

Journal of Image
and Graphics

中国图象图形学报



ISSN1006-8961
CN11-3758/TB

2013 **6**
Vol.1 No.

中国科学院遥感应用研究所
中国图象图形学学会主办
北京应用物理与计算数学研究所

中国图象图形学报

Zhongguo Tuxiang Tuxing Xuebao

2013 年 6 月 第 18 卷 第 6 期(总第 206 期)

目 次

综述

利用块效应特征的 JPEG 图像盲取证研究进展 赵洁, 郭继昌, 张艳(613)

图像处理和编码

可信度双三次插值的 PMD 距离信息和 RGB 图像数据融合 ... 胡良梅, 王竹萌, 高隼, 张旭东, 吴国松(621)

分数阶微分的 CIE $L^*a^*b^*$ 颜色空间边缘检测 汤慧梅, 赵跃进(628)

图像分析和识别

频谱预处理模糊运动方向鉴别的改进算法 孔勇奇, 卢敏, 潘志庚(637)

基于视频动态纹理的火灾检测 邵婧, 王冠香, 郭蔚(647)

医学图像处理

旋转不变的 X 线图像相关度拼接 赵宏, 赵凯, 江春花, 康雁(654)

心肌灌注核磁共振图像的非刚性配准 王建, 潘静薇, 杨新(661)

遥感图像处理

空间约束的无人机影像 SURF 特征点匹配 韩天庆, 赵银娣, 刘善磊, 白杨(669)

支持向量机和水平集的高分辨率遥感图像河流检测 于晓升, 吴成东, 陈东岳, 田子恒(677)

地理信息技术

影响域渐进扩展的居民地增量综合 许俊奎, 武芳(685)

“第 16 届全国图象图形学学术会议”专栏

场景切换视频自适应帧间码率控制 方志军, 高永彬, 舒雷, 袁非牛, 杨勇(692)

适用于 PACS 系统的医学图像近无损压缩 李萍, 蒋慧琴, 杨晓鹏, 刘玉敏(699)

用于视觉词语生成的概率预测器 史淼晶, 徐蕊鑫, 许超(706)

多特征融合的人体目标再识别 范彩霞, 朱虹, 蔺广逢, 罗磊(711)

G^2 连续的低次避障代数样条曲线 陈军(718)

自适应多特征融合的真实感地形快速绘制 曾艳阳, 康凤举, 杨惠珍(724)

第九届和谐人机环境联合学术会议(HHME2013)征稿通知 (730)

Journal of Image and Graphics

(Monthly, Started in 1996)

Vol. 18 No. 6 June 2013

Contents

Review

Survey: blind forensic of JPEG forgeries based on blocking artifacts Zhao Jie, Guo Jichang, Zhang Yan(613)

Image Processing and Coding

PMD distance information and high resolution RGB image data fusion based on bicubic interpolation with credibility
..... Hu Liangmei, Wang Zhumeng, Gao Jun, Zhang Xudong, Wu Guosong(621)

Edge detection in CIE L*a*b* based on fractional differential Tang Huimei, Zhao Yuejin(628)

Image Analysis and Recognition

Motion blur direction detection based on pre-processing of spectrum image Kong Yongqi, Lu Min, Pan Zhigeng(637)

Fire detection based on video dynamic texture Shao Jing, Wang Guanxiang, Guo Wei(647)

Medical Image Processing

X-ray image mosaic based on rotation invariant correlation Zhao Hong, Zhao Kai, Jiang Chunhua, Kang Yan(654)

Non-rigid registration for myocardial perfusion MR image Wang Jian, Pan Jingwei, Yang Xin(661)

Remote Sensing Image Processing

Spatially constrained SURF feature point matching for UAV images Han Tianqing, Zhao Yindi, Liu Shanlei, Bai Yang(669)

Using support vector machine and level set for river detection in high resolution remote sensing image
..... Yu Xiaosheng, Wu Chengdong, Chen Dongyue, Tian Ziheng(677)

Geoinformatics

Expanding the influencing domain gradually for incremental generalization of settlement Xu Junkui, Wu Fang(685)

Issum of the 16th National Conference on Image and Graphics

Adaptive frame-layer rate control in scene change video Fang Zhijun, Gao Yongbin, Shu Lei, Yuan Feiniu, Yang Yong(692)

Near-lossless compression for medical image in PACS Li Ping, Jiang Huiqin, Yang Xiaopeng, Liu Yumin(699)

Probabilistic predictor for fast visual word generation Shi Miaojing, Xu Ruixin, Xu Chao(706)

Person re-identification based on multi-features Fan Caixia, Zhu Hong, Lin Guangfeng, Luo Lei(711)

Construction of low degree algebraic spline curve with G^2 continuity to avoid obstacles Chen Jun(718)

Fast rendering of realistic terrain based on adaptive multiple features fusion Zeng Yanyang, Kang Fengju, Yang Huizhen(724)

中图法分类号: TP391.72 文献标识码: A 文章编号: 1006-8961(2013)06-0718-06

论文引用格式: 陈军. G^2 连续的低次避障代数样条曲线[J]. 中国图象图形学报, 2013, 18(6): 718-723.

G^2 连续的低次避障代数样条曲线

陈军

宁波工程学院理学院, 宁波 315211

摘要: 为便于机器人在避障时能高速前进, 把整体 G^2 连续的低次避障曲线从参数形式拓展到代数样条形式上。首先, 对导向折线段中除去首末线段的其他线段插入中点, 以生成一组控制多边形; 然后, 根据各控制多边形和与之对应的障碍物, 得到既能使曲线规避所有障碍物, 又能使曲线在整体上保持 G^2 连续的形状因子。低次避障代数样条曲线不仅能够直接得到与给定点之间的位置关系, 还具有次数低、连续阶高、计算简单、保形性好和便于控制的优点。曲线在次数为 3 时更是具有局部可调性, 其在设计时的灵活度得以增加。

关键词: 几何设计; 代数样条曲线; G^2 连续; 避障

Construction of low degree algebraic spline curve with G^2 continuity to avoid obstacles

Chen Jun

Faculty of Science, Ningbo University of Technology, Ningbo 315211, China

Abstract: We extend the construction of a G^2 continuous curve based on a guiding polyline from the parametric form to the quadric and cubic algebraic spline form to avoid obstacles. First, a series of control polygons are obtained by adding the midpoints of guiding polylines except for the first and last line segments. Then, based on the control polygons and the corresponding obstacles, the shape parameter(s) of the whole algebraic spline curve, which avoids every obstacle, can be obtained. The new spline curve not only determines the position relation between the curve and the given point, but also shows its advantages directly, such as low degree, G^2 continuity, simple calculation, shape-preserving, and adjustment by the control polygon. All shape parameters in the cubic algebraic spline were local, which enhances the flexibility of the geometric design.

Key words: geometric design; algebraic spline curve; G^2 continuity; avoid obstacles

0 引言

如何设计移动路线, 使得机器人在障碍物中能够自由通行, 是机器人进行自主移动的基础。文献[1-3]给出了一系列首尾相连的线段作为移动路线。

文献[4-7]称这种折线为 $\text{导向折线段}(\text{guiding polyline})$, 并以此为基础, 构造了几种具有简单表达式的低次样条曲线。用这些曲线表示的路径, 既能够规避所有障碍物, 又能够保持一定的连续性, 以便于机器人快速前进。事实上, 机器人在高速运动的过程中, 其行驶方向和转动半径的变化都是连续的。

收稿日期: 2012-11-25; 修回日期: 2012-12-18

基金项目: 国家自然科学基金项目(11147199, 40901241); 宁波市自然科学基金项目(2011A610174, 2012A610029); 宁波工程学院校级科研项目(2010126)

第一作者简介: 陈军(1982—), 男, 讲师, 2010年于浙江大学获应用数学专业博士学位, 主要研究方向为计算机辅助几何设计、计算机图形学、数字几何处理。E-mail: chenjun88455579@163.com

为此,路径曲线的切方向和曲率都必须都保持连续,即路径曲线在整体上需要保持 G^2 连续^[7]。另外,鉴于障碍物可被一个凸多边形覆盖^[8],这里仅讨论对构成凸多边形的边,即对线段进行规避。

文献[4-7]利用导向折线段生成一系列首尾相连的控制多边形,构造了几类低次多项式/有理 Bézier 样条曲线来规避障碍物,且避障曲线还能保持一定的连续阶(表1)。其中,文献[4,6]中的曲线构造相对复杂,需要求解高次方程;而文献[5,7]中的曲线其构造简单,也无需求解高解方程,使得计算稳定。

表1 4种避障曲线的比较

Table 1 Comparison of four kinds of obstacle-avoiding curve

文献	曲线类型	整体连续阶
[4]	3次 Bézier 曲线	G^1 连续
[5]	有理2次 Bézier 曲线	G^1 连续
[6]	有理3次 Bézier 曲线	G^2 连续
[7]	有理2次 Bézier 曲线	G^2 连续

根据表1,现阶段基于导向折线段的避障曲线都用参数曲线进行表达。而如何运用与参数曲线占有同等重要地位的代数曲线表示避障曲线,相关的研究尚未展开。事实上,通过隐函数 $g(x, y) = 0$ 定义的代数曲线其表达简单,构造灵活,能够产生拓扑结构复杂的外形,在许多几何造型系统中成为用于表达几何外形的基本手段之一。这里,当路径通过代数曲线进行表达时,对于任意一个给定点 (x_0, y_0) ,只需计算 $g(x_0, y_0)$ 的正负,就能直接判断该点在路径的那一侧,或者路径是否通过该点。显然,参数曲线无法这样简单地作出类似的判断。

鉴于代数曲线的上述优点,以其中的代数样条曲线^[9-12]为例,基于一个导向折线段,分别用2次和3次代数样条曲线来表达 G^2 连续的避障曲线。与文献[7]一样,相关的构造方法形式简单,也无需求解迭代解高阶方程。另外,3次代数样条曲线含有多个独立的形状因子以用于局部外形的调整,且单独调整时不会改变曲线的整体 G^2 连续性,能够适应于生产过程中各类不同的需求。

1 代数样条曲线

1.1 定义

P_0, P_1, P_2 是平面上不共线的3个点(图1), l_1 、

l_2, l_3 为通过其中两点的直线,表示为

$$\begin{cases} l_1(x, y) = a_1x + b_1y + c_1 = 0 \\ l_2(x, y) = a_2x + b_2y + c_2 = 0 \\ l(x, y) = ax + by + c = 0 \end{cases}$$

式中,各个系数满足

$$a_1^2 + b_1^2 = 1, a_2^2 + b_2^2 = 1, a^2 + b^2 = 1$$

$$l_1(P) > 0, l_2(P) > 0, l(P) > 0, \forall P \in \triangle P_0P_1P_2$$

对于直线方程而言,以 $l(x, y)$ 为例,若仅要求 $l(x, y)$ 过 P_0 和 P_2 ,则其系数不唯一。但是当 $l(x, y)$ 的系数满足 $a^2 + b^2 = 1$ 以及 $l(P) > 0$ 时,其系数将被唯一确定。

由此,给出代数样条曲线的定义如下:

定义1^[9] 满足

$$\begin{aligned} g(x, y) &= l_1(x, y)l_2(x, y) + \\ &\lambda l^n(x, y) = 0, \lambda \in (-\infty, 0) \end{aligned} \quad (1)$$

且处于点 P_0, P_2 之间的曲线段(图1),被称为 n 次代数样条曲线,折线 $P_0P_1P_2$ 被称为控制多边形, λ 被称为形状因子。

由于 λ 决定了曲线的外形,因此本文也用 $g(x, y, \lambda) = 0$ 来代替表示 $g(x, y) = 0$ 。

因为由 $g(x, y) = 0$ 定义的平面曲线往往具有繁杂的拓扑结构,为此定义1只考虑 $g(x, y) = 0$ 处于端点 P_0, P_2 间的部分。

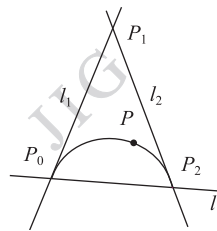


图1 代数样条曲线及其控制多边形

Fig. 1 Algebraic spline curve and its control polygon

1.2 性质

与定义1中代数样条曲线有关的性质如下:

性质1^[9] 代数样条曲线 $g(x, y) = 0$ 在三角形 $\triangle P_0P_1P_2$ 内, l_1, l_2 分别为其在 P_0, P_2 处的切线。

性质2^[9] 代数样条曲线 $g(x, y) = 0$ 是凸的。

张三元等人^[12]给出了 $n=3$ 时的证明。

性质3 给定不共线的3点 P_0, P_1, P_2 以及 $\triangle P_0P_1P_2$ 内部的1个点 $P(x_0, y_0)$, 则有且仅有1条由控制多边形 $P_0P_1P_2$ 给出的代数样条曲线 $g(x, y, \lambda) = 0$ 过点 P , 且相应的形状因子为

$$\bar{\lambda} = -\frac{l_1(x_0, y_0)l_2(x_0, y_0)}{l^n(x_0, y_0)} \quad (2)$$

证明 $g(x, y, \bar{\lambda}) = 0$ 过点 P 的充要条件为 P 的坐标 (x_0, y_0) 能使 $g(x, y, \bar{\lambda}) = 0$ 成立。而根据式(1), 求解 $g(x_0, y_0, \bar{\lambda}) = 0$, 性质 3 即被证明。

如果两条代数样条曲线的控制多边形相同而形状因子不同, 那么其仅有的两个交点为 P_0, P_2 。

下面, 将探究形状因子 λ 对曲线外形的影响, 即当 λ 增大或减小时, 相应的代数样条曲线其形状将如何变化。

性质 4 增大形状因子 λ , 代数样条曲线 $g(x, y, \lambda) = 0$ 将靠近控制多边形 $P_0P_1P_2$; 而减小 λ , 曲线将靠近线段 P_0P_2 。

证明 设 P_0P_2 所在直线为 x 轴, 不妨取 P_1 在 P_0P_2 的上方 (图 2)。给定 $\triangle P_0P_1P_2$ 内部的一点 $P(x_0, y_0)$, 可在线段 P_0P_1 上取一点 $\bar{P}(\bar{x}, \bar{y})$, 使 $\bar{x} = x_0, \bar{y} > y_0$ 。由定义 1, $l_1(\bar{x}, \bar{y}) = 0, l_1(x_0, y_0) > 0$ 成立, 而将 $l_1(\bar{x}, \bar{y})$ 和 $l_1(x_0, y_0)$ 相减即有 $b_1 < 0$ 成立。同样的, $b_2 < 0, b > 0$ 也成立。

由此, 根据 b_1, b_2, b 的取值范围, 讨论当横坐标 x 固定时, λ 的变化所引起的纵坐标 y 的变化为

$$\begin{aligned} \frac{\partial g(x_0, y)}{\partial \lambda} &= l_2(x_0, y) \frac{dl_1(x_0, y)}{dy} \frac{dy}{d\lambda} + \\ l_1(x_0, y) &\frac{dl_2(x_0, y)}{dy} \frac{dy}{d\lambda} + l^n(x_0, y) + \\ n\lambda l^{n-1}(x_0, y) &\frac{dl(x_0, y)}{dy} \frac{dy}{d\lambda} = 0 \end{aligned}$$

$$\text{即 } \frac{dy}{d\lambda} =$$

$$-\frac{l^n(x_0, y)}{b_1 l_2(x_0, y) + b_2 l_1(x_0, y) + n\lambda b l^{n-1}(x_0, y)}$$

根据定义 1, 当 $(x, y) \in \triangle P_0P_1P_2$ 时, 有 $l_1(x, y) > 0, l_2(x, y) > 0, l(x, y) > 0$, 结合 b_1, b_2, b 以及 λ 的正负性, 可得 $\frac{dy}{d\lambda} > 0$ 成立。

也就是说, 当横坐标 x 固定不变时, 若形状因子 λ 增大, 纵坐标 y 也将增大。为得到与之相应的几何解释, 可以取任意两个形状因子 λ_1, λ_2 , 不妨设它们满足 $\lambda_1 < \lambda_2 < 0$, 此时与其对应的曲线分别记为 $C_1: g(x, y, \lambda_1) = 0$ 和 $C_2: g(x, y, \lambda_2) = 0$ 。对于 C_1 上的任意一点 $M_1(x_0, y_1)$, 一定可在 C_2 上找到一个横坐标与 M_1 相同的点 $M_2(x_0, y_2)$ 。考虑到 $\lambda_2 >$

λ_1 , 结合 $\frac{dy}{d\lambda} > 0$, 可得 $y_2 > y_1$ 。这样, 对于 C_1 上任意一点 M_1 , 都存在 C_2 上的一点 M_2 在其上方。结合 M_1 在曲线 C_1 上的任意性, 可得 $\lambda_2 > \lambda_1$ 时, C_2 在 C_1 的正上方, 即 C_2 比 C_1 更靠近控制多边形 $P_0P_1P_2$ 。

同理, 当形状因子 λ 越小, 对应的代数样条曲线就越靠近线段 P_0P_2 。

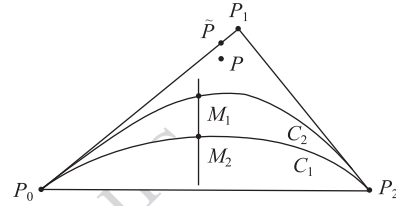


图 2 形状因子的几何意义

Fig. 2 Geometric significance of the shape parameter

1.3 障碍物的规避

结合 1.2 节性质 3 和性质 4, 可直接得到引理 1:

引理 1 给定控制多边形 $P_0P_1P_2$, 以及两个形状因子 λ_1, λ_2 , 与之对应的曲线记为 $C_1: g(x, y, \lambda_1) = 0$ 和 $C_2: g(x, y, \lambda_2) = 0$ 。当 $\lambda_1 < \lambda_2 < 0$ 成立时, C_1 在 C_2 和 P_0P_2 之间。

根据性质 3, 对于 $\triangle P_0P_1P_2$ 内部的任意一个点 P , 都可以得到过该点的代数样条曲线的形状因子, 不妨记为 $\bar{\lambda}$ 。而根据引理 1, 对于任意代数样条曲线 C , 只要其形状因子 λ 满足 $\bar{\lambda} < \lambda < 0$, P 点就位于曲线 C 和线段 P_0P_2 之间。在此基础上, 给出能够规避一条线段的代数样条曲线的构造方法:

引理 2 给定控制多边形 $P_0P_1P_2$ 以及 $\triangle P_0P_1P_2$ 内部的任意两点 D_1, D_2 (图 3(a)), 可求得经过这两点的代数样条曲线的形状因子 λ_1, λ_2 。只要形状因子 λ 满足 $\max\{\lambda_1, \lambda_2\} < \lambda < 0$, 线段 D_1D_2 就处于代数样条曲线 $C: g(x, y, \lambda) = 0$ 与线段 P_0P_2 之间。

引理 3 给定控制多边形 $P_0P_1P_2$ 以及分别位于 $\triangle P_0P_1P_2$ 内部和外部的两点 D_1, D_2 (图 3(b)), 且线段 D_1D_2 与 P_0P_2 交于点 D_3 , 可求得过点 D_1 的代数样条曲线的形状因子为 λ_1 。只要形状因子 λ 满足 $\lambda_1 < \lambda < 0$, 线段 D_1D_3 就处于由代数样条曲线 $C: g(x, y, \lambda) = 0$ 与线段 P_0P_2 之间。

引理 2 和引理 3 的证明与文献[7]类似。

结合引理 2 和引理 3, 这里直接给出控制多边形 $P_0P_1P_2$ 生成的代数样条曲线规避某个凸多边形障碍物的方法:

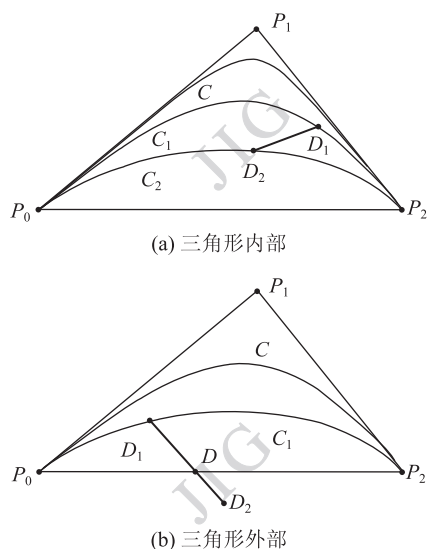


图3 线段与控制多边形的位置关系
Fig. 3 Position relation between the line segment and the control polygon

定理1 给定控制多边形 $P_0P_1P_2$, 若要使得对应的代数样条曲线能够规避某个凸多边形轮廓的障碍物, 只需对位于 $\triangle P_0P_1P_2$ 内的每一个凸多边形的顶点, 按照式(2)直接计算经过该点的代数样条曲线的形状因子, 其中的最大值即为所求的曲线的形状因子。

根据引理2和引理3, 这个最大值对应的代数样条曲线就可以规避凸多边形的轮廓线, 也就规避了障碍物本身。此算法快速稳定, 也不必求解高阶方程。

2 G^2 连续拼接

2.1 2次代数样条曲线

取式(1)中的 $n=2$, 则 $g(x, y)=0$ 即为2次代数样条曲线。如图4所示, 给定共面的5个点 $\{P_i(x_i, y_i)\}_{i=0}^4$, 假设控制多边形 $P_0P_1P_2$ 和 $P_2P_3P_4$ 确定的2次代数样条曲线为

$$g_i(x, y) = l_{i,1}(x, y)l_{i,2}(x, y) + \lambda_i l_i^2(x, y) = 0$$

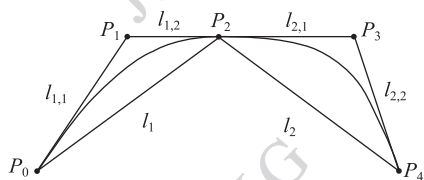


图4 代数样条曲线的拼接
Fig. 4 Two neighbouring algebraic spline curves and their control polygon

$$\begin{cases} l_{i,1}(x, y) = a_{i,1}x + b_{i,1}y + c_{i,1} = 0 \\ l_{i,2}(x, y) = a_{i,2}x + b_{i,2}y + c_{i,2} = 0 \\ l_i(x, y) = a_ix + b_iy + c_i = 0 \end{cases} \quad i=1, 2$$

那么, 这两条相邻的2次代数样条曲线 $g_i(x, y)=0 (i=1, 2)$ G^2 连续的一个充分条件^[11]为满足

$$1) P_1, P_2, P_3 \text{ 在同一条直线上};$$

$$2) \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{(a_{2,1}b_2 - a_2b_{2,1})^2(a_{1,1}x_2 + b_{1,1}y_2 + c_{1,1})}{(a_{1,2}b_1 - a_1b_{1,2})^2(a_{2,2}x_2 + b_{2,2}y_2 + c_{2,2})} \quad (3)$$

2.2 3次代数样条曲线

取式(1)中的 $n=3$, 则 $g(x, y)=0$ 即为3次代数样条曲线。如图5所示, 仿照2.1节的2次代数样条, 不妨设由控制多边形 $P_0P_1P_2$ 和 $P_2P_3P_4$ 生成的两条3次代数样条曲线分别为 $h_i(x, y)=0 (i=1, 2)$ 。文献[12]指出3次代数样条曲线在端点处的曲率为0, 此时 $h_i(x, y)=0, i=1, 2$ 在公共点 P_2 处保持曲率连续。那么, 当 P_1, P_2, P_3 在同一条直线上时, 根据性质1, $h_i(x, y)=0, i=1, 2$ 在 P_2 点有相同的切线方向。此时, 它们在 P_2 处保持 G^2 连续。

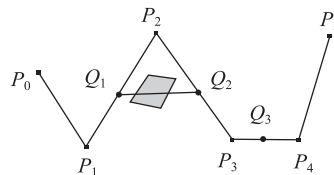


图5 导向折线段的划分
Fig. 5 Partition of the guiding polyline

3 G^2 连续避障曲线的构造

在构造 G^2 连续的低次避障代数样条曲线之前, 需要预先对导向折线段进行分割^[7]。以图5中的导向折线段 $P_0P_1 \cdots P_5$ 为例, 对其插入除首尾的 P_0P_1 和 P_4P_5 外的其余各段的中点 Q_1, Q_2, Q_3 , 把 $P_0P_1 \cdots P_5$ 分割成4段控制多边形。而根据性质1, 这4段控制多边形生成的代数样条曲线在 Q_1, Q_2, Q_3 有相同的切线方向, 故整条曲线至少保持 G^1 连续。

图5中的导向折线段被分割成为4个控制多边形, 根据这4个控制多边形的凹凸性^[4], 导向折线段共有两个拐点。而根据性质2, 代数样条曲线都是凸曲线, 所以整条曲线也只有 Q_1, Q_2 两个拐点。这表明整条避障曲线和导向折线段有相同的拐点数目, 具有良好的保形性。

3.1 2 次代数样条曲线

若要使得相邻两段 2 次代数样条曲线保持 G^2 连续, 它们的形状因子需要满足式(3), 即在控制多边形确定时其中一个的值确定了另一个的值。由此可得, 若要使得多段两两相邻的 2 次代数样条曲线保持 G^2 连续, 需要在某一段曲线的形状因子确定后, 根据式(3)依次求得其余各段的形状因子。因此, 可以把第一段曲线的形状因子 λ 作为整条曲线的形状因子, 来描述整条曲线的形状。如何得到整条曲线的形状因子 λ , 以规避所有障碍物, 具体算法如下:

- 1) 把导向折线段分割成为若干个代数样条的控制多边形;
- 2) 对第 i 个控制多边形求出在其三角形内所有障碍物的顶点所对应的形状因子, 选出其中的最大值 λ_i ;
- 3) 利用式(3)得到与 λ_i 相对应的第 1 个控制多边形的形状因子 λ_i^* , $\lambda = \max \{ \lambda_i^* \}$ 就是能够规避

所有障碍物的形状因子。

3.2 3 次代数样条曲线

图 5 中导向折线段的分割方法保证了整条曲线在分割点的切向连续, 而 3 次代数样条曲线在分割点的曲率恒为 0 保证了整条曲线在分割点的曲率连续。因此, 整条曲线能够保持 G^2 连续。特别地, 由于整条曲线上所有的形状因子各自独立变化, 这使得整条曲线在保持 G^2 连续的前提下仍局部可调。

4 实 例

图 6 给出了基于导向折线段的 2 次和 3 次 G^2 连续避障代数样条曲线。其中, 图 6(b) 中的障碍物与导向折线段源于文献[13]。图 6(b) 中作为首段曲线的虚线和实线都满足要求, 直观地展现了其局

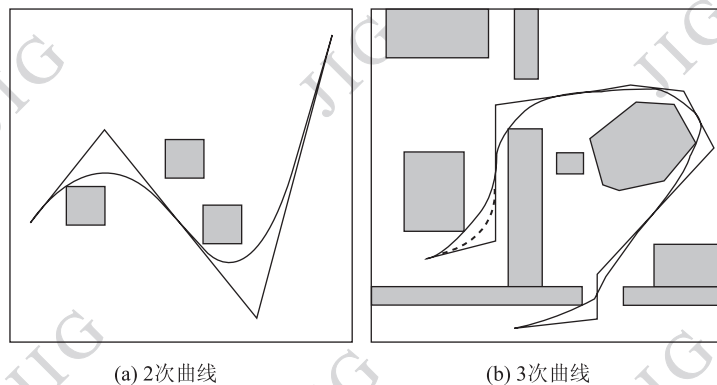


图 6 低次避障代数样条曲线

Fig. 6 The low degree algebraic spline curve to avoid obstacles

部可调性, 这是其他方法所没有的。而且图 6 中的代数样条曲线与导向折线段具有相同数量的拐点, 这体现了算法的保形效果。

5 结 论

将基于导向折线段的 G^2 连续避障曲线的构造方法, 从参数曲线形式推广到代数样条曲线形式上。所得的代数样条曲线有以下优点:

- 1) 曲线为隐函数形式, 具有代数曲线的各类优点, 特别是便于判断任一点与曲线的相对位置关系;
- 2) 表达简单, 次数较低, 仅有 2 次或 3 次, 但能保持整体 G^2 连续, 满足一般路径规划的需求;
- 3) 计算稳定, 不必求解高阶方程;

4) 代数样条曲线与导向折线段拥有相同数量的拐点, 具备良好的保形性;

5) 调控方便, 控制多边形即为导向折线段;

6) 3 次代数样条曲线局部可调, 适用于各种场合。

不过, 3 次代数样条虽然比 2 次更加灵活, 但是其各连接点处曲率为 0, 有可能使得曲线在各连接点处不够自然。文献[12]给出了一种有别于式(1)的 3 次代数样条曲线, 其端点处曲率不为 0, 使得曲线的形状更加自然。如何基于导向折线段构造此类 3 次代数样条曲线, 是将来进一步研究的方向。

参考文献 (References)

- [1] Sánchez G, Latombe J C. A single-query bi-directional probabi-

- listic roadmap planner with lazy collision checking [C]//Robotics Research STAR6. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2003: 403-417.
- [2] Yang Z Y, Chen Y H. Inspection path generation in haptic virtual CMM [J]. Computer-Aided Design & Applications, 2005, 2(1-4): 273-282.
- [3] Ismail A L T, Sheta A, Al-Weshah M. A mobile robot path planning using genetic algorithm in static environment [J]. Journal of Computer Science, 2008, 4(4): 341-344.
- [4] Li Z, Meek D S, Walton D J. A smooth, obstacle-avoiding curve [J]. Computers & Graphics, 2006, 30(4): 581-587.
- [5] Meek D S, Ong B H, Walton D J. A constrained guided G^1 continuous spline curve [J]. Computer-Aided Design, 2003, 35(6): 591-599.
- [6] Meek D S, Ong B H, Walton D J. Constrained interpolation with rational cubics [J]. Computer Aided Geometric Design, 2003, 20(5): 253-275.
- [7] Chen J, Wang G J. An obstacle-avoiding rational quadratic Bézier spline curve with G^2 continuity [J]. Journal of Computer Aided Design & Computer Graphics, 2011, 23(4): 582-585. [陈军, 王国瑾. 规避障碍物的 G^2 连续有理二次 Bézier 样条曲线[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2011, 23(4): 582-585.]
- [8] Schäffer A A, Van Wyk C J. Convex hulls of piecewise-smooth Jordan curves [J]. Journal of Algorithms, 1987, 8(1): 66-94.
- [9] Li J G, Hoschek J, Hartmann E. G^{n-1} functional splines for interpolation and approximation of curves, surfaces and solids [J]. Computer Aided Geometric Design, 1990, 7(2): 209-220.
- [10] Pajuszny M, Patterson R R. A family of tangent continuous cubic algebraic splines [J]. ACM Transactions on Graphics, 1993, 12(3): 209-232.
- [11] Zhang S Y. Interpolating 2D data set by conic spline with G^2 continuity [J]. Journal of Computer Aided Design & Computer Graphics, 2000, 12(6): 419-422. [张三元. 一种 G^2 连续的二次曲线样条插值方法[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2000, 12(6): 419-422.]
- [12] Zhang S Y, Sun S Q, Pan Y H. Cubic algebraic curves interpolation with geometric constraints [J]. Chinese Journal of Computers, 2001, 24(5): 509-515. [张三元, 孙守迁, 潘云鹤. 基于几何约束的三次代数曲线插值[J]. 计算机学报, 2001, 24(5): 509-515.]
- [13] Bourhis G, Horn O, Habert O, et al. An autonomous vehicle for people with motor disabilities [J]. IEEE Robotics & Automation Magazine, 2001, 8(1): 20-28.