



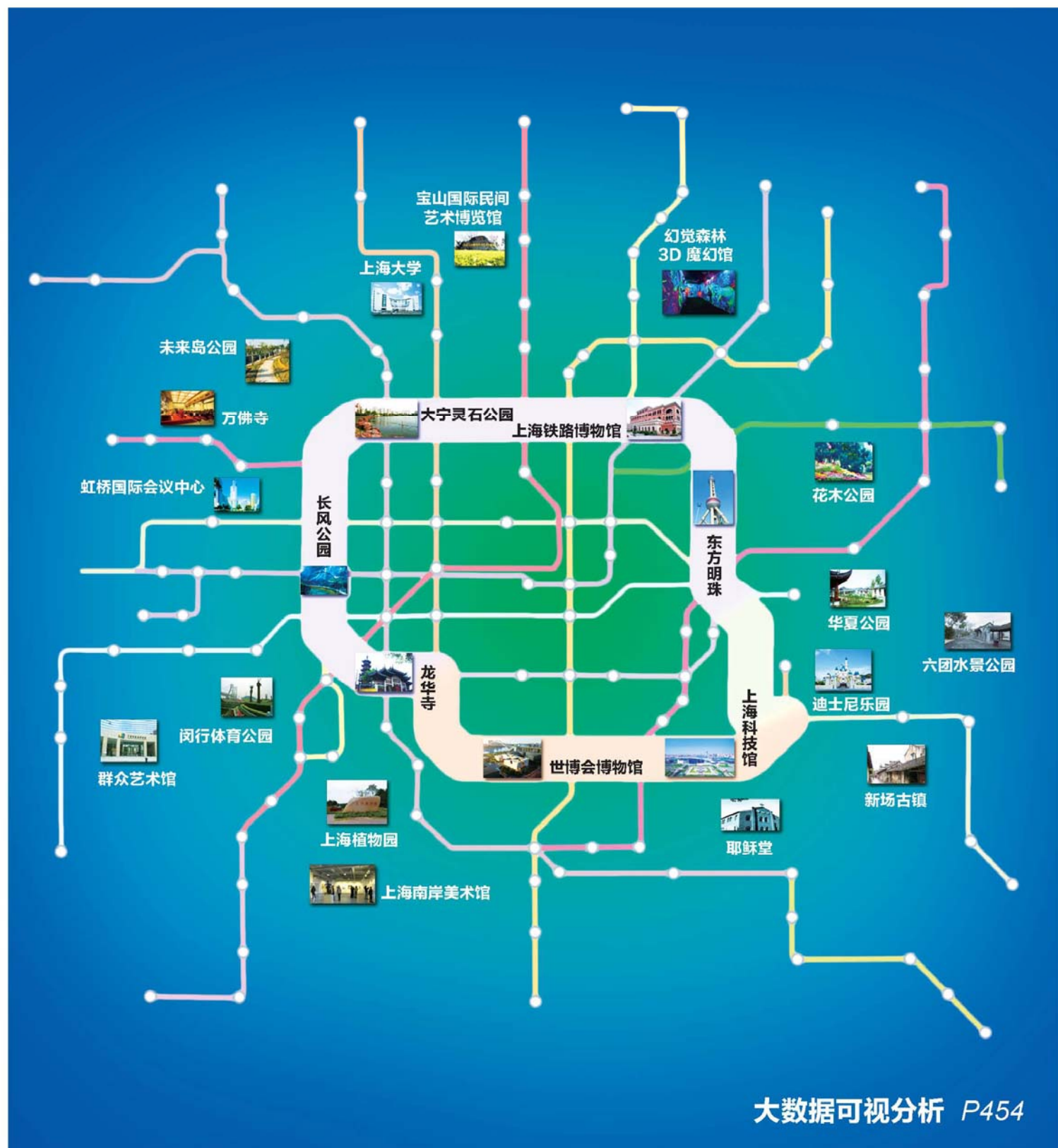
JOURNAL OF IMAGE AND GRAPHICS

主办: 中国科学院遥感与数字地球研究所
中国图象图形学学会
北京应用物理与计算数学研究所

中国图象图形学报

2015
04
VOL.20

ISSN1006-8961
CN11-3758/TB





第20卷第4期（总第228期）

2015年4月16日

中国精品科技期刊
中国国际影响力优秀学术期刊
中国科技核心期刊

版权声明

凡向《中国图象图形学报》投稿，均视为同意在本刊网站及CNKI等全文数据库出版，所刊载论文已获得著作权人的授权。本刊所有图片均为非商业目的使用，所有内容，未经许可，不得转载或以其他方式使用。

Copyright

All rights reserved by Journal of Image and Graphics, Institute of Remote Sensing and Digital Earth, CAS. The content (including but not limited text, photo, etc) published in this journal is for non-commercial use.

主管单位 中国科学院

主办单位 中国科学院遥感与数字地球研究所

中国图象图形学学会

北京应用物理与计算数学研究所

主 编 李小文

编辑出版《中国图象图形学报》编辑出版委员会

邮政信箱 北京9718信箱

邮 编 100101

电子信箱 jig@radi.ac.cn

电 话 010-64807995

网 址 www.cjig.cn

广告经营许可证 京朝工商广字第0361号

总 发 行 北京报刊发行局

订 购 全国各地邮局

海外发行 中国国际图书贸易集团有限公司

（邮政信箱：北京399信箱 邮编：100048）

印刷装订 北京科信印刷有限公司

Journal of Image and Graphics

Title inscription: Song Jian

Monthly, Started in 1996

Superintended by Chinese Academy of Sciences

Sponsored by Institute of Remote Sensing and Digital Earth, CAS

China Society of Image and Graphics

Institute of Applied Physics and Computational Mathematics

Editor-in-Chief LI Xiaowen

Editor, Publisher Editorial and Publishing Board of Journal of Image and Graphics

P.O.Box 9718, Beijing, P.R.China

Zip code 100101

E-mail jig@radi.ac.cn

Telephone 010-64807995

Website www.cjig.cn

Distributed by Beijing Bureau for Distribution of Newspapers and Journals

Domestic All Local Post Offices in China

Overseas China International Book Trading Corporation

(P.O.Box 399, Beijing 100048, P.R.China)

Printed by Beijing Kexin Printing Co., Ltd.

CN 11-3758/TB

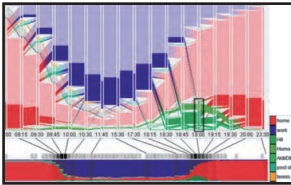
ISSN 1006-8961

CODEN ZTTXFZ

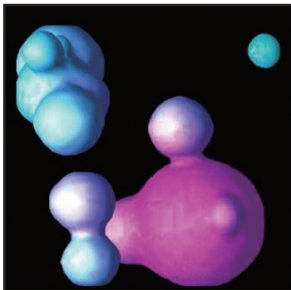
国外发行代号 M1406

国内邮发代号 82-831

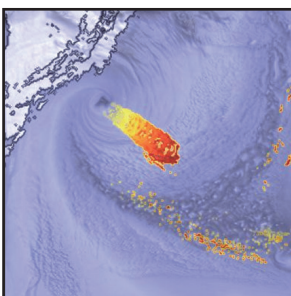
国内定价 50.00元



城市道路交通数据可视分析
综述(第0454页)



可视数据清洗综述
(第0468页)



非对称高斯函数的时变体数
据特征跟踪及可视化
(第0576页)

大数据可视分析

“大数据可视分析”专栏序

梁荣华	0453
城市道路交通数据可视分析综述	
姜晓睿, 田亚, 蒋莉, 梁荣华	0454
可视数据清洗综述	
王铭军, 潘巧明, 刘真, 陈为	0468
基于结构特征的自适应光线投射算法	
罗月童, 张伟, 石放放, 谭文敏	0483
面向浏览器的医学影像可视化系统	
雷辉, 赵颖, 王铭军, 周芳芳	0491

图像处理 and 编码

背投式多投影系统中各向异性问题的研究

王修晖, 王康健, 陆慧娟	0499
可见光与红外图像区域级反馈融合算法	
谷雨, 苟书鑫, 熊文卓, 刘俊, 薛安克	0506
结合天空识别和暗通道原理的图像去雾	
李加元, 胡庆武, 艾明耀, 严俊	0514

图像分析和识别

基于中层时空特征的人体行为识别

王泰青, 王生进	0520
----------------	------

计算机图形学

TBR架构GPU中三角形高效光栅化

符鹤, 谢永芳	0527
---------------	------

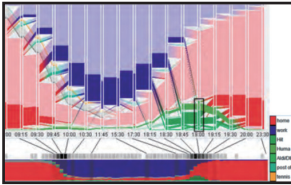
第十届中国计算机图形学大会专栏

V-系统在3D模型数字水印中的应用

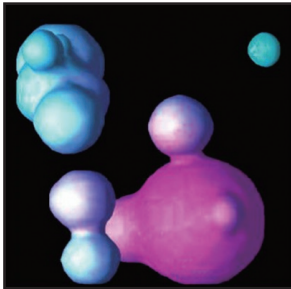
宋瑞霞, 徐燕青, 王小春, 李成华, 王俊, 齐东旭	0533
微距摄影的多聚焦图像拍摄和融合	
赵毅力, 周屹, 徐丹	0544
结合区域配对的室外阴影检测	
艾维丽, 吴志红, 刘艳丽	0551
多尺度粗糙表面的实时绘制方法	
过洁, 潘金贵	0559
体参数化模型离散调和映射生成	
陈龙, 刘玉生, 徐岗	0568
非对称高斯函数的时变体数据特征跟踪及可视化	
白志慧, 周志光, 杨瑞飞, 陶煜波, 林海	0576

CONTENTS

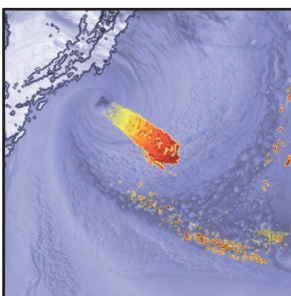
JOURNAL OF IMAGE AND GRAPHICS



Visual analytics of urban road transportation data: a survey (P0454)



Survey of visualization data cleaning(P0468)



Time-varying volume visualization and feature tracking based on asymmetric Gaussian function(P0576)

Visual Analytics Towards Big Data

- Visual analytics of urban road transportation data: a survey
Jiang Xiaorui, Tian Ya, Jiang Li, Liang Ronghua 0454
- Survey of visualization data cleaning
Wang Mingjun, Pan Qiaoming, Liu Zhen, Chen Wei 0468
- Structure feature based adaptive ray casting algorithm
Luo Yuetong, Zhang Wei, Shi Fangfang, Tan Wenmin 0483
- HTML5-based medical image visualization system
Lei Hui, Zhao Ying, Wang Mingjun, Zhou Fangfang 0491

Image Processing and Coding

- Research on anisotropy problems under rear-projection multi-projector tiled display wall
Wang Xiuhui, Wang Kangjian, Lu Huijuan 0499
- Visible and infrared image region-level feedback fusion algorithm
Gu Yu, Gou Shuxin, Xiong Wenzhuo, Liu Jun, Xue Anke 0506
- Image haze removal based on sky region detection and dark channel prior
Li Jiayuan, Hu Qingwu, Ai Mingyao, Yan Jun 0514

Image Analysis and Recognition

- Human action recognition using mid-level spatial-temporal features
Wang Taiqing, Wang Shengjin 0520

Computer Graphics

- High efficiency triangle raster algorithm in GPU based on TBR architecture
Fu He, Xie Yongfang 0527

Column of Chinagraph'2014

- Application of the V-system to digital watermark of 3D models
Song Ruixia, Xu Yanqing, Wang Xiaochun, Li Chenghua, Wang Jun, Qi Dongxu 0533
- Multi-focus image capture and fusion system for macro photography
Zhao Yili, Zhou Yi, Xu Dan 0544
- Outdoor shadow detection with paired regions
Ai Weili, Wu Zhihong, Liu Yanli 0551
- Real-time rendering of multi-scale rough surfaces
Guo Jie, Pan Jingui 0559
- Generation of volume parameterization model based on discrete harmonic mapping
Chen Long, Liu Yusheng, Xu Gang 0568
- Time-varying volume visualization and feature tracking based on asymmetric Gaussian function
Bai Zhihui, Zhou Zhiguang, Yang Ruifei, Tao Yubo, Lin Hai 0576

中图分类号: TP301.6 文献标识码: A 文章编号: 1006-8961(2015)04-0568-08

论文引用格式: Chen L, Liu Y S, Xu G. Generation of volume parameterization model based on discrete harmonic mapping[J]. Journal of Image and Graphics, 2015, 20(4): 0568-0575. [陈龙, 刘玉生, 徐岗. 体参数化模型离散调和映射生成[J]. 中国图象图形学报, 2015, 20(4): 0568-0575.] [DOI:10.11834/jig.20150414]

体参数化模型离散调和映射生成

陈龙¹, 刘玉生², 徐岗³

1. 上海理工大学机械工程学院, 上海 200093; 2. 浙江大学 CAD&CG 国家重点实验室, 杭州 310027;

3. 杭州电子科技大学计算机学院, 杭州 310018

摘要: **目的** 体参数化模型具有诸多优良特性和广泛的应用前景, 如何生成有效的体参数化模型是迫切需要解决的问题。**方法** 首先定义了样条体参数化模型表达式, 提出控制点设定是体参数化的核心问题。给定 6 个表面样条曲面的控制点, 从计算域到参数域的调和映射方程的差分形式出发, 给出了生成体参数化模型控制点的方法。提出雅克比矩阵和等参网两种方法用以检测体参数化模型的网格质量。**结果** 基于点云模型, 构建了体参数化模型, 且将该方法与离散孔斯插值法、凸组合插值法两种方法生成的体参数化模型网格质量进行了对比。结果表明, 离散调和函数法生成的体参数化模型相对更为稳定与优化。**结论** 离散调和映射能初步生成体参数化模型, 但需要进一步优化并提供了良好初始化条件。

关键词: 体参数化; 控制点设定; 调和映射; 网格质量

Generation of volume parameterization model based on discrete harmonic mapping

Chen Long¹, Liu Yusheng², Xu Gang³

1. College of mechanical engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China;

2. The State Key Lab. of CAD&CG, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China;

3. Department of Computer Science, Hangzhou Dianzi University, Hangzhou 310018, China

Abstract: **Objective** The volume parametric model has many excellent characteristics and extensive application prospects. Determining the method by which to create the model is an urgent issue to address. **Method** This study first presents the expression of volume parametric model and proposes the setting of control points as the core issue. After the control points of the six boundary surfaces are presented, a new method for creating the control points of the volume parametric model is presented on the basis of the differential form of harmonic functions from the computational domain to the parameter domain. The Jacobian matrix and isoparametric network are also presented to assess the quality of the generated volume model. **Result** A volume parametric model is constructed on the basis of the point cloud model. A detailed comparison is performed between our method and the discrete Coons and convex combinative interpolation methods. Results show that the discrete harmonic function method can obtain a more stable and optimized model compared with other methods. **Conclusion**

收稿日期: 2014-09-01; 修回日期: 2014-11-02

基金项目: 国家自然科学基金项目(51475309, 61472111, 51305270); 上海市科研创新项目(13YZ071)

第一作者简介: 陈龙, (1978—), 男, 讲师, 2008 年于浙江大学获机械设计及理论专业博士学位, 计算机学会(CCF)高级会员(E200013893S), 主要研究领域为产品计算设计、产品快速设计、图像处理及工业应用。E-mail: cl@usst.edu.cn

Supported by: National Natural Science Foundation of China (51475309, 61472111, 51305270)

Discrete harmonic mapping method can get initial volume parametric model but the model is required to be optimized and has provides a very good basis by using our method.

Key words: volume parameterization; control point setting; harmonic mapping; mesh quality

0 引言

体参数化模型表达方法因为等几何分析方法的兴起而重新受到重视^[1]。由于 CAE (computer aided engineering) 技术先于 CAD 技术的发展,使得当前产品设计中, CAD 和 CAE 无缝集成成为一个瓶颈问题。据统计, CAE 软件大约 70% 的运行时间用于数据交换, 而离散网格生成阶段的工作量大约占整个 CAD/CAE 过程的 80% 左右^[2]。基于体参数化模型的等几何分析方法 (IGA) 具有解决以上问题的潜力^[3]。与其他分析方法相比, IGA 方法具有强大的灵活性、优异的精确性和收敛性、边界条件设置简洁性等优势, 因此一经提出就引起了学者的广泛兴趣, 并将这些方法向各领域的应用推进和发展^[4-6]。

对于零亏格的实体来说, 体参数化的目的是创建一个双变量 (对应于平面模型) 或者三变量 (对应于 3 维模型) 张量体, 使其和平面正方形和立方体建立一一映射关系^[7], 统称这两种情况的参数化模型为体参数化模型。对于多亏格的实体模型则分解为多个零亏格子域。若取 NURBS (non-uniform rational B-splines) 样条作为映射函数, 则模型转化为一个样条体参数化模型。正是由于采取 NURBS 样条作为基函数, 使得样条体参数化模型有诸多良好的性能。

1) 表达简洁。体参数化模型只需给出所有控制点、曲线阶数与节点向量, 即可参数化连续表示一个实体内部所有点, 因此模型相对简单, 存储空间少。

2) 全域光滑。由于全域采取 NURBS 样条参数表示, 使得整个模型保持良好的光滑性, 这个性质对于基于实体造型、实体显示、实体物理域参数连续设计、实体物理性能分析具有重要的模型支持作用。

3) 便于和 CAD 系统集成。NURBS 样条已被现有 CAD 软件采用作为几何元素的表达标准, 这也使得体参数化模型易于和 CAD 软件集成。

4) 便于和 CAE 系统集成。不像传统有限元分析计算域的网格化表示只是对分析模型的逼近表示, 体参数化模型无需转换而直接用于等几何分析, 从而避免了非结构化或者传统有限元网格中所使用

的离散单元网格造成的“gluing”和“staircase”问题。

由于体参数化模型具有以上诸多优良性能, 不仅可以应用于等几何分析, 也必将在体造型领域发挥极大的作用。构建体参数化模型一般有两种方式, 创建式和重建式。创建式一般基于草图或尺寸的方法进行模型构建^[8]。将所有的拉伸体、扫描体、旋转体、放样体模型统一抽象表达为由一个可变轮廓截面和一个可变路径构成的扫描体, 可变轮廓界面形成体参数化的两个维度, 扫描路径形成第 3 个维度。重建法基于点云模型、多边形网格模型、标准格式模型等已有模型进行模型参数化重建^[9-10]。CAD 领域还没有一种成熟的由边界曲面生成体参数化的一般方法, 现有方法也大多针对零亏格模型展开研究, 且应用多种样条类型^[11-12]。国内对体参数化的研究尚很欠缺^[13]。

由于在曲面参数化中的广泛应用, 应用调和函数法重建现有边界模型生成体参数化模型也得到一些研究^[14-16]。在调研现有文献的基础上, 根据调和映射函数的差分离散形式, 提出一种快捷方便的内点控制点生成方法以生成体参数化模型, 并将该模型与孔斯离散插值法、凸组合插值法进行比较, 并依据雅克比矩阵、等参网两种网格质量检测标准对体参数化模型进行检测, 结果表明调和映射法能生成更为稳定合理的体参数化模型, 但尚需进一步优化。

1 体参数化定义及预处理

对于零亏格模型来说, 体参数化的目的是创建一个三变量张量体参数化模型 T , 使其和一个规则的封闭体 P 建立一一映射关系。 T 具有封闭边界物理域 Ω , 其笛卡儿坐标系统 $(x, y, z)^T$ 。 P 是由正交参数系统 $(u, v, w)^T$, $u \in [0, 1]$, $v \in [0, 1]$, $w \in [0, 1]$ 构成的张量空间, 称为 T 的参数域 Ψ 空间, P 一般取正方体或者球体。体参数化的目标是构建一个一一映射函数 $f: \Omega \rightarrow \Psi$ 。对于 B 样条体参数化模型, 其映射函数为

$$T(x, y, z) = \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^l N_{i,p}(u) N_{j,q}(v) N_{k,r}(w) \mathbf{P}_{i,j,k} \quad (1)$$

式中, $\{P_{i,j,k}\}$ 为体控制点, $N_{i,p}(u)$ 、 $N_{j,q}(v)$ 、 $N_{k,r}(w)$ 是分别定义在节点矢量空间 $U = [u_1, \dots, u_{m+p+1}]$ 、 $V = [v_1, \dots, v_{n+q+1}]$ 、 $W = [w_1, \dots, w_{l+r+1}]$ 上次数分别为 p 、 q 、 r 次的 B 样条基函数。

体参数化模型 T 的物理域 Ω 为一封闭区间, 由 6 张四边 B 样条曲面构成其边界, 6 张曲面两两相交形成 12 条 B 样条曲线边界, 每 3 张曲面相交形成 8 个顶点。6 张曲面定义为 S_i , 其中 $S_1(v, w)$ 、 $S_2(v, w)$ 为 u 向两个面, $S_3(u, w)$ 、 $S_4(u, w)$ 为 v 向两个面, $S_5(u, v)$ 、 $S_6(u, v)$ 为 w 向两个面。 C_i 为六面体的边界曲线, 其中 $C_1(u)$ 、 $C_2(u)$ 、 $C_3(u)$ 、 $C_4(u)$ 为 u 向四条曲线, $C_5(v)$ 、 $C_6(v)$ 、 $C_7(v)$ 、 $C_8(v)$ 为 v 向四条曲线, $C_9(w)$ 、 $C_{10}(w)$ 、 $C_{11}(w)$ 、 $C_{12}(w)$ 为 w 向四条曲线。 $P_i, i=1, 2, \dots, 8$ 为六面体 8 个角点。 $T_{i,j,k}$ 为对体参数化模型 $T(x, y, z)$ 的采样点, $1 \leq i \leq l, 1 \leq j \leq m, 1 \leq k \leq n, l, m, n$ 分别为 3 个参数化方向上的控制点数目。

基于表面模型的体参数化重建法, 实现 6 张边界曲面的参数化表达是第一步。由于模型已有边界表达, 因此边界曲面的参数化重建可以根据现有的曲面参数化的方法来完成, 曲面参数化的内容在此将不再赘述。体参数化的核心任务在于求解体内控制点, 因此如何根据表面控制点生成体内控制点则是本文需要解决的关键问题。

2 体参数化模型控制点生成

2.1 调和映射

调和映射是两个实体域之间的一一映射, 这两个实体一个是计算域模型即体参数化的对象模型, 另一个是参数域模型, 一般是规范的单位正方形(对应 2 维参数化)或正方体(对应 3 维参数化)。利用该映射关系可以实现体参数化的构建。从参数域到计算域是一一映射, 即若设参数域的坐标 $(u, v, w), u \in [0, 1], v \in [0, 1], w \in [0, 1]$ 到计算域坐标 $(x, y, z), x \in \mathbf{R}, y \in \mathbf{R}, z \in \mathbf{R}$ 满足调和映射, 则需满足以下方程

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} &= 0 \\ \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} &= 0 \\ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

同理, 从计算域到参数域的映射也应该是一一映射, 即满足

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 x}{\partial u^2} + \frac{\partial^2 x}{\partial v^2} + \frac{\partial^2 x}{\partial w^2} &= 0 \\ \frac{\partial^2 y}{\partial u^2} + \frac{\partial^2 y}{\partial v^2} + \frac{\partial^2 y}{\partial w^2} &= 0 \\ \frac{\partial^2 z}{\partial u^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial v^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial w^2} &= 0 \end{aligned} \quad (3)$$

在传统的曲面参数化中, 调和映射已得到较多研究。如文献[17]在网格曲面上构建了类似于调和函数的标量场。基于光顺调和标量场, 文献[18]针对任意亏格的流形面提出一个网格四边化方法。体参数化也可以从曲面参数化出发, 先求解模型表面的离散拉普拉斯方程得到体参数化的两个参数化方向, 然后再提取模型的骨架曲线构建体参数化模型的第 3 个参数方向^[14], 并进而拟合出一个三变量的 B 样条体模型并用于等几何分析。

更多的体参数化方法则是构建具有相同拓扑结构的两个实体模型之间的调和体积映射, 并进而得到体参数化模型。文献[19]利用体积调和函数, 实现了 3D 流形和 3 维实体球之间的调和映射。文献[15]提出一个针对收缩计算域的体参数化方法, 通过一系列的调和映射, 首先构建计算域到参数域的映射, 然后再利用逆映射的样条来逼近参数化原始域。文献[16]则将调和函数的求解转化为一个优化问题的求解, 最终生成适合分析的体参数化网格。文献[20]实现了基于时间变量的体到体的调和变形, 并将这种方法应用到脑部模型。文献[10]利用调和函数针对高亏格并具有材料内边界的流型表面进行了参数化重建, 并能适用于 B 样条或者 T 样条, 从而为实现复杂拓扑的模型参数化提供有益尝试。

和上述文献不同的是, 本文从计算域到参数域的调和映射即式(3)出发, 推导其差分形式, 并进而给出了体参数化模型的所有控制点生成方法。与其他方法相比, 本方法具有简便快捷的优势。

2.2 离散调和函数法

假设在参数域上 3 个差分方向均匀分割, 即假定 3 个方向上分别有 l, m, n 个控制点, 一般要求样条曲线经过其两个端点, 因此其参数域分别被均匀分为 $(l-p)$ 、 $(m-q)$ 、 $(n-r)$ 段, 其差分步长分别为 $\frac{1}{l-p}, \frac{1}{m-q}, \frac{1}{n-r}$ 。根据差分法的定义得到式(3)

差分方程如式(4)所示。若用控制点形式表示则如式(5)所示。进而 $P_{i,j,k}$ 可以由式(6)得到。

$$\begin{bmatrix} x_{i+1,j,k} - 2x_{i,j,k} + x_{i-1,j,k} & x_{i,j+1,k} - 2x_{i,j,k} + x_{i,j-1,k} & x_{i,j,k+1} - 2x_{i,j,k} + x_{i,j,k-1} \\ y_{i+1,j,k} - 2y_{i,j,k} + y_{i-1,j,k} & y_{i,j+1,k} - 2y_{i,j,k} + y_{i,j-1,k} & y_{i,j,k+1} - 2y_{i,j,k} + y_{i,j,k-1} \\ z_{i+1,j,k} - 2z_{i,j,k} + z_{i-1,j,k} & z_{i,j+1,k} - 2z_{i,j,k} + z_{i,j-1,k} & z_{i,j,k+1} - 2z_{i,j,k} + z_{i,j,k-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (l-p)^2 \\ (m-q)^2 \\ (n-r)^2 \end{bmatrix} = 0 \quad (4)$$

$$(P_{i+1,j,k} - 2P_{i,j,k} + P_{i-1,j,k})\phi + (P_{i,j+1,k} - 2P_{i,j,k} + P_{i,j-1,k})\varphi + (P_{i,j,k+1} - 2P_{i,j,k} + P_{i,j,k-1})\delta = 0 \quad (5)$$

$$P_{i,j,k} = ((P_{i+1,j,k} + P_{i-1,j,k})\phi + (P_{i,j+1,k} + P_{i,j-1,k})\varphi + (P_{i,j,k+1} + P_{i,j,k-1})\delta)/2\varphi + 2\phi + 2\delta \quad (6)$$

即 $P_{i,j,k}$ 由其周围 6 个点加权得到。将所有未知控制点排序成为一个 1 维数组 P , 通过式(5)得到任意两个控制点之间的关系系数, 从而得到系数矩阵 A , 并通过表面控制点作为已知条件设定矩阵 B , 最后通过求解方程组 $AP=B$, 则可得到所有未知控制点。

3 网格质量检测

由于体参数化的所有控制点都是依据表面控制

点得到, 因此表面控制点的结果直接影响了体参数化的结果, 同时表面控制点拟合结果的多样性也决定了体参数化的多样性。但是网格衡量方法在衡量网格质量的时候, 是针对所有控制点的, 因此表面控制点的网格质量也可以得到检测, 并依据该检测结果做优化。当然也可以将表面控制点单独优化, 即将 3 维网格检测和优化问题转化为 2 维(曲面)的问题。

首先定义参数化体 $T(x, y, z)$ 对其参数化空间的一阶偏导数形式定义为

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial u} &= \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^{l-1} N_{i,p-1}(u) N_{j,q}(v) N_{k,r}(w) \Delta P_i^u, \Delta P_i^u = \frac{p(P_{i+1,j,k} - P_{i,j,k})}{u_{i+p+1} - u_{i+1}} \\ \frac{\partial T}{\partial v} &= \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^l N_{i,p}(u) N_{j,q-1}(v) N_{k,r}(w) \Delta P_j^v, \Delta P_j^v = \frac{q(P_{i,j+1,k} - P_{i,j,k})}{v_{j+q+1} - v_{j+1}} \\ \frac{\partial T}{\partial w} &= \sum_{k=1}^{n-1} \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^l N_{i,p}(u) N_{j,q}(v) N_{k,r-1}(w) \Delta P_k^w, \Delta P_k^w = \frac{r(P_{i,j,k+1} - P_{i,j,k})}{w_{k+r+1} - w_{k+1}} \end{aligned} \quad (7)$$

在应用等几何分析时, 要求体参数化模型具有正确合理的网格划分, 即网格没有折叠、空隙和扭曲。如何衡量网格质量的好坏, 是体参数化的一个重要问题。下文通过定义两个指数来衡量网格质量。

3.1 雅可比矩阵法

为避免生成的样条体网格自交, 基于单元的雅可比矩阵行列式是判断网格质量最主要判据之一, 网格划分合理要求是在参数域内雅可比行列式大于零, 否则网格会发生扭曲, 在应用等几何分析的时候计算会出现错误。在数值计算分析过程中, 也是一

个非常重要的变量, 即满足式(7)的条件。

根据文献[21], 可以计算参数化体中每个采样点的雅可比矩阵行列式的值, 即

$$J = \begin{vmatrix} \frac{\partial T}{\partial u} & \frac{\partial T}{\partial v} & \frac{\partial T}{\partial w} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial x}{\partial v} & \frac{\partial x}{\partial w} \\ \frac{\partial y}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial v} & \frac{\partial y}{\partial w} \\ \frac{\partial z}{\partial u} & \frac{\partial z}{\partial v} & \frac{\partial z}{\partial w} \end{vmatrix} \geq 0 \quad (8)$$

将式(7)代入式(8)得

$$\begin{aligned} J &= \sum_{i_1=1}^{l-1} \sum_{j_1=1}^m \sum_{k_1=1}^n \sum_{i_2=1}^l \sum_{j_2=1}^{m-1} \sum_{k_2=1}^n \sum_{i_3=1}^l \sum_{j_3=1}^m \sum_{k_3=1}^{n-1} M = \sum_{k=0}^{3n-1} \sum_{j=0}^{3m-1} \sum_{i=0}^{3l-1} N_{i,3p-1}(u) N_{j,3q-1}(v) N_{k,3r-1}(w) H_{ijk} \\ M &= N_{i_1,p-1}(u) N_{j_1,q}(v) N_{k_1,r}(w) N_{i_2,p}(u) N_{j_2,q-1}(v) N_{k_2,r}(w) N_{i_3,p}(u) N_{j_3,q}(v) N_{k_3,r-1}(w) pqr \times Q \\ Q &= \det[P_{i_1+1,j_1,k_1} - P_{i_1,j_1,k_1}, P_{i_2,j_2+1,k_2} - P_{i_2,j_2,k_2}, P_{i_3,j_3,k_3+1} - P_{i_3,j_3,k_3}] \end{aligned} \quad (9)$$

若网格有效, 则要求 $J \geq 0$, 由于 $N_{i,p}(u)$ 、 $N_{j,q}(v)$ 、 $N_{k,r}(w)$ 皆大于等于零, 因此问题转化为要求 $H_{ijk} \geq 0$ 。限于篇幅, H_{ijk} 计算公式非常复杂, 此处不展开

H_{ijk} , 详细参考文献[21]。

3.2 等参网格法

由雅可比矩阵的计算过程可知, 该矩阵计算

过程非常复杂,而等参网衡量法的计算则要简化一些。体参数化模型由 3 个参数方向形成一个等参网,一个良好的体参数化映射要求 3 个方向的一阶偏导数的内积为零,也即方向相互正交^[19],因此需要满足

$$\frac{\partial \mathbf{T}}{\partial u} \times \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial v} = \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial u} \times \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial w} = \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial v} \times \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial w} = 0 \quad (10)$$

因此可以定义等参指数作为衡量网格质量的参数,即

$$Pa = \left| \left\langle \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial u}, \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial v} \right\rangle \right| + \left| \left\langle \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial u}, \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial w} \right\rangle \right| + \left| \left\langle \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial v}, \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial w} \right\rangle \right| \quad (11)$$

由于

$$\left| \left\langle \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial u}, \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial v} \right\rangle \right| \leq \frac{\left\| \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial u} \right\|^2 + \left\| \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial v} \right\|^2}{2}$$

$$\left| \left\langle \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial u}, \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial w} \right\rangle \right| \leq \frac{\left\| \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial u} \right\|^2 + \left\| \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial w} \right\|^2}{2}$$

$$\left| \left\langle \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial v}, \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial w} \right\rangle \right| \leq \frac{\left\| \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial v} \right\|^2 + \left\| \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial w} \right\|^2}{2}$$

可以定义 Pa 为衡量网格指数,即

$$Pa = \left\| \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial u} \right\|^2 + \left\| \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial v} \right\|^2 + \left\| \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial w} \right\|^2 \quad (12)$$

4 实例与讨论

现有体参数化建模的文献中,已出现了体参数化模型控制点的生成方法,主要有孔斯离散插值法。作为一种非常自然的思路,提出凸组合体插值法。利用 3 种方法对同一种模型生成体参数化模型,并利用网格检测方法进行比较。

4.1 孔斯离散插值法

孔斯曲面是一种非常成熟的曲面插值方法,而将其推广到 3 维生成孔斯体插值方法也有一些文献提及^[22]。这里给出参数化 Coons 体插值的表达式为

$$\begin{aligned} \mathbf{T}(u, v, w) = & (1-u)S_1(v, w) + uS_2(v, w) + (1-v)S_3(u, w) + \\ & vS_4(u, w) + (1-w)S_5(u, v) + wS_6(u, v) - \\ & [(1-u)(1-v)S_1(0, w) + (1-u)vS_1(1, w) + \\ & u(1-v)S_2(0, w) + uvS_2(1, w)] - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & [(1-v)(1-w)S_3(u, 0) + (1-v)wS_3(u, 1) + \\ & v(1-w)S_4(u, 0) + vwS_4(u, 1)] - \\ & [(1-u)(1-w)S_5(0, v) + u(1-w)S_5(1, v) + \\ & (1-u)wS_6(0, v) + uwS_6(1, v)] + \\ & (1-w)[(1-u)(1-v)S_5(0, 0) + \\ & (1-u)vS_5(0, 1) + u(1-v)S_5(1, 0) + \\ & uvS_5(1, 1)] + w[(1-u)(1-v)S_6(0, 0) + \\ & (1-u)vS_6(0, 1) + u(1-v)S_6(1, 0) + uvS_6(1, 1)] \end{aligned} \quad (13)$$

式中各符号定义请参见第 1 节。

若将该式写成离散格式,即给定 6 个曲面所有控制点: $\mathbf{P}_{0,j,k}, \mathbf{P}_{l,j,k}, \mathbf{P}_{i,0,k}, \mathbf{P}_{i,m,k}, \mathbf{P}_{i,j,0}, \mathbf{P}_{i,j,n}$ 且要求 $0 \leq i \leq l, 0 \leq j \leq m, 0 \leq k \leq n$ 。设 $u_0 = i/l, u_1 = 1 - i/l, v_0 = j/m, v_1 = 1 - j/m, w_0 = k/n, w_1 = 1 - k/n$, 则得到

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{i,j,k} = & u_0 \mathbf{P}_{l,j,k} + \\ & u_1 \mathbf{P}_{0,j,k} + v_0 \mathbf{P}_{i,m,k} + v_1 \mathbf{P}_{i,0,k} + w_0 \mathbf{P}_{i,j,n} + w_1 \mathbf{P}_{i,j,0} - \\ & (u_1^2 \mathbf{P}_{0,0,k} + u_0 u_1 \mathbf{P}_{l,0,k} + u_0 u_1 \mathbf{P}_{0,m,k} + u_0^2 \mathbf{P}_{l,m,k}) - \\ & (v_1^2 \mathbf{P}_{i,0,0} + v_0 v_1 \mathbf{P}_{i,m,0} + v_0 v_1 \mathbf{P}_{i,0,n} + v_0^2 \mathbf{P}_{i,m,n}) - \\ & (w_1^2 \mathbf{P}_{0,j,0} + w_0 w_1 \mathbf{P}_{0,j,n} + w_0 w_1 \mathbf{P}_{l,j,0} + w_0^2 \mathbf{P}_{l,j,n}) + \\ & w_0 (u_1^2 \mathbf{P}_{0,0,n} + u_0 u_1 \mathbf{P}_{l,0,n} + u_0 u_1 \mathbf{P}_{0,m,n} + u_0^2 \mathbf{P}_{l,m,n}) + \\ & w_1 (u_1^2 \mathbf{P}_{0,0,0} + u_0 u_1 \mathbf{P}_{l,0,0} + u_0 u_1 \mathbf{P}_{0,m,0} + u_0^2 \mathbf{P}_{l,m,0}) \end{aligned} \quad (14)$$

4.2 凸组合插值法

设某中心点为 $\mathbf{P}_{i,j,k}$ 且其不为边界控制点,则其共有 26 个相邻控制点,如图 1 所示。这些相邻点共分为 3 类,6 个面点(大实心圆标记点)为第 1 类,12 个边点(小实心圆标记点)为第 2 类点,8 个角点(三角符号标记点)为第 3 类点。

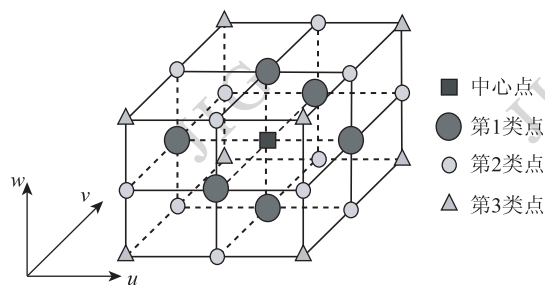


图 1 凸组合插值示意图

Fig. 1 Convex combination interpolation schemes

中心点 $\mathbf{P}$ 可以看做由 26 个点加权相加得到,即可以定义

$$\sum_{i=1}^{26} \lambda_i \mathbf{P}_i = \mathbf{P} \quad (15)$$

$$\sum_{i=1}^{26} \lambda_i = 1$$

λ_i 为第 i 点对中心点 $\mathbf{P}$ 的权重值

$$\lambda_i = \frac{\omega_i}{\sum_{i=1}^{26} \omega_i} \quad (16)$$

简单定义第1类点 $\omega_i = a$, 第2类点 $\omega_i = a/\sqrt{2}$, 第3类点 $\omega_i = a/\sqrt{3}$, 则得到平均值插值法。当然这几个系数也可以有其他的定义法, 如系数大小与该点和中心点距离存在反比关系等。构建方程

$$\begin{aligned} \mathbf{A}(k_1 \times k_1) (\mathbf{P}_x, \mathbf{P}_y, \mathbf{P}_z)_{k_1 \times 3} &= \mathbf{0}_{k_1 \times 3} \\ k_1 &= (l+1) \times (m+1) \times (n+1) \\ k_2 &= (l-1) \times (m-1) \times (n-1) \end{aligned} \quad (17)$$

式中, 矩阵 $\mathbf{A}_{k_1 \times k_1}$ 中元素定义为

$$a_{ij} = \begin{cases} -1 & i = j \\ \lambda_j, & j \text{ 是 } i \text{ 的 } 26 \text{ 个邻域点之一} \\ 0 & j \text{ 不是 } i \text{ 的 } 26 \text{ 个邻域点} \end{cases}$$

式中, $\mathbf{P}_x, \mathbf{P}_y, \mathbf{P}_z$ 分别表示体控制点 $\mathbf{P}_{i,j,k}$ 的 x, y, z 坐标分量。由于边界点已知, 因此共需求取 k_2 个控制点, 消去式(17)中的边界点, 即同时从行与列中消去所有边界点, 同时将已知量移到已到方程右侧, 则方程(17)变为方程组

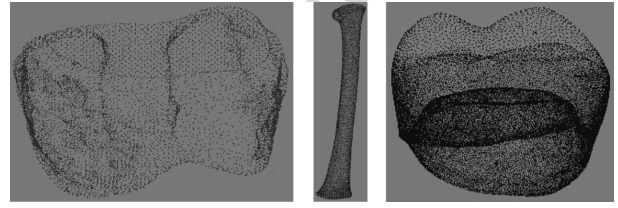
$$\mathbf{B}_{k_2 \times k_2} \mathbf{V}_{k_2 \times 3} = \mathbf{b}_{k_2 \times 3} \quad (18)$$

通过求解式(18), 即可得到所有控制点。若设 $\omega_i = \omega_i / \|\mathbf{P}_i - \mathbf{P}\|$, 即将中心点与其邻接点的距离作为设定比例值的考虑因素, 则可实现迭代求解, 当前步中得到的体控制点可以用来计算下一步中的控制点权重。

4.3 3种方法比较

选取3个骨骼模型作为比较对象, 分别来自于人体牙齿和股骨。其输入为点云模型, 经过曲率估计与点云交互分割步骤, 将整个点云模型分割为6个点云片。拟合该6个点云面片, 形成6张参数化的B样条曲面。由于目前主要只考虑零亏格模型, 因此该6张参数化曲面构成一个封闭体, 同时边界曲面的控制点成为整个体参数化控制点的初始条件。体参数化的目的就是通过对6张曲面的插值或其他方法, 寻求内部控制点。如图2—3个模型分别取自股骨下段、股骨中段、牙冠模型, 模型的点数分别为9 922、12 637、

32 579。这3个点云模型经过面片划分和曲面拟合后, 得到新的表面模型如图3所示。



(a) 模型A-股骨下段 (b) 模型B-股骨中段 (c) 模型C-牙冠

图2 点云模型

Fig. 2 The point cloud model

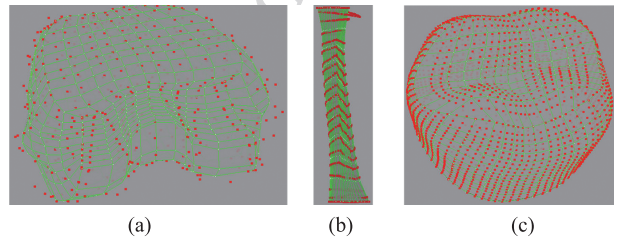


图3 基于点云重建的表面模型

Fig. 3 The surface model based on reconstruction of point cloud

分别利用本文描述的3种体控制点生成方法, 即 Coons 离散插值法(简称C方法)、离散调和函数法(简称H方法)、凸组合插值法(简称M方法), 可以分别得到相应的体参数化模型。如图4所示, 图4中所示模型为H方法得到的体参数化模型。图4(a)—(c)3个模型的体控制点数目按照UVW方向来讲, 分别为 $11 \times 11 \times 11$ 、 $11 \times 11 \times 21$ 、 $21 \times 21 \times 21$ 个控制点。3种方法中, H方法和C方法可以一次插值完成, 而M方法需要经过多次迭代才能完成。由此可见, 利用较少的控制点数目即可实现对表面模型所封闭区域的全域参数化表达。

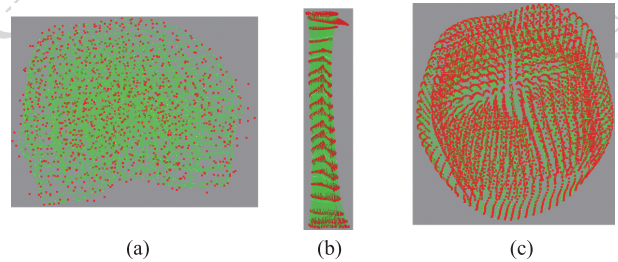


图4 H方法插值得到的体参数化模型

Fig. 4 The parametric model by the H interpolation method

基于相同的表面控制点, 利用3种插值方法得到了不同的体内部控制点, 3种方法得到的控制点

的插值结果比较结果如表 1 所示。3 个模型的内部控制点分别为 $9 \times 9 \times 9$ 、 $9 \times 9 \times 19$ 、 $19 \times 19 \times 19$ 。控制点差距分为大于 1、大于 10、大于 20 共 3 种情况,每种情况又分为 HC 差距(H 方法和 C 方法比较)、MC 差距(M 方法和 C 方法比较)、HM 差距(H 方法和 M 方法比较)3 种情况。如表 1 所示,3 种方法得到控制点重合的几率很低,甚至说差别很大,

HC 差距和 MC 差距相对较大, HM 差距相对较小。

利用第 3 节提出的两种网格检测方法,分别对 3 种模型通过 3 种插值方法得到的体参数化网格进行网格质量检测。采用不同的采样密度,即分别采样 $21 \times 21 \times 21$ 、 $41 \times 41 \times 41$ 、 $61 \times 61 \times 61$ 共 3 种情况,其结果如表 2 和表 3 所示。表 2 和表 3 中的 M1、M2、M3 分别为股骨下段、股骨中段、牙冠模型。

表 1 3 种方法控制点差别比较

Table 1 The differences between the control points by three methods

模型名称	非边界点 数目	控制点距离 > 1			控制点距离 > 10			控制点距离 > 20		
		HC	MC	HM	HC	MC	HM	HC	MC	HM
股骨下段 M1	729	729	729	729	723	725	545	695	694	54
股骨中段 M2	1 549	1 538	1 539	1 529	1 203	833	209	370	222	0
牙冠 M3	6 859	6 859	6 859	6 623	6 572	6 669	0	5 594	5 729	0

表 2 雅克比矩阵法检测结果

Table 2 The test result of Jacobi matrix method

方法	$61 \times 61 \times 61$			$41 \times 41 \times 41$		
	M1	M2	M3	M1	M2	M3
C	471	249	64	107	72	27
H	470	223	64	100	62	27
M	497	249	64	116	72	27

表 3 等参网法检测结果

Table 3 The result of isoparametric network method

方法	$21 \times 21 \times 21$			$41 \times 41 \times 41$		
	M1	M2	M3	M1	M2	M3
C	1.02E11	1.01E11	2.03E11	6.95E11	7.10E11	1.12E12
H	1.00E11	1.02E11	1.40E11	6.66E11	7.20E11	8.30E11
M	1.05E11	1.17E11	1.43E11	6.93E11	7.80E11	8.32E11

在表 2 的雅克比检测结果中,统计每种情况下的采样点的数目作为检测结果。从表 2 中可知,3 种方法插值得到的控制点用雅克比矩阵法检测差别不是很大。但是,插值得到的无效控制点的比例还是比较低的,表 2 中最高的无效比例为 0.2%。在表 3 的等参网法检测结果中,直接以 Pa 值作为检测结果。检测结果表明,3 种插值方法得到的控制点检测结果差距也不是很大。两种检测结果相对来讲,雅克比矩阵法更为直观一些,但是计算也更为复杂一些。

尽管选择的模型不能代表所有情况,仍然可以从测试数据中得出以下结论:

1) 通过测试结果比较,应用本文提出的离散调和函数方法,体参数化的网格质量更稳定。在表 2 中,应用 H 方法得到的雅可比 $J < 0$ 采样点的数目在多个采样精度情况下均为最低。在表 3 中,应用 H 方法得到的 Pa 值也均为最低。

2) 3 种方法得到的体控制点都存在不满足要求的区域,且随着采样点的增多,检测结果越精确,因此需要研究发展连续检测理论,若某点检测不合格,则其一定存在一个不合格的邻域,提取该邻域以进一步明确需要提高网格质量的区域。

3) 体插值结果没有考虑到 6 个边界表面参数化的结果对体控制点生成产生的影响。不同的表面参数化势必对体参数化产生影响,这也将为体参数化的进一步研究内容。

5 结 论

利用计算域到参数域的调和映射函数的差分形式,提出了一种由边界曲面控制点生成体参数化模型内部控制点的方法,从而实现了体参数化建模。并将本方法与离散孔斯插值法、凸组合插值法进行对比。作为等几何分析中的几何模型表达,体参数化的结果需要衡量网格质量。应用提出两种网格质量检测方法来检验生成的体参数化模型,其中雅可

比矩阵法更为直观,但计算量也相对更大。数据显示,相比离散孔斯插值法和凸组合插值法,离散调和映射法能得到更稳定和更为优化的结果。尽管该方法能得到较好的体参数化结果,但将其应用于等几何分析尚需进一步优化,此方法提供的体参数化结果也为进一步优化提供良好的基础。

参考文献 (References)

- [1] Hughes T J R, Cottrell J A, Bazilevs Y. Isogeometric analysis: CAD, finite elements, NURBS, exact geometry, and mesh refinement[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2005, 194(39-41): 4135-4195.
- [2] Kasik D J, Buxton W, Ferguson D R. Ten CAD challenges[J]. *IEEE Computer Graphics and Applications*, 2005, 25(2): 81-92.
- [3] Bazilevs Y, Calo V M, Cottrell J A, et al. Isogeometric analysis using T-Splines[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2010, 199(5-8): 229-263.
- [4] Qian X. Full analytical sensitivities in NURBS based isogeometric shape optimization[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2010, 199(6): 2059-2071.
- [5] Lu J. Isogeometric contact analysis: Geometric basis and formulation for frictionless contact[J]. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 2011, 200(5-8): 726-741.
- [6] Kim H, Seo Y, Youn S. Isogeometric analysis with trimming technique for problems of arbitrary complex topology[J]. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 2010, 199(45-48): 2796-2812.
- [7] Xu G, Bernard M, Régis D, et al. Analysis-suitable volume parameterization of multi-block computational domain in isogeometric applications[J]. *Computer-Aided Design*, 2013, 45(2): 395-404.
- [8] Aigner M, Heinrich C, Jüttler B, et al. Swept volume parameterization for isogeometric analysis[C] // *Proceedings of Conference on the Mathematics of Surface*. Berlin: Springer, 2009: 19-44.
- [9] Goyal M, Murugappan S, Piya C, et al. Towards locally and globally shape-aware reverse 3D modeling[J]. *Computer Aided Design*, 2012, 44(4): 537-553.
- [10] Martin T, Cohen E. Volumetric parameterization of complex objects by respecting multiple materials[J]. *Computers & Graphics*, 2010, 34(9): 187-197.
- [11] Zhang Y, Wang W, Hughes T J R. Solid T-spline construction from boundary representations for genus-zero geometry[J]. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 2012, 249-252: 186-197.
- [12] Wang K, Li X, Li B, et al. Restricted trivariate polycube splines for volumetric data modeling[J]. *IEEE Trans. Vis. Comp. Graphics*, 2011, 18(5): 703-716.
- [13] Xu H Q, Xu G, Hu W H, et al. Generation method of B-spline parametric volumes for Isogeometric analysis[J]. *Journal of Graphics*, 2013, 34(3): 43-48. [许华强, 徐岗, 胡维华, 等. 面向等几何分析的 B 样条参数体生成方法[J]. *图学学报*, 2013, 34(3): 43-48.]
- [14] Martin T, Cohen E, Kirby R M. Volumetric parameterization and trivariate B-spline fitting using harmonic functions[J]. *Computer Aided Geometric Design*, 2009, 26(6): 648-664.
- [15] Nguyen T, Jüttler B. Parameterization of contractible domains using sequences of harmonic maps[C] // *Proceedings of the 7th International Conference on Curves and Surfaces*. Berlin: Springer-Verlag: 501-514.
- [16] Xu G, Mourrain B, Duvigneau R, et al. Constructing analysis-suitable parameterization of computational domain from CAD boundary by variational harmonic method[J]. *Journal of Computational Physics*, 2013, 252(2): 275-289.
- [17] Lazarus F, Verroust A. Level set diagrams of polyhedral objects[C] // *The 5th ACM Symposium on Solid Modeling and Applications*. New York, NY, USA: ACM, 1999: 130-140.
- [18] Dong S, Kircher S, Garland M. Harmonic functions for quadrilateral remeshing of arbitrary manifolds[J]. *Computer Aided Geometric Design*, 2005, 22(5): 392-423.
- [19] G X, Wang Y, Yau S. Volumetric harmonic map[J]. *Commun. Inform. Syst.*, 2003, 3(3): 191-202.
- [20] Li X, Guo X, Wang H, et al. Harmonic volumetric mapping for solid modeling applications[C] // *Symposium on Solid and Physical Modeling*. New York, USA: ACM, 2007: 109-120.
- [21] Morken K. Some identities for products and degree raising of splines[J]. *Construct. Approx.*, 1991, 7(1): 195-208.
- [22] Provatidis C G. Three-dimensional Coons macro elements: application to eigenvalue and scalar wave propagation problems[J]. *Int. J. Numer. Meth. Engrg.*, 2006, 65: 111-134.