

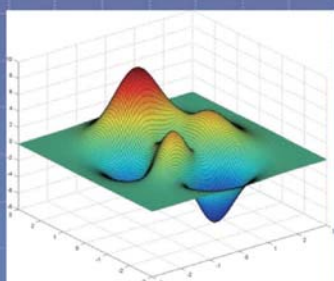


主办: 中国科学院遥感与数字地球研究所
中国图象图形学学会
北京应用物理与计算数学研究所

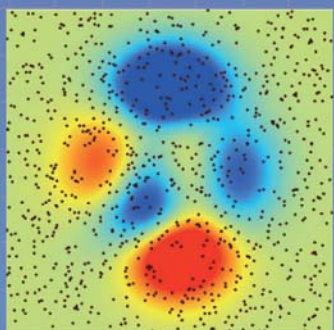
中国图象图形学报

2014
02
VOL.19

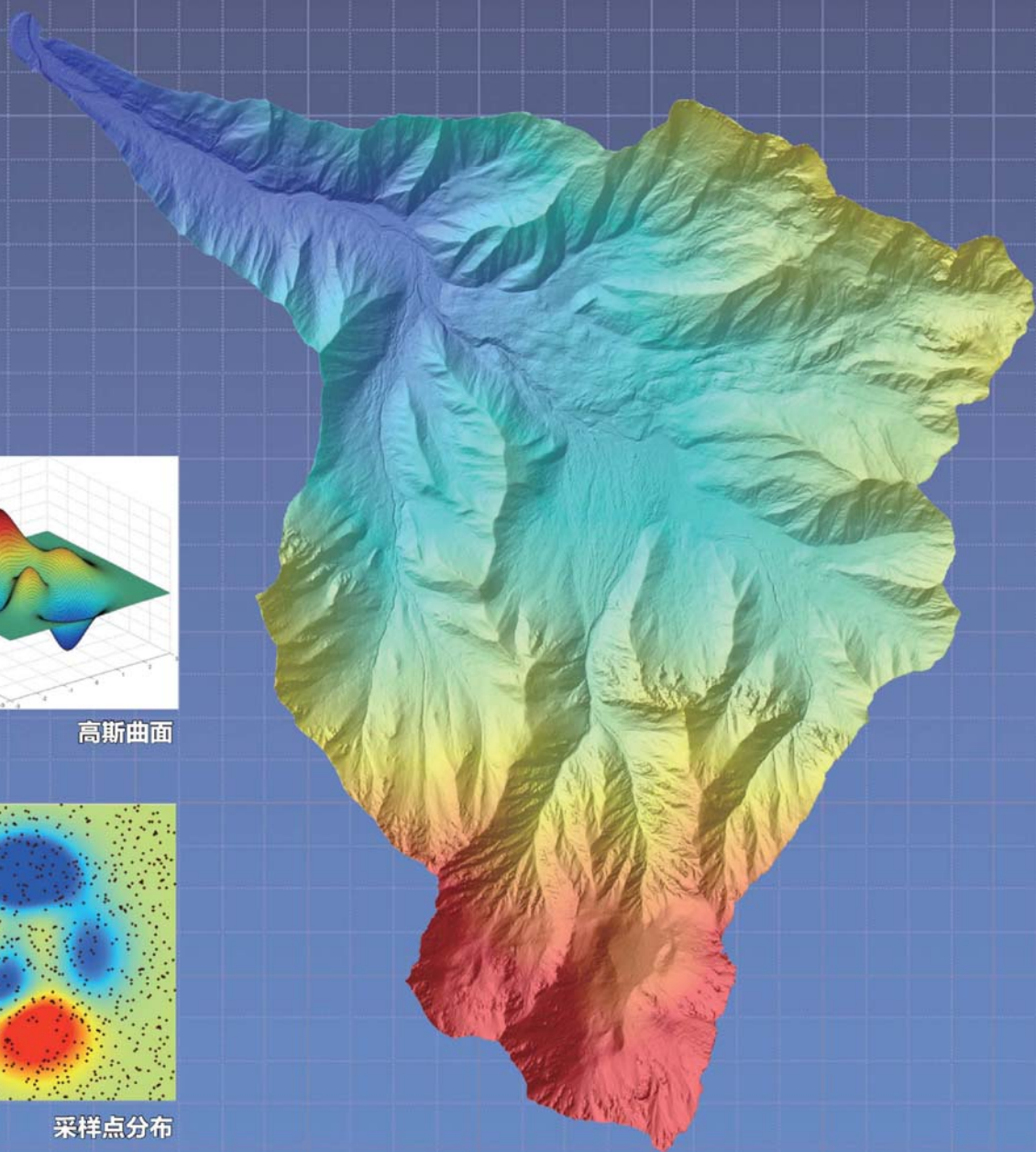
ISSN1006-8961
CN11-3758/TB



高斯曲面



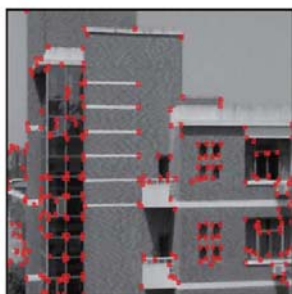
采样点分布



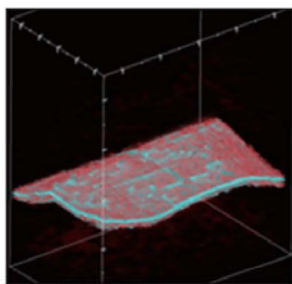
HASM地形模拟 P290



邻域最短距离法寻找最佳拼接缝(第227页)



曲率尺度空间与链码方向统计的角点检测(第234页)



目标特征指导的多分辨率体绘制算法(第283页)

计算机视觉前沿论坛

行为理解的认知推理方法

陶霖密, 杨卓宁, 王国建 0167

深度学习及其在目标和行为识别中的新进展

郑胤, 陈权崎, 章毓晋 0175

图像处理和编码

分布式视频编码中基于改进FCM聚类的相关噪声模型估计

杨春玲, 吴娟 0185

结合一阶自回归滑动平均和压缩感知的视频模型

王教余, 徐小红, 沈仁明, 廖重阳, 杨勋 0194

信息量加权的梯度显著度图像质量评价

徐少平, 杨荣昌, 刘小平 0201

优化加权TV的复合正则化压缩感知图像重建

费选, 韦志辉, 肖亮, 李星秀 0211

消除图像伪轮廓的各向异性自适应滤波

倪婧, 王朔中, 廖纯, 曾兴 0219

邻域最短距离法寻找最佳拼接缝

郑悦, 程红, 孙文邦 0227

图像分析和识别

曲率尺度空间与链码方向统计的角点检测

曾接贤, 李炜烨 0234

基于方向特征的手掌静脉识别

周宇佳, 刘娅琴, 杨丰, 黄靖 0243

复杂环境下高效物体跟踪级联分类器

江伟坚, 郭躬德 0253

图像理解和计算机视觉

均值规范化对比度的局部特征描述符

颜雪军, 赵春霞, 袁夏, 徐丹, 刘凡 0266

计算机图形学

三角域上Said-Ball基的推广渐近迭代逼近

张莉, 李园园, 杨燕, 檀结庆 0275

目标特征指导的多分辨率体绘制算法

郭思奇, 鲁才, 聂小燕 0283

地理信息技术

高精度曲面建模优化方案

赵明伟, 岳天祥, 赵娜 0290

医学图像处理

应用于人体关节缺损修复的建模与可视化

邢慧君, 杨健, 李勤 0297

小邻域统计信息核磁共振医学图像分割模型

张建伟, 方林, 陈允杰, 詹天明 0305

遥感图像处理

结合暗通道原理和双边滤波的遥感图像增强

周雨薇, 陈强, 孙权森, 胡宝鹏 0313

改进NSCT和IHS变换相结合的遥感影像融合

刘慧, 周可法, 王金林, 王珊珊 0322

分段2维主成分分析的超光谱图像波段选择

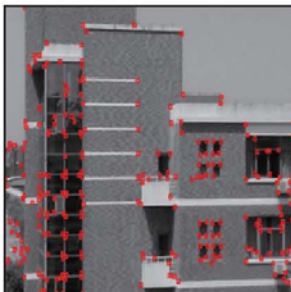
张婧, 孙俊喜, 阮光诗, 刘红喜 0328

CONTENTS

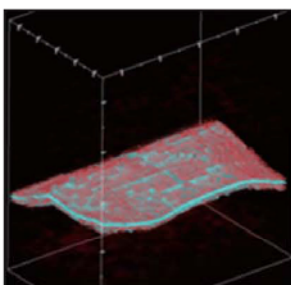
JOURNAL OF IMAGE AND GRAPHICS



Finding an optimal seam-line through the shortest distance in the neighborhood(P227)



Corner detection based on curvature scale space and chain code direction statistics(P234)



Target feature based multi-resolution volume rendering(P283)

Forum: Forefront of Computer Vision

Cognitive reasoning method for behavior understanding

Tao Linmi, Yang Zhuoning, Wang Guojian 0167

Deep learning and its new progress in object and behavior recognition

Zheng Yin, Chen Quanqi, Zhang Yujin 0175

Image Processing and Coding

Correlation noise modeling based on improved Fuzzy C-Means clustering in distributed video coding

Yang Chunling, Wu Juan 0185

Compressed sensing video model based on a first-order auto regressive moving average model

Wang Jiaoyu, Xu Xiaohong, Shen Renming, Liao Chongyang, Yang Xun 0194

Information content weighted gradient salience structural similarity index for image quality assessment

Xu Shaoping, Yang Rongchang, Liu Xiaoping 0201

Compound regularized compressed sensing image reconstruction based on optimal reweighted TV

Fei Xuan, Wei Zhihui, Xiao Liang, Li Xingxiu 0211

False contour suppression with anisotropic adaptive filtering

Ni Jing, Wang Shuozhong, Liao Chun, Zeng Xing 0219

Finding an optimal seam-line through the shortest distance in the neighborhood

Zheng Yue, Cheng Hong, Sun Wenbang 0227

Image Analysis and Recognition

Corner detection based on curvature scale space and chain code direction statistics

Zeng Jiexian, Li Weiye 0234

Palm-vein recognition based on oriented features

Zhou Yujia, Liu Yaqin, Yang Feng, Huang Jing 0243

Efficient cascade classifier for object tracking in complex conditions

Jiang Weijian, Guo Gongde 0253

Image Understanding and Computer Vision

Local feature descriptor based on mean normalized contrast

Yan Xuejun, Zhao Chunxia, Yuan Xia, Xu Dan, Liu Fan 0266

Computer Graphics

Generalized progressive iterative approximation for Said-Ball based on triangular domains

Zhang Li, Li Yuanyuan, Yang Yan, Tan Jieqing 0275

Target feature based multi-resolution volume rendering

Guo Siqi, Lu Cai, Nie Xiaoyan 0283

Geoinformatics

HASM optimization based on the improved difference scheme

Zhao Mingwei, Yue Tianxiang, Zhao Na 0290

Medical Image Processing

Method of modeling and visualization for repairing of osteoarticular defect

Xing Huijun, Yang Jian, Li Qin 0297

Magnetic resonance medical images segmentation based on a local statistical information model

Zhang Jianwei, Fang Lin, Chen Yunjie, Zhan Tianming 0305

Remote Sensing Image Processing

Remote sensing image enhancement based on dark channel prior and bilateral filtering

Zhou Yuwei, Chen Qiang, Sun Quansen, Hu Baopeng 0313

Remote sensing image fusion based on an improved NSCT and IHS transformation

Liu Hui, Zhou Kefa, Wang Jinlin, Wang Shanshan 0322

Segmented 2DPCA algorithm for band selection of hyperspectral image

Zhang Jing, Sun Junxi, Ruan Guangshi, Liu Hongxi 0328

中图法分类号: TP319 文献标识码: A 文章编号: 1006-8961(2014)02-0211-08

论文引用格式: 费选, 韦志辉, 肖亮, 李星秀. 优化加权 TV 的复合正则化压缩感知图像重建[J]. 中国图象图形学报, 2014, 19(2): 211-218.
 [DOI:10.11834/jig.20140206]

优化加权 TV 的复合正则化压缩感知图像重建

费选¹, 韦志辉¹, 肖亮¹, 李星秀²

1. 南京理工大学计算机科学与工程学院, 南京 210094; 2. 南京理工大学理学院, 南京 210094

摘要: **目的** 压缩感知理论突破了传统的 Shannon-Nyquist 采样定理的限制, 能够以较少的采样值来进行原信号的恢复。针对压缩感知图像重建问题, 提出一种基于优化加权全变差 (TV) 的复合正则化压缩感知图像重建模型。**方法** 提出的重建模型是以 TV 正则化模型为基础。首先, 为克服传统 TV 正则化会导致重建图像的边缘和纹理细节部分模糊或丢失的缺点, 引入图像的梯度信息估计权重, 构建加权 TV 的重建模型。其次, 利用全变差去噪 (ROF) 模型对权重进行优化估计, 从而减少计算权重时受噪声的影响。再次, 将非局部结构相似性先验和局部自回归性先验引入提出的加权 TV 模型, 得到优化加权 TV 的复合正则化重建模型。最后, 结合投影法和算子分裂法对优化模型求解。**结果** 针对自然图像的不同特性, 使用复合正则化先验进行建模, 实验结果表明上述重建问题通过本文方法得到了很好的解决, 加权 TV 正则化先验使得图像的平坦区域和强边重建较好, 而非局部结构相似性先验和局部自回归性先验能够保证图像的精细结构部分的重建效果。**结论** 与其他基于 TV 正则化的重建模型相比, 本文模型的重建性能无论是在视觉效果还是在客观评价指标上都有明显的提高。

关键词: 压缩感知; 加权全变差; 非局部结构相似; 局部自回归

Compound regularized compressed sensing image reconstruction based on optimal reweighted TV

Fei Xuan¹, Wei Zhihui¹, Xiao Liang¹, Li Xingxiu²

1. School of Computer Science and Engineering, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China;

2. School of Science, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China

Abstract: Objective Breaking the limitations of the traditional Shannon-Nyquist sampling theorem, compressed sensing is a recent paradigm, which allows a signal to be sampled at sub-Nyquist rates and proposed a methodology of recovery that incurs no loss. The field of compressed sensing is related to other topics in signal processing. Especially, imaging techniques having a strong affinity with compressed sensing include coded aperture and computational photography. In recent years, compressed sensing image reconstruction has caused widespread concern, and the total variation (TV) regularization, which describes the sparsity of the image gradient, has been widely used for image reconstruction. Inspired by these ideas, we propose a novel compound regularized compressed sensing image reconstruction model based on optimal reweighted TV.

Method Our reconstruction modeling is based on the classical TV regularization recovery model, and some actions have been taken to improve the reconstruction performance. At first, the TV regularization always results in a piecewise constant solutions. This will make the reconstructed image too smooth and some details, such as edges and textures, are lost. To overcome this drawback, the gradient information of the image is utilized to estimate weights, and build a reweighted TV-

收稿日期: 2013-07-08; 修回日期: 2013-09-03

基金项目: 国家自然科学基金项目 (61071146, 61171165); 江苏省自然科学基金项目 (BK2010488); 南京理工大学研究资助项目 (2010ZDJH07); 高等学校博士学科点专项科研基金项目 (20123219120043)

第一作者简介: 费选 (1986—), 男, 南京理工大学模式识别与智能系统专业博士研究生, 主要研究方向为图像恢复及压缩感知重建问题。E-mail: feixuan@hotmail.com

based compressed sensing image reconstruction model. Then, for reducing the noise or other degradation influence, we introduce a TV denoising (Rudin-Osher-Fatemi, ROF) model into the optimal estimation of weights. Next, the characters of the natural image are introduced into image modeling as the priors such as the nonlocal structure similarity and local regression priors. We introduce these priors into the reconstruction model to preserve the image details, and propose a novel compound regularized optimization model based on optimal reweighted TV. At last, the optimization model could be reduced to a series of convex minimization problems that can be efficiently solved with a combination of the projection method and operator splitting method, leading to fast and easy-to-code algorithms. **Result** In the conventional TV regularization reconstruction model, there is not enough prior information which is utilized to represent different characters of the natural image. Therefore, a compound regularized model is proposed to use these corresponding priors of different characters in this paper. The experimental results demonstrate the more refined image reconstruction in our proposed method. Especially, the sparsity prior of the image gradient is fully considered as reweighted TV regularizer, which could guarantee the reconstructed effects of the smoothed areas and strong edges, while the nonlocal structure similarity and local regression priors are also exploited to improve the reconstructed performance of weak edges or textures. **Conclusion** TV regularization model is a widely-used compressed sensing image reconstruction method. However, this process is easy to be affected by noise or other degradation. Meanwhile, it is difficult to obtain refined reconstruction result because image prior information is rarely utilized. We propose a novel compound regularized compressed sensing image reconstruction model. Here, we integrate the sparsity prior, the nonlocal structure similarity prior and the local regression prior into reconstruction model as compound regularizers. Extended experiment results indicate that the proposed compressed sensing reconstruction method has a better improvement in terms of objective criterion and visual fidelity over other related TV-based reconstruction methods.

Key words: compressed sensing; reweighted total variation; nonlocal structure similarity; local regression

0 引言

当前,多媒体通讯随着网络技术的进步得到了空前的发展,并且已经成为信息产业中发展最为迅速的部分。数字图像技术作为多媒体服务的重要组成部分,同样得到了极大的发展和广泛的应用。包括3G手机网络视频,关键区域场景监控等,都对图像传输的有效性和高质量提出了更为严格的要求。为了能够有效地、高质量地传输图像信号,需要多种技术的支持,其中数字图像的压缩编码技术是传输中的关键。

现有的压缩编码标准是基于传统的香农-奈奎斯特(Shanon-Nyquist)采样定理。依据该定理,在信息获取过程中,信号的采样率必须大于信号带宽的两倍,才能实现信号的准确重构。因此,要实现图像的准确重构所需要的样本数较多。另外,在编码过程中,由于信号本身所具有相当大的冗余性,需要在传输之前进行大规模的压缩,通常的做法是将信号在变换域进行分解,舍弃大多数的数据而仅保留少量的重要数据。这样做虽然可以提高传输效率,但造成了数据和系统资源的浪费。因此,如何从信息获取的源头上出发,提出好的编解码技术是亟待解决的问题。

2006年,由美国斯坦福大学的Donoho、Candès及美国加州大学洛杉矶分校的Tao等人^[1-3]提出了一种新的信号获取理论,即压缩感知(CS)理论。该理论突破了传统的香农采样定理,在进行数据采样的同时完成了压缩,进而可通过远低于奈奎斯特采样率的采样数据准确地重建出原始信号,大大减少了数据的采样量、采样时间和存储成本。

目前压缩感知已经大量用于信号处理与通信的实践中,尤其是在图像采集及编码方面,能够大大节省采样资源。另外,这种方法还具有对噪声的鲁棒性、可延展性、加密型等优势,具有很高的应用价值。

尽管压缩感知所具有的优越性从信号的获取上就建立了优势,但是信号的重建问题在整个信号压缩感知获取过程中起着关键作用,重建算法的优劣直接影响着信号的重建精度、质量,甚至在一定程度上还决定了测量个数的多少。因此,对重建算法的研究是至关重要的。

针对压缩感知图像重建算法的深入研究,提出一种基于优化加权全变差(TV)的复合正则化重建算法。首先,考虑图像的分片光滑性,即梯度模是稀疏的。基于TV的重建算法可以有效描述这种性质,从而得到较好的恢复图像,但同时会模糊或丢失部分细节信息。而加权TV可以减少这种效应,提高细节保持效果。但是,权重的计算会受到噪声的

影响,因此通过对权重优化,期望获得更好的重建效果。其次,图像内容上的非局部结构相似性和局部自回归性,为进一步提升重建质量提供了有效的约束方式。最后,实验结果表明,优化加权 TV 的复合正则化重建算法能够有效地重建图像并保持较好的细节信息。

1 压缩感知图像重建

压缩感知理论指出,当信号在某个变换域是稀疏或可压缩的,可以利用与变换矩阵非相干的测量矩阵将信号线性投影为低维观测向量,同时这种投影保持了原始信号所含的必要信息,可通过进一步求解稀疏性最优化问题从低维观测向量精确地重建原始高维信号。因此,将压缩感知理论融入信号编解码技术可以有效地降低采样数,减小传输压力,提高信号重建质量。

1.1 压缩感知理论

压缩感知理论的提出,突破了传统的 Shannon-Nyquist 采样定理的限制,使得信号精确重建必需的采样率不再取决于信号的带宽,而取决于更能反映信号本质属性的稀疏度。因此,这个理论的前提是信号在某个域里面必须是稀疏的或者是可压缩的。

假设信号 $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_N]^T \in \mathbf{R}^N$ 可由某组基 $\{\boldsymbol{\psi}_i \in \mathbf{R}^N, i=1, 2, \dots, L\}$ 线性表示为

$$\mathbf{x} = \sum_{i=1}^L \boldsymbol{\psi}_i s_i, L \geq N \quad (1)$$

式中, $s_i \in \mathbf{R} (i=1, 2, \dots, L)$ 为对应的表示系数。令 $\boldsymbol{\Psi} = [\boldsymbol{\psi}_1, \boldsymbol{\psi}_2, \dots, \boldsymbol{\psi}_L] \in \mathbf{R}^{N \times L}$, $\mathbf{s} = [s_1, s_2, \dots, s_L]^T \in \mathbf{R}^L$, 则式(1)可表示成矩阵一向量形式

$$\mathbf{x} = \boldsymbol{\Psi} \mathbf{s} \quad (2)$$

如果系数向量 $\mathbf{s}$ 中只有 K 个非零分量,且 K 远远小于信号维数 N ,那么称信号 $\mathbf{x}$ 在变换 $\boldsymbol{\Psi}$ 下是 K 稀疏的。这种稀疏性在传统的编码中应用于信号的压缩,具体是信号经过变换后,对 K 个非零系数进行编码,丢弃其余的 $N-K$ 个系数。在压缩感知理论中,稀疏性为信号重建提供了可能。

在上述稀疏假设条件下,信号 $\mathbf{x}$ 可通过压缩感知测量过程线性地表示为

$$y_i = \langle \boldsymbol{\varphi}_i, \mathbf{x} \rangle, i=1, 2, \dots, M \quad (3)$$

式中, $\boldsymbol{\varphi}_i \in \mathbf{R}^N (i=1, 2, \dots, M)$ 为 M 个非自适应的测量向量, $y_i \in \mathbf{R} (i=1, 2, \dots, M)$ 为相应的测量(采样)值,且满足 $M \ll N$ 。令测量矩阵 $\boldsymbol{\Phi} = [\boldsymbol{\varphi}_1, \boldsymbol{\varphi}_2, \dots,$

$\boldsymbol{\varphi}_M]^T \in \mathbf{R}^{M \times N}$, 以及观测向量 $\mathbf{y} = [y_1, y_2, \dots, y_M]^T \in \mathbf{R}^M$, 则上述压缩感知测量过程式(3)可表示为矩阵一向量形式

$$\mathbf{y} = \boldsymbol{\Phi} \mathbf{x} \quad (4)$$

根据式(2), 则式(4)可等价地表示为

$$\mathbf{y} = \boldsymbol{\Phi} \mathbf{x} = \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{\Psi} \mathbf{s} = \bar{\boldsymbol{\Phi}} \mathbf{s} \quad (5)$$

式中, $\bar{\boldsymbol{\Phi}} \in \mathbf{R}^{M \times L}$ 定义为广义测量矩阵。

从上述分析可以看出 $M < N \leq L$ 时,线性方程组是欠定方程组,但由于未知量 $\mathbf{s}$ 是稀疏或可压缩的, $\mathbf{s}$ 的自由度要远远小于 L , 因此当广义测量矩阵 $\bar{\boldsymbol{\Phi}}$ 满足一定条件^[1]时,观测向量 $\mathbf{y}$ 可以完全包含原始信号 $\mathbf{x}$ 的所有信息,从而可以对信号进行精确的恢复。而确实存在着一些通用的测量矩阵^[4-6], 比如随机高斯矩阵、随机伯努利矩阵、随机循环结构矩阵等满足这样的条件。

1.2 基于 TV 的图像压缩感知重建

在压缩感知理论下,恢复信号一般等价于求解最小化 L_1 范数问题,即

$$\bar{\mathbf{s}} = \arg \min_{\mathbf{s} \in \mathbf{R}^L} \|\mathbf{s}\|_1 \quad \text{s.t.} \quad \mathbf{y} = \bar{\boldsymbol{\Phi}} \mathbf{s} \quad (6)$$

因此,重建原始信号为 $\bar{\mathbf{x}} = \bar{\boldsymbol{\Psi}} \bar{\mathbf{s}}$ 。由于研究对象是图像,考虑图像的分片光滑性质,即梯度模是稀疏的,可利用下面的最小化全变差问题(min-TV)来重建压缩感知图像,即

$$\min \|\mathbf{x}\|_{\text{TV}} \quad \text{s.t.} \quad \mathbf{y} = \boldsymbol{\Phi} \mathbf{x} \quad (7)$$

式中,图像 $\mathbf{x}$ 的全变差范数定义为

$$\|\mathbf{x}\|_{\text{TV}} = \sum_{i,j} \sqrt{(x_{i,j+1} - x_{i,j})^2 + (x_{i+1,j} - x_{i,j})^2}$$

式中, $x_{i,j}$ 是指图像 $\mathbf{x}$ 在像素点 (i, j) 处的灰度值。

2 优化加权 TV 的复合正则化重建

基于 TV 的重建算法存在一个明显的缺点:图像分片光滑性的约束会导致对图像细小边缘和纹理结构的过度模糊。为克服这种缺点,文献[7]提出了迭代加权最小化全变差模型

$$\min \sum_{i,j} W_{i,j} |D(\mathbf{x})_{i,j}| \quad \text{s.t.} \quad \mathbf{y} = \boldsymbol{\Phi} \mathbf{x} \quad (8)$$

式中, $|D(\mathbf{x})_{i,j}| = \sqrt{(x_{i,j+1} - x_{i,j})^2 + (x_{i+1,j} - x_{i,j})^2}$, $W_{i,j}$ 为对应于像素点 $x_{i,j}$ 的权重系数,下文将给出其计算过程。

加权 TV 作为一种增强的稀疏性描述,可以部分改善重建质量。其中,关键性的步骤是如何找到合适的权重 $\mathbf{W} = g(|D(\mathbf{x})|)$, 能够反映图像 $\mathbf{x}$ 自

身特征并增强稀疏性。实际中,在边缘部分,应该要求权重尽可能的小,而平坦区域部分,权重尽可能的大。在文献[7]中,给出了一种简单的权重计算方式,即在交替迭代过程中,依据上次的重构结果获得 $W_{i,j}^k = \frac{1}{|D(\mathbf{x}^{k-1})_{i,j}| + \varepsilon}$ 。这种权重计算方式,明显地受到噪声影响,鲁棒性较差。因此,将给出权重优化估计模型,提高权重估计的准确性。

2.1 权重优化估计

自然地,在每一步对加权 TV 模型迭代求解过程中,都涉及权重的计算,通常其与上次的解有关,即 $\mathbf{W}^k = g(|D(\mathbf{x}^{k-1})|)$ 。由于噪声的影响,会使得估计权重图的全变分比真实权重图的全变分要大,从而可以利用 ROF (Rudin-Osher-Fatemi) 模型^[8]对其优化,令 $\hat{\mathbf{W}} = \mathbf{W}^k$ 即

$$\min_{\mathbf{W}} \|\mathbf{W}\|_{\text{TV}} + \frac{\kappa}{2} \|\mathbf{W} - \hat{\mathbf{W}}\|_2^2 \quad (9)$$

式中,第1项为正则项,保证优化权重图的全变差变小;第2项为保真项,保证优化权重图与预先估计图的一致性。

同时,从上述优化模型可以看出,权重的优劣与初始估计 $\hat{\mathbf{W}}$ 密切相关。Black 等人^[9]给出了一种鲁棒的边缘检测算法,可用来估计 $\hat{\mathbf{W}}$ 。从统计角度来理解,考虑 $|D(\mathbf{x})|$ 是正态分布的,图像边缘被认为是异常值,而噪声被认为是在分片常数区域,从而可以用边缘终止函数 $g(|D(\mathbf{x})|)$ 作为初始估计函数来区分出异常值。根据上面的讨论,给出初始估计函数为

$$g(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} \left(1 - \frac{x^2}{\sigma}\right)^2 & |x| \leq \sigma \\ 0 & |x| > \sigma \end{cases} \quad (10)$$

式中, σ 可根据图像的梯度 $|D(\mathbf{x})|$ 估计。

相较于文献[7]中的权重估计,提出的优化权重估计,可以更好地符合图像先验结构信息,有效避免噪声的影响,为后续优化问题提供更好的权重,从而增强稀疏性,改进图像重建效果。

尽管如此,为了更好地对图像精细部分有效重建,进一步提高重建效果,需要挖掘图像信息的多种正则化先验知识,例如图像的非局部结构相似性和局部自回归性。

2.2 非局部结构相似性正则化约束

在自然图像的不同区域中常出现重复的结构模

式,且具有相同结构模式的图像块在空间上可能相距较远。在图像处理领域,这种非局部相似性质得到了广泛的应用,包括非局部均值图像去噪^[10]、非局部 TV 正则化图像恢复^[11]等,相关实验结果表明图像的这种非局部冗余性特征可以用来保持图像的边缘纹理结构和抑制噪声。

那么,如何有效判断图像块的相似性成为首要问题。Wang^[12]提出的结构相似性度量 (SSIM),利用图像的高度结构化性质,即局部像素间的强关联性来判断图像的相似程度,符合人眼对图像的判断。因此,可以利用 SSIM 来衡量图像块间的相似性,作为对像素点之间非局部相似性的度量。

假设一幅图像经向量化后表示为 $\mathbf{X} = [x_1, x_2, \dots, x_N]^T \in \mathbf{R}^N$, 像素点 x_i 和 x_j 称为是相似的,只要以 x_i 和 x_j 为中心的局部图像块 $\mathbf{P}_i$ 和 $\mathbf{P}_j$ 之间的结构相似度大于给定的阈值 $t \in (0, 1)$, 即 $SSIM(\mathbf{P}_i, \mathbf{P}_j) > t$ 。对于当前像素点 x_i , 在整个图像区域中 (实际的搜索区域取以 x_i 为中心的一个足够大的区域) 找出所有满足给定条件的相似点 $x_{i_l} (l = 1, 2, \dots, L)$, 则 x_i 可由 $x_{i_l} (l = 1, 2, \dots, L)$ 线性地表示为

$$x_i = \sum_{l=1}^L a_{i,l} x_{i_l} + n_i, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (11)$$

式中, n_i 为残差, $a_{i,l}$ 为组合权值,可定义为

$$a_{i,l} = \frac{\exp(-e_{i,i_l}/h)}{c_i} \quad (12)$$

式中, h 为权值的控制因子, $e_{i,i_l} = 1 - SSIM(\mathbf{P}_i, \mathbf{P}_{i_l})$, $c_i = \sum_{l=1}^L \exp(-e_{i,i_l}/h)$ 为归一化常数。将式(11)写成矩阵一向量形式可得

$$\mathbf{X} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{N} \quad (13)$$

式中,向量 $\mathbf{N} \in \mathbf{R}^N$ 的第 i 个分量为 n_i , 且矩阵 $\mathbf{A} \in \mathbf{R}^{N \times N}$ 的第 i 行第 i_l 列的元素为 $a_{i,l}$, 其他元素都为 0, 因此 $\mathbf{A}$ 的每一行中只有少数几个非零分量, 从而 $\mathbf{A}$ 是稀疏矩阵, 有利于实际的存储和计算。

在图像的压缩感知重建问题中, 式(13)可作为先验信息用以刻画图像的非局部结构相似特征。因此, 非局部结构相似正则化约束项可表示为

$$\arg \min_{\mathbf{X}} \|\mathbf{I} - \mathbf{A}\mathbf{X}\|_2^2 \quad (14)$$

式中, $\mathbf{I}$ 为 $N \times N$ 大小的单位矩阵。

2.3 局部自回归正则化约束

在自然图像的小块区域中常出现明显的形态结构模式, 这种模式使得中心点像素可以用周围点进行表示。在图像处理领域, 这种性质被称为

图像的局部自相似性。许多研究关注于这种相似性,包括自回归模型,核回归模型,双边核回归模型和Steering核回归模型等。相关实验结果表明图像的这种局部自回归特征可以用来保持图像的局部结构。因此,利用这种局部自回归性建立正则化约束,以期提高图像局部精细结构的重建质量。

考虑图像当前像素点 x_i 的估计,在局部像素邻域 $\Omega(i)$ 内,等价于如下的最小二乘问题^[13]

$$\hat{x}_i = \operatorname{argmin}_{x_i} \sum_{j \in \Omega(i)} [x_j - x_i]^2 K_H(\mathbf{X}_j - \mathbf{X}_i) \quad (15)$$

式中, $\mathbf{X}_i = (X_{i1}, X_{i2})$ 为像素点 x_i 的位置坐标, $K_H(\mathbf{X}_j - \mathbf{X}_i)$ 为 steering 核函数,衡量像素点之间的位置关系。为得到边缘自适应的 steering 核函数, Liu 等^[14-15]引入结构张量,计算各向异性距离,从而得到改进的 steering 核函数,即

$$K_{H\text{EST}}(\mathbf{X}_j - \mathbf{X}_i) = \frac{\sqrt{\det(\mathbf{S}_{\text{EST}j})}}{2\pi h^2 \mu_j^2} \times \exp\left\{-\frac{(\mathbf{X}_j - \mathbf{X}_i)^T \mathbf{S}_{\text{EST}j} (\mathbf{X}_j - \mathbf{X}_i)}{2h^2 \mu_j^2}\right\} \quad (16)$$

式中, h 为全局光滑参数, μ_j 为局部密度参数,本文中 $h = 2.1$, $\mu_j = 1$ 。根据文献^[15],式(16)中的边缘自适应矩阵 $\mathbf{S}_{\text{EST}}$ 定义为 $\mathbf{S}_{\text{EST}} = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_1^T & 0 \\ 0 & \mathbf{v}_2^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v}_1 & \mathbf{v}_2 \end{bmatrix}$, $\mathbf{v}_1$ 和 $\mathbf{v}_2$ 为结构张量矩阵的特征向量, λ_1 和 λ_2 由对应的特征值得到。

将式(16)代入式(15)中,并求解上述最小二乘问题,可得到解为

$$\hat{x}_i = \mathbf{e}_1^T (\mathbf{X}_x^T \mathbf{W}_i \mathbf{X}_x)^{-1} \mathbf{X}_x^T \mathbf{W}_i \mathbf{x}_{\Omega(i)} \quad (17)$$

式中, $\mathbf{e}_1^T = [1, 0, 0, \dots, 0]$ 为单位向量, $\mathbf{W}_i = \operatorname{diag}(K_{H\text{EST}}(\mathbf{X}_j - \mathbf{X}_i))$ 是由基于结构张量的 steering 核定义的权重矩阵, $\Omega(i)$ 是以 x_i 为中心的局部图像块区域, $\mathbf{x}_{\Omega(i)}$ 是将区域 $\Omega(i)$ 内的像素按列表示为向量形式, $\mathbf{X}_x$ 为多项式基矩阵,它的每个元素为泰勒展开式中 X 的多次项,具体形式如下

$$\mathbf{X}_x = \begin{bmatrix} 1 & (X_{i1} - X_{i1}) & (X_{i2} - X_{i2}) & (X_{i1} - X_{i1})^2 & \dots \\ 1 & (X_{21} - X_{i1}) & (X_{22} - X_{i2}) & (X_{21} - X_{i1})^2 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & (X_{p1} - X_{i1}) & (X_{p2} - X_{i2}) & (X_{p1} - X_{i1})^2 & \dots \end{bmatrix}$$

式中, p 为采样个数,即区域 $\Omega(i)$ 内像素点的个数。

如果令 $\mathbf{b}_i = \mathbf{e}_1^T (\mathbf{X}_x^T \mathbf{W}_i \mathbf{X}_x)^{-1} \mathbf{X}_x^T \mathbf{W}_i$, 则针对像素点 $\mathbf{X}_i$ 的局部自回归正则化约束可表示为

$$\operatorname{argmin}_{x_i} \sum_j (x_i - \mathbf{b}_i \mathbf{x}_{\Omega(i)})^2 \quad (18)$$

因此,针对整个图像,可得到下面的矩阵向量形式的局部自回归正则化约束

$$\operatorname{argmin}_X \|(\mathbf{I} - \mathbf{B})\mathbf{X}\|_2^2 \quad (19)$$

式中

$$\mathbf{B}(i, j) = \begin{cases} b_i(j) & j \in \Omega(i) \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (20)$$

2.4 优化加权 TV 的复合正则化重建模型及算法

结合优化加权 TV 式(9),非局部结构相似性正则化约束式(14)及局部自回归正则化约束式(19),给出如下的迭代重建优化模型

$$\begin{cases} \mathbf{W}^k = \operatorname{argmin}_{\mathbf{W}} \|\mathbf{W}\|_{\text{TV}} + \frac{\kappa}{2} \|\mathbf{W} - \hat{\mathbf{W}}\|_2^2 \\ \mathbf{X}^k = \operatorname{argmin}_X \sum_{i,j} W_{i,j}^k |D(\mathbf{X})_{i,j}| + \frac{\lambda}{2} \|\mathbf{Y} - \Phi \mathbf{X}\|_2^2 + \frac{\eta}{2} \|(\mathbf{I} - \mathbf{A})\mathbf{X}\|_2^2 + \frac{\mu}{2} \|(\mathbf{I} - \mathbf{B})\mathbf{X}\|_2^2 \end{cases} \quad (21)$$

式中, Φ 为采样矩阵, $\mathbf{A}$ 和 $\mathbf{B}$ 分别为 2.2 节和 2.3 节给出的非局部和局部回归权重矩阵, $\mathbf{W}$ 为梯度模的加权系数矩阵。

上述优化问题可进行简化,令 $\bar{\mathbf{Y}} = [\mathbf{Y}, \mathbf{0}, \mathbf{0}]^T$, $\mathbf{R} = [\Phi, \eta(\mathbf{I} - \mathbf{A})/\lambda, \mu(\mathbf{I} - \mathbf{B})/\lambda]^T$, 则优化问题可重新写成

$$\begin{cases} \mathbf{W}^k = \operatorname{argmin}_{\mathbf{W}} \|\mathbf{W}\|_{\text{TV}} + \frac{\kappa}{2} \|\mathbf{W} - \hat{\mathbf{W}}\|_2^2 \\ \mathbf{X}^k = \operatorname{argmin}_X \sum_{i,j} W_{i,j}^k |D(\mathbf{X})_{i,j}| + \frac{\lambda}{2} \|\bar{\mathbf{Y}} - \mathbf{R}\mathbf{X}\|_2^2 \end{cases} \quad (22)$$

显然地,可分别对上述优化问题的两个子问题交替求解,子问题

$$\min_{\mathbf{W}} \|\mathbf{W}\|_{\text{TV}} + \frac{\kappa}{2} \|\mathbf{W} - \hat{\mathbf{W}}\|_2^2 \quad (23)$$

是标准的 ROF 模型,易于求解。采用 Chambolle 投影算法^[16]进行求解,详细推导过程不再赘述,下面仅给出迭代解形式。取步长 $\tau \in (0, \frac{1}{8})$, 给定初值

$\mathbf{p}^{(0)} = \mathbf{0}$, 则

$$p_{i,j}^{(n+1)} = \frac{p_{i,j}^{(n)} + \tau(\nabla(\operatorname{div}(\mathbf{p}^{(n)}) - \kappa \hat{\mathbf{W}})_{i,j})}{1 + \tau |(\nabla(\operatorname{div}(\mathbf{p}^{(n)}) - \kappa \hat{\mathbf{W}})_{i,j})|}$$

将其收敛结果记为 $\mathbf{p}^*$, 则子问题式(23)的解为 $\mathbf{W} = \hat{\mathbf{W}} - \frac{\operatorname{div}(\mathbf{p}^*)}{\kappa}$ 。

子问题

$$\min_X \sum_{i,j} W_{i,j} |D(X)_{i,j}| + \frac{\lambda}{2} \|\bar{Y} - \mathbf{R}\mathbf{X}\|_2^2 \quad (24)$$

是凸优化问题,考虑使用前向后向算子分裂法对其进行求解,具体迭代格式为

$$\begin{cases} \mathbf{X}^{k+1/2} = \mathbf{X}^k + \delta \mathbf{R}^T (\bar{Y} - \mathbf{R}\mathbf{X}^k) \\ \mathbf{X}^{k+1} = \arg \min_X \sum_{i,j} W_{i,j} |D(\mathbf{X})_{i,j}| + \\ \frac{\lambda}{2\delta} \|\mathbf{X} - \mathbf{X}^{k+1/2}\|_2^2 \end{cases} \quad (25)$$

式中的迭代过程分为两步,第1步为对保真项的向前步,具体为梯度下降操作;第2步为对加权TV正则项的向后步。从数值计算的角度看,第一步为显示迭代格式,易于计算,但对步长有较严格要求;第2步为隐式迭代格式,具有较好收敛性,但通常计算复杂度较第一步高,考虑其实质上是加权ROF模型,同样可以使用投影算法求解。

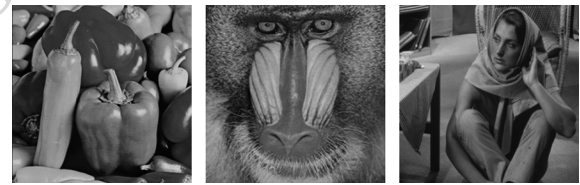
因此,本文优化加权TV的复合正则化压缩感知图像重建数值算法具体步骤如下:

- 1) 初始化参数 λ, η 和 μ , 步长 δ , 图像 $\mathbf{X}^0$, 权重 $\hat{\mathbf{W}}$, 迭代终止阈值 ε , 迭代最大次数 $k_{\max}$ 。
- 2) 输入测量向量 $\mathbf{Y}$, 测量矩阵 Φ 。
- 3) 针对子问题式(23)的权重优化, 采用投影算法, 求解得到 $\mathbf{W}^k$ 。
- 4) 针对子问题式(25)中的向前步, 采用梯度下降操作, 得到更新后的 $\mathbf{X}^{k+1/2}$ 。
- 5) 针对子问题式(25)中的向后步, 首先令 $\mathbf{W} = \mathbf{W}^k$, 采用投影算法, 得到更新后的 $\mathbf{X}^{k+1}$ 。
- 6) 迭代终止条件。即, 如果 $k > k_{\max}$ 或者 $\frac{\|\mathbf{X}^{k+1} - \mathbf{X}^k\|_2^2}{\|\mathbf{X}^k\|_2^2} < \varepsilon$, 令 $\mathbf{X} = \mathbf{X}^{k+1}$, 迭代终止; 否则, 令 $k = k+1$, 并根据式(10)重新估计 $\hat{\mathbf{W}} = g(|D(\mathbf{X}^{k+1})|)$, 并转到步骤3)。
- 7) 输出重建图像 $\mathbf{X}$ 。

3 实验结果与分析

对不同测试图像进行仿真实验, 如图1所示, 测试图像是大小为 256×256 的3幅基准图像。需要注意的是, 为更好说明重建模型算法的视觉效果, 所选取图像内容具有显著特点, 即分别为卡通部分占优, 纹理部分占优, 及同时包含卡通和纹理部分。另外, 为说明本文重建模型及数值算法

(CR-ORTV)的有效性, 也分别与其他流行的压缩感知重建算法进行了比较, 包括求解TV问题的logbarrier算法^[17](TV), 求解加权TV问题的算法^[7](RTV), 以及最近的MARX方法^[18](MARX)。使用峰值信噪比(PSNR)和结构相似度(SSIM)对各算法的重建结果进行度量, 量化说明各种算法的重建性能和视觉效果。为说明优化权重估计的有效性, 令 $\eta = \mu = 0$, 得到仅有优化加权TV约束的重建算法(ORTV)。



(a) Peppers (b) Mandrill (c) Barbara

图1 3幅基准测试图像

Fig. 1 Three benchmark test images

测试环境为 Intel Pentium D CPU 3.00 GHz, 内存 2.5 G 台式机, 采用 Matlab 7.1 进行测试。实验中对于所有算法, 选择置乱块哈达玛矩阵(SBHE)^[19]作为测量矩阵。由于SBHE矩阵具有稀疏和结构化特点, 且可利用快速变换算法实现, 从而节省了存储空间和降低计算复杂度。测量个数则分别选择 $M = 0.1N, 0.2N, 0.3N, 0.4N$ 和 $0.5N$ 。这里 N 是指图像像素点的个数。关于实验中各参数的选取, 设置 $\lambda = 15, \eta = \mu = 0.3, \delta \in [1, 10], \varepsilon = 10^{-5}, k_{\max} = 300$ 。其他对比算法的参数均按照原文或原程序的默认设置。

2.1 节中描述了初始权重计算及权重优化估计的模型, 为说明其可行性和有效性, 如图2所示, 以 Barbara 图像为例, 给出均值为 0, 方差为 10 的高斯白噪声情况下的权重映射图和权重优化估计后的映射图。如图2(a)的权重映射图所示, 在计算权重时, 首先要计算的图像梯度受到噪声影响明显, 使得



(a) 权重映射图 (b) 权重优化后的映射图 (c) 残差映射图

图2 带噪声的 Barbara 图像的权重映射图

Fig. 2 Weight maps of Barbara image with Gaussian white noise

权重计算误差较大,进而影响后续重建性能,因此对权重重新优化估计是必要的。图 2(b)(c)显示了优化后的权重映射图,可以看出能够部分消除噪声的影响,说明优化估计的有效性。

下面给出各种压缩感知重建模型算法的对比实验。首先,为从视觉上更直观的感受各算法的重建效果,以 Barbara 图像为例,给定采样个数 $M = 0.2N$ 时,各重建算法的重建结果(图 3)及与基准图像的残差(图 4)。如图 3(a)~(c)所示,视觉效果上 ORTV 方法的重建效果要优于 TV 和 RTV 方法。特别地,如对应的残差图像 4(a)~(c)所示,图 4(c)在桌子边缘和裤腿边缘处的残差要小于图 4(a)和图 4(b),说明 ORTV 方法能够提高图像锐利边缘处

的重建效果,从而再次证实了权重优化的有效性。图 3(e)和图 4(e)充分展示了 CR-ORTV 方法具有较好的视觉重建效果,其原因在于对非局部结构相似和局部自回归先验的建模,能够很好地重建图像边缘和纹理细节部分,提高视觉感知效果。对应于图 3,表 1 给出了相应的客观评价指标 PSNR 和 SSIM 值,再次说明了本文重建模型算法优化权重的有效性和引入先验的合理性。

表 1 Barbara 图像不同算法重建结果的客观指标比较

Table 1 Objective index comparison for Barbara image reconstruction results with different algorithms

	TV	RTV	ORTV	MARX	CR-ORTV
PSNR/dB	27.38	27.62	28.18	29.61	29.98
SSIM	0.766 7	0.767 6	0.797 2	0.842 0	0.856 9

其次,区别于 Barbara 图像重建效果图,如图 5 所示,比较了基准图像 Peppers 和 Mandrill 在不同算法下重建结果的客观指标 PSNR 和 SSIM 值随采样率的变化曲线,进而说明在不同采样率下,本文算法都具有较好的重建效果。特别地,从图 5(a)可以看出,相较于其他方法,本文算法和 MARX 方法有比较好的重建质量,而本文算法相对于 MARX 仅有略微的提高,究其原因 Peppers 图像主要包含卡通

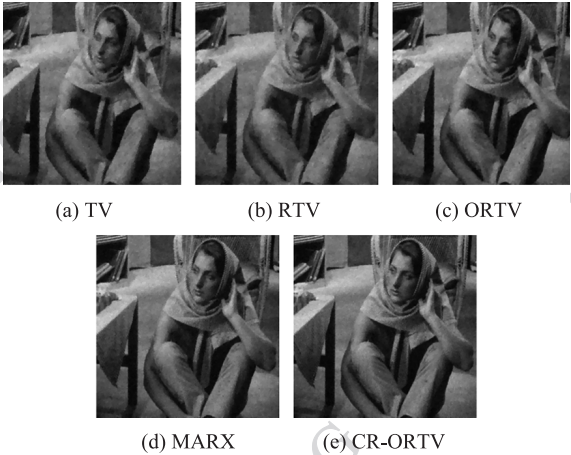


图 3 Barbara 图像不同重建算法的重建结果比较
Fig. 3 Barbara image reconstruction results comparison with different algorithms

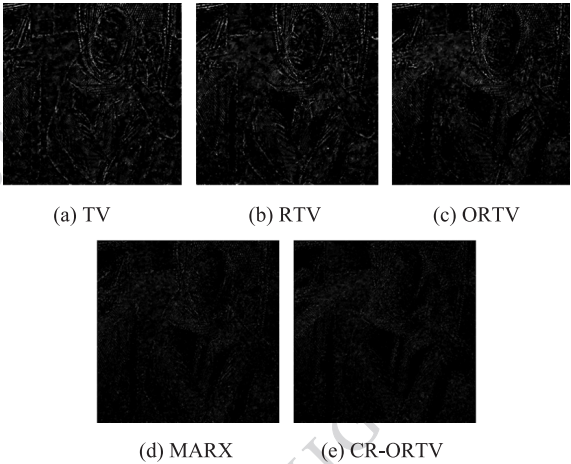


图 4 Barbara 图像不同重建算法的重建结果残差比较
Fig. 4 Residual maps of Barbara image reconstruction results comparison with different algorithms

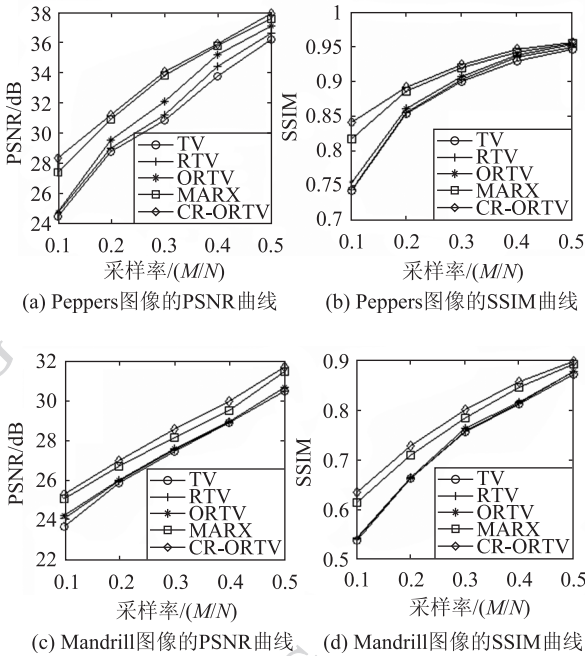


图 5 不同算法重建结果的 PSNR 和 SSIM 值
随采样率(M/N)的变化曲线

Fig. 5 PSNR and SSIM change curves with sampling rate (M/N) under different reconstruction methods

边缘部分,不存在大量的细节纹理部分需要重建。对比图 5(c),本文算法比 MARX 方法重建效果明显提高,是由于 Mandrill 图像存在大量纹理,本文在模型中引入非局部结构相似性先验起了重要作用,提高了图像细节部分的重建质量。

4 结 论

在图像梯度模稀疏性先验的基础上,以加权 TV 这一增强性稀疏约束为研究对象,分析图像压缩感知重建时加权 TV 正则化方法的不足,即易受噪声影响,导致重建结果不十分理想,从而提出一种权重的重新优化估计方法。同时,引入其他先验知识作为约束,包括基于结构相似性的非局部先验和基于结构张量的局部边缘自适应自回归先验,并给出了最终的优化重建模型,及相应的优化求解算法。仿真实验中,通过在基准图像上与相关流行模型算法的比较,分析各重建结果的客观重建效果指标 PSNR 和 SSIM,显示了本文模型算法的有效性。

参考文献 (References)

- [1] Candès E J, Romberg J, Tao T. Robust uncertainty principles: Exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(2): 489-509.
- [2] Donoho D L. Compressed sensing [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(4): 1289-1306.
- [3] Candès E J, Tao T. Near-optimal signal recovery from random projections: universal encoding strategies? [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(12): 5406-5425.
- [4] Candès E J. Compressive sampling [C] // Proceedings of the International Congress of Mathematicians. Madrid, Spain: European Mathematical Society Publishing House, 2006: 1433-1452.
- [5] Li K, Gan L, Ling C. Orthogonal symmetric Toeplitz matrices for compressed sensing: statistical isometry property [EB/OL]. (2012-10-24) [2013-6-20]. <http://arxiv.org/abs/1012.5947>.
- [6] Yin W, Morgan S, Yang J, et al. Practical compressive sensing with Toeplitz and circulant matrices, TR10-01 [R]. Houston: Rice University CAAM Department, 2010.
- [7] Candès E J, Wakin M B, Boyd S P. Enhancing sparsity by re-weighted L1 minimization [J]. Journal of Fourier Analysis and Applications, 2008, 14(5-6): 877-905.
- [8] Rudin L I, Osher S, Fatemi E. Nonlinear total variation based noise removal algorithms [J]. Physica D: Nonlinear Phenomena, 1992, 60(1): 259-268.
- [9] Black M J, Sapiro G, Marimont D H, et al. Robust anisotropic diffusion [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 1998, 7(3): 421-432.
- [10] Buades A, Coll B, Morel J M. A review of image denoising algorithms, with a new one [J]. Multiscale Modeling & Simulation, 2005, 4(2): 490-530.
- [11] Zhang X, Burger M, Bresson X, et al. Bregmanized nonlocal regularization for deconvolution and sparse reconstruction [J]. SIAM Journal on Imaging Sciences, 2010, 3(3): 253-276.
- [12] Wang Z, Bovik A C, Sheikh H R, et al. Image quality assessment: From error visibility to structural similarity [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2004, 13(4): 600-612.
- [13] Takeda H, Farsiu S, Milanfar P. Kernel regression for image processing and reconstruction [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2007, 16(2): 349-366.
- [14] Liu H Y, Wei Z H, Zhang Z R. Improved kernel regression model for image restoration [J]. Journal of Image and Graphics, 2011, 16(12): 2140-2144. [刘红毅, 韦志辉, 张峥嵘. 改进的核回归图像恢复 [J]. 中国图象图形学报, 2011, 16(12): 2140-2144.]
- [15] Liu H, Wei Z. An edge-adaptive structure tensor kernel regression for image interpolation [C] // Proceedings of International Conference on Future Computer and Communication. Wuhan: IEEE, 2010, 2: 681-685.
- [16] Chambolle A. An algorithm for total variation minimization and applications [J]. Journal of Mathematical imaging and vision, 2004, 20(1-2): 89-97.
- [17] Candès E, Romberg J. L1-magic: a collection of matlab routines for solving the convex optimization programs central to compressive sampling [CP/OL]. (2011-4-26) [2013-6-20]. <http://users.ece.gatech.edu/~justin/l1magic/>.
- [18] Wu X, Dong W, Zhang X, et al. Model-assisted adaptive recovery of compressed sensing with imaging applications [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2012, 21(2): 451-458.
- [19] Gan L, Do T, Tran T D. Fast compressive imaging using scrambled block Hadamard ensemble [EB/OL]. [2013-07-08]. http://dsp.rice.edu/sites/dsp.rice.edu/files/cs/scrambled_blk_WHT.pdf.