生运动模糊图像的有效方法。然而目前对使用 Monte Carlo 光线跟踪方法绘制真实感雨线的研究还未有过。

提出一种基于 Monte Carlo 光线跟踪方法的绘制技术,有效地生成了具有真实感的雨线图像和雨景动画。本文主要贡献为:首次使用 Monte Carlo 光线跟踪方法绘制雨线;提出一种快速的光线与雨滴相交测试方法;对每个像素进行自适应采样,提高了整个图像的绘制效率。

1 相关工作

1.1 雨滴形状建模

Green^[6]用扁球体近似表示雨滴的形状,轴比例由表面张力和重力的平衡来确定。Beard 等人^[7]提出了一个更加复杂的雨滴模型,在球体基础上利用余弦级数产生变形,并通过实验拟合提供了余弦项系数。Tokay 等人^[8]测量了自然降雨中震荡雨滴的大小范围,发现直径大于 1 mm 的雨滴都会发生震荡。Andsager 等人^[9]通过实验测量了中到大的雨滴的震荡情况,归结为轴对称模式和横向模式这两种

震荡模式。Frohn 等人^[10]用球谐函数来表示震荡雨滴的形状。Garg 等人^[4]对 Frohn 的公式进行简化,只保留了两项球谐模式,并从实验中得到了两个球谐函数幅值。

1.2 Monte Carlo 光线跟踪方法

光线跟踪方法最早由 Whitted^[11]提出,能够正确地模拟真实的反射、折射与阴影效果。Cook 等人^[12]对经典的光线跟踪方法进行了扩展,提出了分布式光线跟踪方法,使用 Monte Carlo 积分来解绘制方程,能够绘制软影、景深、运动模糊、光泽和半透明表面等效果。在 Monte Carlo 光线跟踪方法中为了更好地进行反走样,随机采样方法受到广泛的研究,包括泊松盘采样与抖动采样^[13-14]、自适应采样^[15-17]、重要性采样^[18]、分层采样^[19]和低差异采样^[20]。

2 雨滴建模

2.1 雨滴形状

雨滴在空中下落过程中会发生震荡,主要有两种震荡模式:一种是轴对称模式,一种是非轴对称模式。使用文献[4]中的公式来表示雨滴模型,即

$$r(t, \theta, \varphi) = r_0 [1 + A_{2,0} \sin(\omega_2 t) P_{2,0}(\theta) + A_{3,1} \sin(\omega_3 t) \cos(\varphi) P_{3,1}(\theta)] \quad (1)$$

式中, r 为雨滴表面点离雨滴中心的距离, θ 和 φ 分别为该点关于 z 轴和 x 轴的倾斜角和方位角, r_0 为雨滴半径, $A_{2,0}$ 为轴对称模式幅值, $A_{3,1}$ 为非轴对称模式幅值, $P_{2,0}(\theta)$ 和 $P_{3,1}(\theta)$ 为 Legendre 多项式。 ω_n ($n=2,3$) 为模式的频率,由 n 和 r_0 决定,即

$$\omega_n = 2\pi \left(\frac{n(n-1)(n-2)\sigma}{4\pi^2 \rho r_0^3} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2)$$

式中, σ 为表面张力 (0.0728 N/m^2), ρ 为水密度 (1000 kg/m^3)。

震荡雨滴的形状即由 3 个参数决定 r_0 、 $A_{2,0}$ 、 $A_{3,1}$ 。Garg 等人^[4]发现当 $(A_{2,0}, A_{3,1}) = (0.2, 0.1)$, 或 $(A_{2,0}, A_{3,1}) = (0.1, 0.1)$ 时绘制的雨线在不同光照和观察角度下和实验测量的雨线图像能很好的匹配。在本文实验中,使用参数 $(0.2, 0.1)$ 。雨滴模型和绘制所用坐标系如图 1 所示。

2.2 雨滴终速

在天然降雨中,雨滴降落至某一高度时所受的空气阻力与其重力相等,此后雨滴会以某一速度匀

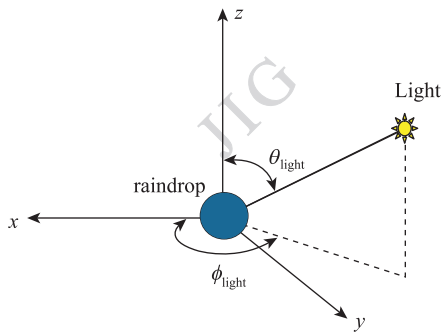


图1 雨滴模型和绘制坐标系

Fig. 1 Coordinate system used for raindrop model and rendering

速降落到地面,这个速度叫做雨滴的终点速度,简称雨滴终速,它取决于雨滴半径。如图2所示,根据文献[1]中列出的数据,用三次多项式拟合雨滴半径 r_0 mm 与天然降雨中雨滴终速 v m/s 的关系。拟合公式为

$$v = 0.34785r_0^3 - 3.17414r_0^2 + 9.49157r_0 - 0.10374 \quad (3)$$

雨滴终速除了可以天然降雨的雨滴速度外,也可以根据实际的物理方程解算或设定想要的速度值。

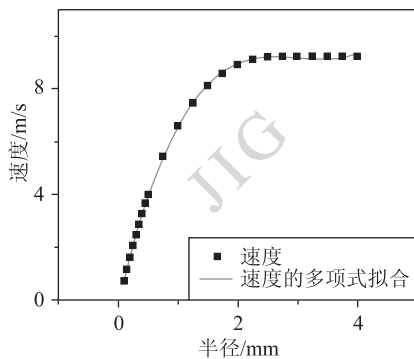


图2 雨滴终速和半径关系的三次多项式拟合

Fig. 2 The 3rd order polynomial fitting between raindrop's terminal speed and radius

2.3 雨滴动画生成

使用粒子系统^[21]来产生雨滴的动画。粒子系统中雨滴的参数包括半径 r_0 , 空间位置 (x_0, y_0, z_0) , 旋转角 ϕ_{rot} , 速度 v , 时间 t 。

雨滴动画的生成步骤如下:

1) 给定雨滴半径 r_0 , 可由雨滴大小计算雨滴速度 v , 或者设置想要的雨滴速度;

2) 根据雨滴密度和场景空间范围生成空间位置 (x_0, y_0, z_0) , 旋转角 ϕ_{rot} 与时间 t 随机分布的雨滴;

3) 根据雨滴速度计算下一个时间步雨滴新的位置, 如果超出场景空间范围则雨滴消失;

4) 判断时间步是否超出设定值, 是则结束, 否则转步骤2)。

3 雨线绘制

3.1 绘制方程

考虑到曝光时间 T , 在像素位置 (x, y) 处的像素值可表示为

$$I_{xy} = \int_{\Omega} \int_T r(\omega, t) L(\omega, t) dt d\omega \quad (4)$$

式中, ω 为像素对应的立体角, t 为时间, $r(\omega, t)$ 为重构造滤波器, $L(\omega, t)$ 为入射辐射度。

根据 Cook 等人^[12] 的分布式光线跟踪方法, 采用 Monte Carlo 方法对式(4)进行近似积分计算

$$I_{xy} \approx \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N r(\omega_j, t_j) L(\omega_j, t_j) \quad (5)$$

式中, N 为每个像素的采样数。

3.2 相交测试

3.2.1 雨滴形状的几何表示

根据式(1)产生含有 1740 个三角形的网格来表示雨滴形状, 并对网格每个顶点计算法线用于绘制时相交点的法线插值计算, 以便可以使用较少的三角形获得不降低质量的绘制效果(将其和更多的三角形形状表示进行雨滴绘制图像的比较验证了该结论)。然而对于每一采样时刻 t , 雨滴的形状不同。如果对于每一采样时刻都产生雨滴的三角形网格, 这时计算时间显然是无法接受的。提出了一个有效的方法来解决该问题。

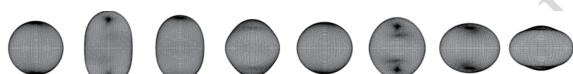
由于 $\omega_3 \approx 2\omega_2$, 所以雨滴的震荡近似在时间周期 $\frac{2\pi}{\omega_2}$ 内重复。雨滴的形状是渐近变化的, 将该周期

分成 1024 等份, 每个时段 $i(0, 1, \dots, 1024)$ 对应的雨滴形状用 $\frac{2\pi}{\omega_2} \cdot \frac{i}{1024}$ 时刻的形状表示, 并对每种形状

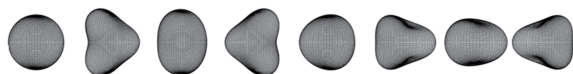
的三角形网格用 kd-tree 分别建立加速结构。雨滴的 1024 个离散时间点形状对于雨线在下落方向上分辨率不超过 1024 个像素时已经足够。在绘制前预存的三角形数目约为 180 万个, 用存储空间的代价换来计算速度的巨大提升。雨滴的空间包围盒为包含上述 1024 种形状的最小包围盒。图3表示了分别从 x 轴和 y 轴方向观察 $i = 0, 128, 256, 384, 512, 640, 768, 896$ 时的雨滴形状。

根据上述方法,每一采样时刻 t 所对应的雨滴的形状编号为

$$i = \left\lfloor \frac{\omega_2 t}{2\pi} \times 1024 \right\rfloor \quad (6)$$



(a) 图从x轴方向观察



(b) 图从y轴方向观察

图3 $i=0,128,256,384,512,640,768,896$ 时雨滴的形状

Fig. 3 Raindrop's shapes when

$i=0,128,256,384,512,640,768,896$

3.2.2 利用雨滴运动包围盒加速相交测试

根据雨滴包围盒和雨滴的下落距离容易得到雨滴的运动包围盒。首先判断光线是否和运动包围盒相交,不相交则结束测试,相交则计算光线与包围盒的两个相交点位置。根据这两个相交点的位置和雨滴的下落速度可计算出雨滴可能与光线相交的时间段。判断光线的采样时刻 t 是否在此时间段中,否则结束测试,是则继续进行雨滴三角形网格和光线的相交测试。用这种方法避免了直接用雨滴三角形网格与光线进行相交测试,加速了程序运行。

3.3 自适应采样

对于没有雨线存在的像素点不需要太多的采样数,所以可设置小的初始采样数,判断初始光线是否和雨滴的运动包围盒相交,如果相交则增大该像素

点的采样数,保证了生成雨线所需的采样数。用这种自适应采样方法可大大减少没有雨线存在的像素点的采样数,进一步加速了绘制。

3.4 绘制算法步骤

1) 分别对 1024 种雨滴形状生成三角形网格并建立 kd-tree 加速结构。

2) 根据雨滴运动包围盒对整个场景建立 BVH (层次包围盒) 或 kd-tree 加速结构。

3) 设置初始采样数,使用低差异采样方法对像素位置 (x,y) 和时间 t 进行采样,生成采样光线。

4) 根据 3.3 节中的自适应采样方法判断是否需要生成更多的采样光线。对存在雨线的像素点使用大的采样数。

5) 用 3.2 节中的方法进行光线与雨滴的相交测试,相交则继续跟踪折射光线和反射光线,直到最大光线深度,最终得到采样点的辐射度值。

6) 用式(5)计算图像每个像素值。

4 实验结果与分析

把上述绘制算法集成到基于物理的绘制器 (PBRT) 中,绘制真实感雨线和雨景动画。实验计算机设备为 Intel Core2 Quad Q6600 2.4 GHz CPU 和 4 GB 内存。实验所用的雨滴半径均为 1.6 mm。

图 4 和图 5 显示了沿 x 轴和 y 轴远摄像机观察时在远光源不同光照方向下雨线图像。可以看到图像中雨线震荡效果和图 3 中雨滴形状的震荡模式是相符合的。每幅雨线图像的分辨率为 30×1024 , 单核运行时间大约为 6 min, 四核运行时间大约为

θ_{light}	50°			90°			130°		
ϕ_{light}	50°	90°	130°	50°	90°	130°	50°	90°	130°
绘制的雨线									

图4 沿 x 轴远摄像机观察时不同光照方向下绘制的雨线

Fig. 4 Rendered rain streaks under many different lighting directions viewing along x -axis by distant camera

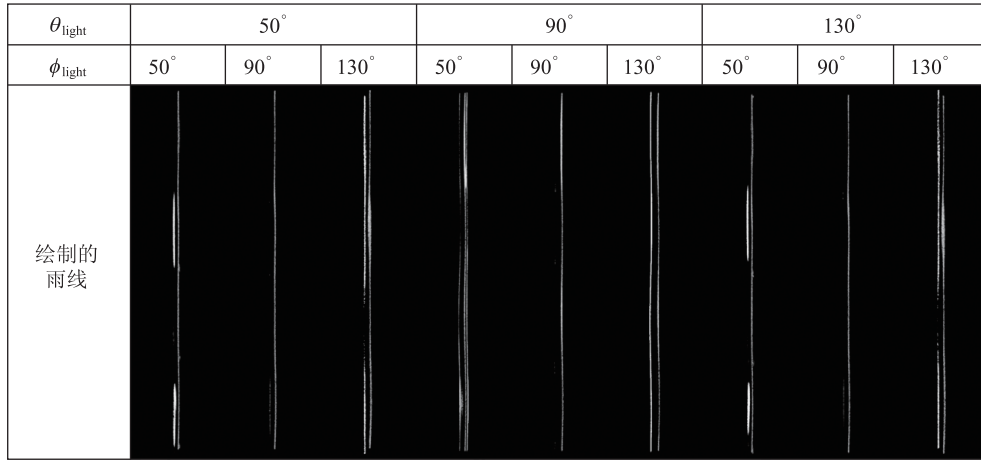


图 5 沿 y 轴远摄像机观察时不同光照方向下绘制的雨线

Fig. 5 Rendered rain streaks under many different lighting directions viewing along y -axis by distant camera

2 min, 1 024 种雨滴形状的 kd-tree 加速结构所占内存空间为 300 M。绘制过程中初始采样数为 4, 由于使用低差异采样算法, 则初始采样光线和雨滴运动包围盒不相交时, 该像素平均至少有 3/4 不会和雨滴运动包围盒相交, 这对雨线外观的影响是很微小的。此外对存在雨线的像素点使用采样数为 1 024, 这对于图像中长度不超过 1 024 个像素的雨线来说已经足够。

图 6 和图 7 显示了沿 x 轴和 y 轴近摄像机观察时在远光源不同光照方向下雨线图像。从图 4、图 5 和图 6、图 7 的比较可以看出在相同光照方向下分别用远摄像机和近摄像机观察时雨线的外观是不同的。文献[4]中在近摄像机观察雨的近景时雨线外观是通过将预先计算的雨线上下两端所对应的观察

方向的雨线图像近似插值得到的, 缺少正确性和真实感, 而本文方法对任意的摄像机位置都能做出正确而真实的雨线绘制效果。

图 8 显示了在光源方向为 $\theta_{light} = 50^\circ, \phi_{light} = 50^\circ$ 时从不同角度 ϕ_{rot} 观察的雨线图像。可以看出本文方法能很好地表现雨线的 3 维形状即从不同角度观察雨线时雨线具有不同的外观效果。而文献[4]中的算法是基于图像的算法, 只能给出雨线单一观察方向的外观图像, 不能产生对应于不同观察方向的 3 维外观图像。

图 9 显示了分别在远光源和环境光源下雨景动画的一帧图像。可以看出本文方法适用于多种类型的光源, 而文献[4]算法只能对方向光源和点光源产生近似好的效果。

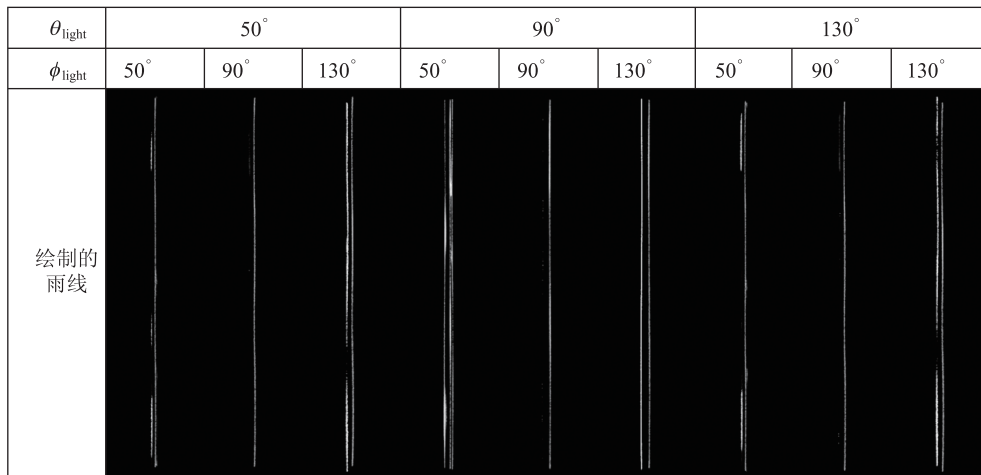


图 6 沿 x 轴近摄像机观察时不同光照方向下绘制的雨线

Fig. 6 Rendered rain streaks under many different lighting directions viewing along x -axis by close camera

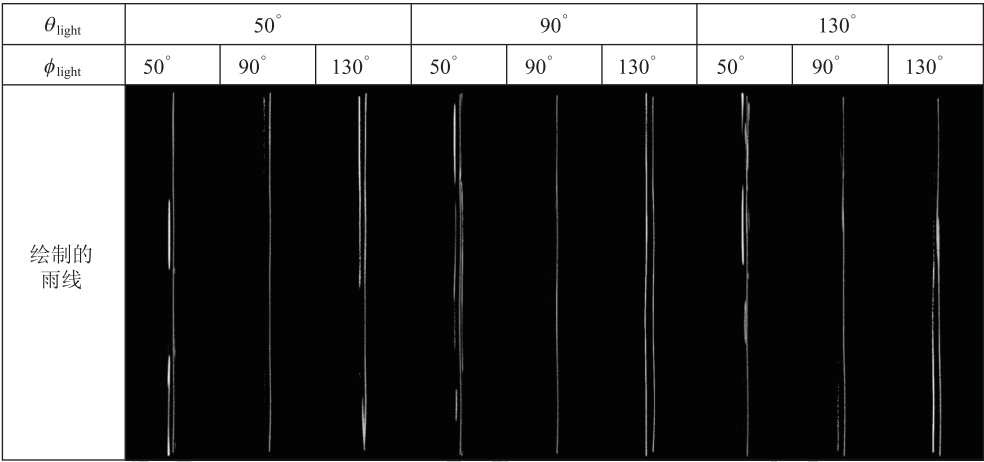


图 7 沿 y 轴近摄像机观察时不同光照方向下绘制的雨线
Fig. 7 Rendered rain streaks under many different lighting directions viewing along y -axis by close camera

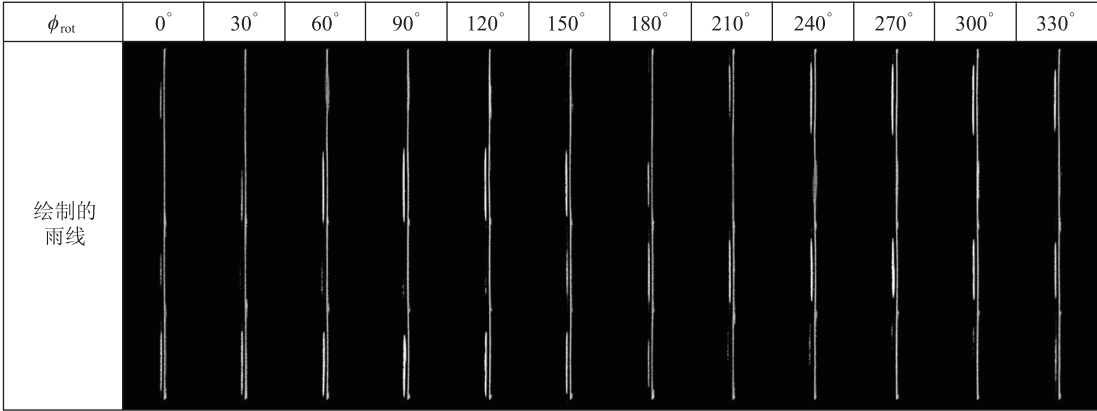


图 8 同一光源方向下从不同角度观察时绘制的雨线
Fig. 8 Rendered rain streaks under the same lighting direction and different viewing directions

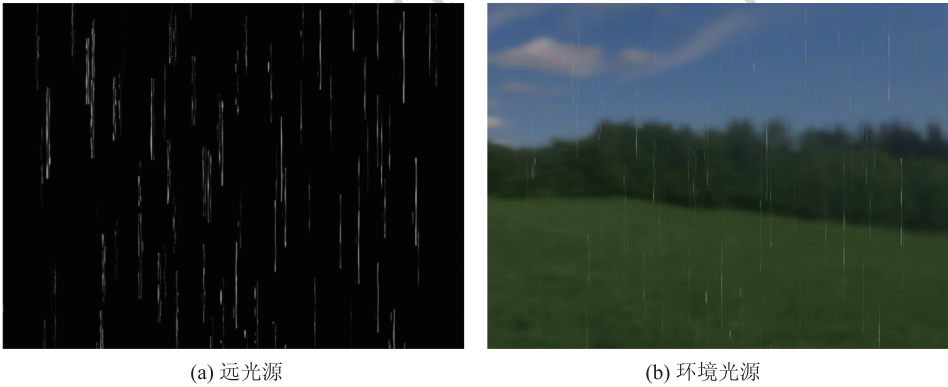


图 9 雨景绘制效果
Fig. 9 Rain scene rendering results

5 结 论

提出了一种基于 Monte Carlo 光线跟踪的方法

绘制真实感雨线和雨景动画。通过预先存储雨滴震荡周期内每个离散时间点形状的三角形网格加速结构,并利用雨滴运动包围盒与光线的相交计算,加速了光线与雨滴的相交测试方法,并对整个

图像使用自适应采样方法,提高了绘制效率。将本文方法集成到离线渲染器(PBRT)中有效地生成了真实感雨线图像和雨景动画。未来的工作中,将把本文方法应用于更加复杂的场景中,并扩展到非垂直下落方向的雨线绘制中,还将考虑使用重要性采样方法进一步减少每个像素点的采样数,加速图像的绘制。

参考文献 (References)

- [1] Rousseau P, Jolivet V, Ghazanfarpour D. Realistic real-time rain rendering [J]. Computers & Graphics, 2006, 30(4): 507-518.
- [2] Tatarchuk N. Artist-directable real-time rain rendering in city environments [C]// ACM SIGGRAPH 2006 Courses. New York, USA: ACM, 2006: 23-64.
- [3] Wang C B, Wang Z Y, Zhang X, et al. Real-time modeling and rendering of raining scenes [J]. The Visual Computer, 2008, 24(7): 605-616.
- [4] Garg K, Nayar S K. Photorealistic rendering of rain streaks [C]// ACM SIGGRAPH 2006 Papers. New York, USA: ACM, 2006: 996-1002.
- [5] Wang L F, Lin Z C, Fang T, et al. Real-time rendering of realistic rain. [C]// ACM SIGGRAPH 2006 Sketches. New York, USA: ACM, 1996: 156.
- [6] Green A W. An approximation for the shapes of large raindrops [J]. Journal of Applied Meteorology, 1975, 21: 1578-1583.
- [7] Beard K V, Chuang C. A new model for the equilibrium shape of raindrops [J]. Journal of Atmospheric Science, 1987, 44(11): 1509-1524.
- [8] Tokay A, Beard K V. A field study of raindrop oscillations part I [J]. Journal of Applied Meteorology, 1996, 35: 1671-1687.
- [9] Aansager K, Beard K V, Laird N F. Laboratory measurements of axis ratios for large raindrops [J]. Journal of the Atmospheric Sciences, 1999, 56: 2673-2683.
- [10] Frohn A, Roth N. Dynamics of Droplets [M]. Berlin: Springer, 2000.
- [11] Whitted T. An improved illumination model for shaded display [J]. Communications of ACM, 1980, 23(6): 343-349.
- [12] Cook R L, Porter T, Carpenter L. Distributed ray tracing [C]// Proceedings of the 11th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques. New York, USA: ACM, 1984: 137-145.
- [13] Cook R L. Stochastic sampling in computer graphics [J]. ACM Transactions on Graphics, 1986, 5(1): 51-72.
- [14] Dippé M A Z, Wold E H. Antialiasing through stochastic sampling [C]// Proceedings of the 12th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques. New York, USA: ACM, 1985: 69-78.
- [15] Kajiya J T. The rendering equation [C]// Proceedings of the 13th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques. New York, USA: ACM, 1986: 143-150.
- [16] Lee M E, Redner R A, Uselton S P. Statistically optimized sampling for distributed ray tracing [C]// Proceedings of the 12th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques. New York, USA: ACM, 1985: 61-68.
- [17] Mitchell D P. Generating antialiased images at low sampling densities. [C]// Proceedings of the 14th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques. New York, USA: ACM, 1987: 65-72.
- [18] Dutre P, Bekaert P, Bala K. Advanced Global Illumination [M]. 2nd ed. Wellesley, MA, USA: A K Peters, 2006: 41-49.
- [19] Mitchell D P. Consequences of stratified sampling in graphics [C]// Proceedings of the 23rd Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques. New York, USA: ACM, 1996: 277-280.
- [20] Pharr M, Humphreys G. Physically Based Rendering: From Theory to Implementation [M]. San Francisco, CA, USA: Morgan Kaufmann, 2004.
- [21] Reeves W T. Particle system-a technique for modeling a class of fuzzy objects [J]. ACM Transactions on Graphics, 1983, 2(2): 91-108.