



JOURNAL OF IMAGE AND GRAPHICS

主办: 中国科学院遥感与数字地球研究所
中国图象图形学学会
北京应用物理与计算数学研究所

中国图象图形学报

2015
01
VOL.20

ISSN1006-8961
CN11-3758/TB



图像模糊测量 P20



第20卷第1期（总第225期）

2015年1月16日

中国精品科技期刊
中国国际影响力优秀学术期刊
中国科技核心期刊

版权声明

凡向《中国图象图形学报》投稿，均视为同意在本刊网站及CNKI等全文数据库出版，所刊载论文已获得著作权人的授权。本刊所有图片均为非商业目的使用，所有内容，未经许可，不得转载或以其他方式使用。

Copyright

All rights reserved by Journal of Image and Graphics, Institute of Remote Sensing and Digital Earth, CAS. The content (including but not limited text, photo, etc) published in this journal is for non-commercial use.

主管单位 中国科学院

主办单位 中国科学院遥感与数字地球研究所

中国图象图形学学会

北京应用物理与计算数学研究所

主 编 李小文

编辑出版 《中国图象图形学报》编辑出版委员会

邮政信箱 北京9718信箱

邮 编 100101

电子信箱 jig@irsa.ac.cn

电 话 010-64807995

网 址 www.cjig.cn

广告经营许可证 京朝工商广字第0361号

总 发 行 北京报刊发行局

订 购 全国各地邮局

海外发行 中国国际图书贸易集团有限公司

（邮政信箱：北京399信箱 邮编：100048）

印刷装订 北京科信印刷有限公司

Journal of Image and Graphics

Title inscription: Song Jian

Monthly, Started in 1996

Superintended by Chinese Academy of Sciences

Sponsored by Institute of Remote Sensing and Digital Earth, CAS

China Society of Image and Graphics

Institute of Applied Physics and Computational Mathematics

Editor-in-Chief LI Xiaowen

Editor, Publisher Editorial and Publishing Board of Journal of
Image and Graphics

P.O.Box 9718, Beijing, P.R.China

Zip code 100101

E-mail jig@radi.ac.cn

Telephone 010-64807995

Website www.cjig.cn

Distributed by Beijing Bureau for Distribution of Newspapers and Journals

Domestic All Local Post Offices in China

Overseas China International Book Trading Corporation

(P.O.Box 399, Beijing 100048, P.R.China)

Printed by Beijing Kexin Printing Co., Ltd.

CN 11-3758/TB

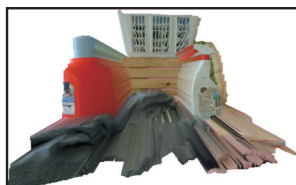
ISSN 1006-8961

CODEN ZTTXFZ

国外发行代号 M1406

国内邮发代号 82-831

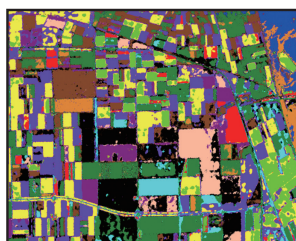
国内定价 50.00元



结合同场景立体图对的高质量深度图像重建(第0001页)



全局和局部结构内容自适应正则化的单幅图像超分辨模型(第0011页)



极化SAR相干斑抑制的非局部加权最小均方误差滤波算法(第0140页)

图像处理和编码

结合同场景立体图对的高质量深度图像重建

杨宇翔, 高明煜, 尹克, 吴占雄 0001

全局和局部结构内容自适应正则化的单幅图像超分辨模型

唐松泽, 肖亮, 黄伟, 刘鹏飞 0011

基于BP神经网络的图像局部模糊测量

黄善春, 方贤勇, 周健, 沈峰 0020

基于投影轮廓的文本图像倾斜检测

程立, 姚为, 李波 0029

图像分析和识别

稀疏表示和贪婪搜索的人脸分类

刘梓, 宋晓宁, 唐振民 0039

分块LBP的素描人脸识别

周汐, 曹林 0050

随机场中运动一致性的多线索目标跟踪

陈晨树, 张骏, 谢昭, 高隼 0059

融合背景权重直方图的目标跟踪

田浩, 巨永锋, 孟凡琨, 李涪帆 0072

英文字母特征的双面碎纸拼接

周一凡, 王松静, 黄永斌 0085

图像理解和计算机视觉

融合特征的快速SURF配准算法

罗天健, 刘秉瀚 0095

垂直交叉双向搜索策略的自适应窗口匹配算法

符立梅, 彭国华 0104

针对重复模式图像的成对特征点匹配

罗楠, 孙权森, 陈强, 纪则轩, 夏德深 0113

医学图像处理

量子衍生PDE医学超声图像去斑

付晓薇, 王奕, 陈黎, 田菁 0125

遥感图像处理

PCA与移动窗小波变换的高光谱决策融合分类

叶珍, 何明一 0132

极化SAR相干斑抑制的非局部加权最小均方误差滤波算法

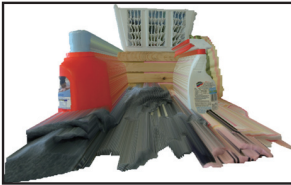
马晓双, 沈焕锋, 杨杰, 张良培 0140

数据筛选的低频UWB SAR图像快速可视化

李超, 李悦丽, 安道祥, 王广学 0151

CONTENTS

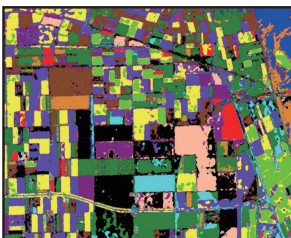
JOURNAL OF IMAGE AND GRAPHICS



High-quality depth map reconstruction combining stereo image pair(P0001)



Global and local structural content adaptive regularization model for single image super-resolution(P0011)



PCA and windowed wavelet transform for hyperspectral decision fusion classification (P0140)

Image Processing and Coding

- High-quality depth map reconstruction combining stereo image pair
Yang Yuxiang, Gao Mingyu, Yin Ke, Wu Zhanxiong 0001
- Global and local structural content adaptive regularization model for single image super-resolution
Tang Songze, Xiao Liang, Huang Wei, Liu Pengfei 0011
- Image local blur measurement based on BP neural network
Huang Shanchun, Fang Xianyong, Zhou Jian, Shen Feng 0020
- Improved projection profile based algorithm for skew detecting in document images
Cheng Li, Yao Wei, Li Bo 0029

Image Analysis and Recognition

- Sparse representation based face recognition classification algorithm using greedy search strategy
Liu Zi, Song Xiaoning, Tang Zhenmin 0039
- The sketch face recognition combining with AdaBoost and blocking LBP
Zhou Xi, Cao Lin 0050
- Multi-cues object tracking based on motion consistence in random field
Chen Chenshu, Zhang Jun, Xie Zhao, Gao Jun 0059
- Improved tracking algorithm with background-weighted histogram
Tian Hao, Ju Yongfeng, Meng Fankun, Li Fufan 0072
- Double-sided shreds restoration based on English letters feature
Zhou Yifan, Wang Songjing, Huang Yongbin 0085

Image Understanding and Computer Vision

- Fast SURF key-points image registration algorithm by fusion features
Luo Tianjian, Liu Binghan 0095
- Cross-based bidirectional adaptive window for stereo matching
Fu Limei, Peng Guohua 0104
- Pair-wise feature points based matching algorithm for repetitive patterns images
Luo Nan, Sun Quansen, Chen Qiang, Ji Zexuan, Xia Deshen 0113

Medical Image Processing

- Quantum-inspired partial differential equation-based medical ultrasound image despeckling method
Fu Xiaowei, Wang Yi, Chen Li, Tian Jing 0125

Remote Sensing Image Processing

- PCA and windowed wavelet transform for hyperspectral decision fusion classification
Ye Zhen, He Mingyi 0132
- Polarimetric SAR speckle filtering using a nonlocal weighted minimum mean squared error filter
Ma Xiaoshuang, Shen Huanfeng, Yang Jie, Zhang Liangpei 0140
- Fast visualization method for UWB SAR images based on 3σ measurement
Li Chao, Li Yueli, An Daoxiang, Wang Guangxue 0151

中图法分类号: TP301.6 文献标识码: A 文章编号: 1006-8961(2015)01-0039-11

论文引用格式: Liu Z, Song X N, Tang Z M. Sparse representation based face recognition classification algorithm using greedy search strategy[J]. Journal of Image and Graphics, 2015, 20(1): 0039-0049. [刘梓, 宋晓宁, 唐振民. 稀疏表示和贪婪搜索的人脸分类[J]. 中国图象图形学报, 2015, 20(1): 0039-0049.][DOI:10.11834/jig.20150105]

稀疏表示和贪婪搜索的人脸分类

刘梓¹, 宋晓宁^{1,2}, 唐振民¹

1. 南京理工大学计算机科学与工程学院, 南京 210094; 2. 江南大学物联网学院, 无锡 214122

摘要: 目的 随着稀疏表示方法在图像重建问题中的巨大成功, 研究人员提出了一种特殊的分类方法, 即基于稀疏表示的分类方法。为了加强样本间的协作表示能力以及减弱稀疏分解时的强 L_1 约束, 提出了一种在稀疏分类框架下的迭代剔除机制和贪婪搜索策略的人脸识别方法。方法 将测试样本表示成训练样本线性组合的方式, 并在所有训练样本中通过迭代计算来消除对分类影响较小的类别和单个样本, 在系数分解的过程中采用最小误差正交匹配追踪 (EcOMP) 算法, 进而选择出贡献程度大的类别样本并进行分类。结果 在迭代更新样本字典的过程中, 强化了真实类别的表示能力, 并弱化了分解系数的强 L_1 约束。在所有的实验中, 正则化参数 λ 的取值为 0.001, 在 ORL、FERET 和 AR 3 个人脸数据库上, 本文算法的识别率可分别达到 97.88%、67.95% 和 94.50%, 进而验证了本文算法的有效性。结论 提出的在稀疏分类框架下的迭代剔除机制和贪婪搜索策略的人脸识别方法, 在动态迭代的机制中完成了样本字典的更新, 平衡了协作表示和稀疏约束的关系, 相比较原始的稀疏分类模型有更好的准确性和稳定性。

关键词: 稀疏表示; 贪婪算法; 人脸识别; 分类

Sparse representation based face recognition classification algorithm using greedy search strategy

Liu Zi¹, Song Xiaoning^{1,2}, Tang Zhenmin¹

1. School of Computer Science and Engineering, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China;

2. School of Internet of Things Engineering, Jiangnan University, Wuxi 214122, China

Abstract: Objective The success of sparse representation in image reconstruction triggers the research on sparse representation-based pattern classification (SRC). A strict and standard dictionary creates sparse coefficients, but may not achieve a better classification accuracy in the SRC model. Recent research reveals that the collaborative representation (CR) mechanism, but not the L_1 -norm sparsity constraint, improves face recognition (FR) accuracy. Therefore, constructing a rational and optimal dictionary for SRC model is a challenging task. We propose a novel SRC fusion method using a dynamical class-elimination mechanism, which strengthens the ability of collaborative representation, and a greedy search (GS) strategy for face recognition. **Method** The proposed method involves two aspects: training variable selection and classification strategy and sparse coding coefficient decomposition. The training variable selection and classification strategy aims to

收稿日期: 2014-06-09; 修回日期: 2014-09-23

基金项目: 国家自然科学基金重点项目 (90820306); 国家自然科学基金项目 (61100116, 61125305); 江苏省自然科学基金项目 (BK2011492); 中国博士后科学基金项目 (2011M500926); 江苏省博士后科学基金项目 (1102063C)

第一作者简介: 刘梓 (1985—), 男, 南京理工大学模式识别与智能系统专业在读博士研究生, 主要研究方向为图像分类, 图像识别, 计算机视觉。E-mail: sandylauble@163.com

Supported by: The State Key Program of National Natural Science Foundation of China (90820306); National Natural Science Foundation of China (61100116, 61125305); Natural Science Foundation of Jiangsu Province, China (BK2011492)

represent a query sample as a linear combination of the most informative training samples and to exploit an optimal representation of the training samples from the classes with major relevant contributions. Instead of eliminating several classes at one time, we eliminate classes one by one with GS sparse coding process until the ideal number of classes is obtained. In the context of the proposed method, an important goal is to select a subset of variables that can accomplish the provision of a descriptive representation for sparse category knowledge structure. We develop a heuristic learning strategy to achieve this goal. The method converts the original classification problem into a simpler one that contains a relatively small number of classes. The remaining final training samples are used for classification and to produce the best representation of the test sample. Literature validates that the CR mechanism has a significant role in the SRC scheme compared with the sparsity constraint. However, the sparsity constraint cannot be removed from the SRC scheme. We introduce a greedy search method, i. e., error-constrained OMP, to integrate sparsity and CR mechanism and to solve the problem of sparse decomposition. Term regularization has a twofold role. First, it makes the least square solution stable; and second, it introduces a certain amount of "sparsity" to the solution. However, this sparsity is weaker than that by L_1 norm. **Result** The SRC model shows that the test samples are not represented by all training samples, but can be sparsely represented over a dictionary. Therefore, we follow the following two key points: CR mechanism to improve classification and the condition of sparse constraint. For the SRC analysis, a test sample has been represented as a linear combination of all the training samples. The coefficient of a training sample in the linear combination acts as the weight of the training sample. The method assigns the test sample into the class that produces the minimum representation residual. A smaller coefficient denotes that some training samples have fewer contributions. Therefore, these training samples are inconclusive to the classification. The class that has fewer contribution to represent the test sample can be assigned to a zero coefficient, and the linear combination of all the remaining training samples is reassessed. These remaining training samples are informative to exploit an optimal representation of the test sample with major relevant contributions. The proposed method removes only one candidate class from all classes. The removed class is far from the test sample of the linear combination that will represent the test sample during iteration. The classes that are very far from the test sample are first excluded, and the classification decision depends only on the remaining classes. Experiments conducted on the ORL, FERET, and AR face databases have demonstrated the effectiveness of the proposed method, and the recognitions rates are up to 97.88%, 67.95%, and 94.50%, respectively. **Conclusion** A novel SRC fusion method using hierarchical multi-scale LBP and greedy search strategy is developed. The method aims to establish a heuristic iterative algorithm to obtain the supervised sparse representation of the test sample and then exploit an optimal representation of training samples from the classes with major relevant contributions. This method involves two aspects: dynamical class-elimination mechanism and replacement of the sparse approximation problem by a greedy search strategy. The test sample is classified into a class whose contribution has the minimum error. In this method, the sparse factors exerting influence on the structure knowledge can be incorporated into the sparse representation via iterative measurement of sparsity constraint. Experimental results show the feasibility and effectiveness of the proposed method. This type of sparse learning method is a new attempt compared with traditional popular representation methods in image recognition and can be clearly interpreted and be successfully applied in classifications. Future work can place emphasis on the quality of dictionary learning. A study on the effect of introducing fuzzy weights into each atom will give them a varying fuzzy degree of popularity.

Key words: sparse representation; greedy algorithm; face recognition; classifications

0 引言

生物识别技术是模式识别领域的一个重要分支,人脸识别则是生物识别技术中最具挑战性和吸引力的一个研究方向。尽管目前人脸识别技术已经取得很多成就,但是这仍然是一项艰巨的任

务。不同的光照条件、面部表情、姿势和遮挡等因素都会影响面部识别效果和效率。传统的面部识别方法是基于变换的方法,面部的有效可鉴别特征存在于高维图像的子空间中,其中最具影响力的线性变换算法是主成分分析^[1](PCA)和线性鉴别分析^[2](LDA)。变换方法的常见步骤是首先根据训练样本产生变换轴,然后利用变换轴将所有

的测试样本投影到低维空间中,通过计算降维后的测试样本和训练样本之间的距离,根据不同的分类器进行分类。当然,不同的变换方法有着不同的目的,比如主成分分析(PCA)是将所有的训练样本变换到具有最大协方差的空间,而线性鉴别分析(LDA)是将训练样本变换到各类别中心距离最远的空间中。

局部线性变换方法是继传统的变换方法后提出的一系列算法,这类算法只利用训练样本子集的信息来构造变换轴。Harandi 等人^[3]试图获得面部空间中局部最优的最具有鉴别特性的变换轴。Sugiyama 等人^[4]提出了结合线性鉴别分析(LDA)和局部保持投影(LPP)的局部变换方法,特别适合类中样本多样化,即一个类别的样本表现为几个独立的集群的情况。Vural 等人^[5]提出了使用样本的局部依赖性进行分类的方法。刘智勇等人^[6]提出了局部主成分分析(LPCA)的方法代替传统 PCA 方法进行特征抽取。

由于稀疏表示方法在图像重建^[7]中取得了巨大的成功,研究人员提出了一种特殊的人脸识别方法,即基于稀疏表示的分类方法(SRC)。这类方法从一个新颖的视角来解决分类问题,利用训练样本的线性组合来稀疏地表示测试图像,通过评估每类测试样本的表示能力来进行分类。文献[8-13],率先使用了用训练样本稀疏地表示测试样本的方法。稀疏度是由线性组合的系数的 L_1 范数来评估的,一个较小的 L_1 范数意味着更高层次的稀疏。这里的稀疏指的是一些线性组合的系数等于或接近于零。文献[8-9]中采用了多目标规划的方法获得线性组合的表示系数,但是具有非常高的时间复杂度。此外,同时获得最小偏差和最小 L_1 范数的算法几乎是不可能的。基于 SRC 的方法中,字典的优化问题是系数分解的基本问题,例如文献[13],强化了字典间的鉴别性并用于分类,此外,人脸图像的全局与局部特性也是可以相互融合的,如文献[14-15]。

Zhang 等人^[16]讨论了 SRC 模型中的协作表示(CR)特性,并验证了在 SRC 模型中,并不是稀疏性约束而是协作表示机制在分类中起到了重要作用。这个有趣的结论,让研究人员重新审视了 SRC 模型。为此,文中提出了基于稀疏表示和贪婪搜索的图像分类算法(SRC-GS)。

1 SRC 算法概述

假设存在 L 类共计 n 个训练样本,为方便运算,训练样本记做 n 个列向量 $\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n$ 。假定测试样本 $\mathbf{y}$ 可以近似地表示为所有训练样本的线性组合,也就是说满足下面的等式

$$\mathbf{y} = \sum_{i=1}^n \alpha_i \mathbf{x}_i \quad (1)$$

式中, α_i 为第 i 个训练样本的表示系数。测试样本 $\mathbf{y}$ 可以近似地表示为所有训练样本的线性组合,式(1)可以被写做

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\alpha} \quad (2)$$

式中, $\mathbf{X} = (\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n)$, $\boldsymbol{\alpha} = [\alpha_1, \dots, \alpha_n]^T$ 。对于式(2),在 SRC 框架下更为一般的解向量可以表示为

$$\hat{\boldsymbol{\alpha}} = \arg \min_{\boldsymbol{\alpha}} \|\boldsymbol{\alpha}\|_0 \text{ s. t. } \|\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\alpha}\|_2 < \varepsilon \quad (3)$$

式中,正常数 ε 表示信号 $\mathbf{y}$ 的噪声,或用来平衡信号 $\mathbf{y}$ 的编码误差和稀疏度量 $\boldsymbol{\alpha}$ 。从式(1)中可以看出,在表示测试样本时,每一个训练样本都有了自己的贡献,而且第 i 个训练样本对于表示测试样本 $\mathbf{y}$ 的贡献可记为 $\alpha_i \mathbf{x}_i$ 。得到了每一个训练样本的贡献后,可以计算出每一类训练样本的贡献。例如,所有来自第 k 类的训练样本的集合为 $\mathbf{x}_s, \dots, \mathbf{x}_t$, 则第 k 类训练样本的贡献总和为 $\mathbf{g}_k = \alpha_s \mathbf{x}_s + \dots + \alpha_t \mathbf{x}_t$ 。全局的算法认为,偏离度 $e_k = \|\mathbf{y} - \mathbf{g}_k\|^2$ 越小,则第 k 类训练样本的贡献越大,进而测试样本 $\mathbf{y}$ 归为使 e_k 最小的那一类。

2 SRC-GS 模型与算法描述

仔细观察 SRC 模型,如文献[8],可以发现在人脸识别问题中,训练样本 $\mathbf{X}$ 的各列是高度相关的,即各列都是人脸图像的向量排列,不能保证原子之间相互独立性。这也就意味着在欠定线性方程式(2)中,式(3)(4)不具备充分的条件来保证得到的解空间是 L_0 或 L_1 最优的。幸运的是,在 SRC 模型分类过程中,协作表示(CR)机制^[16]发挥着重要的作用。此外,文献[8]也提出了一个 Cross-and-bouquet 模型来解释式(3)在分类问题中是可以被 L_1 恢复的,这就保证了 SRC 模型的良好性能。

在 SRC 模型中,系数分解采用迭代求解方式获

得,大部分的非负系数等于或趋近于零。但是在实际的人脸识别场景中,由于一些遮挡残缺或是干扰像素的影响,导致得到理想的分解系数是很困难的。因此,需要遵循以下两个关键点做出改进:一是协作表示的机制对分类的重要影响,二是系数分解时的稀疏约束条件是必要的。为此,提出了迭代字典优化机制来增强协作表示的能力,并在求解系数的过程中使用了基于贪婪搜索策略的弱 L_1 优化求解算法。此方法的基本特征是用训练样本的子集来线性表示测试样本,并利用最优表示结果来执行分类。

算法的基本思路是将测试样本表示为训练样本的线性组合方式,如式(1)所示。训练样本的集合则为稀疏表示的字典,线性表示的系数则为测试样本在字典下的分解系数。分解系数的稀疏性描述来自两个方面。一方面是所有训练本来精确表示测试样本的线性组合中,某些训练样本的系数等于或接近于零。另一方面,在预处理的迭代过程,都会剔除距离测试样本最远的类别或样本。被剔除的类别和样本,在下一次的系数分解中并不参与运算,所以在下一次的计算结果中,被剔除的训练样本的系数为零。在每一次迭代的过程中,动态地更新参与稀疏分解的原子,并动态地更新稀疏表示系数。算法框架示意图如图1所示。

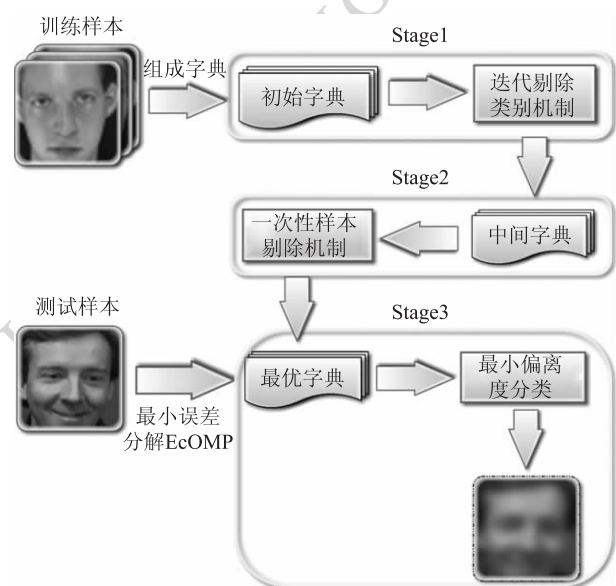


图1 算法框架示意图

Fig. 1 Schematic algorithm framework

下面将详细介绍提出的 SRC-GS 算法。来自 L

类共计 n 个训练样本记做 n 个列向量 $x_1, \dots, x_n$ 。

2.1 动态类别淘汰机制

虽然来自所有类别的训练样本都可以用来设计分类算法,但是所有训练样本对最后的分类决策并不提供相同程度的影响。这些与测试样本相似度高的类别对分类决策具有更高的影响,那些距离测试样本很远的样本则具有很少的影响,甚至会对分类的决策产生副作用。所以,在分类决策以前,第一步就是去除若干对测试样本贡献度较少的类别或样本,然后在剩余的类别或样本中再做分类决策。因此,可能会获得更高的分类精确度。

接下来的分类任务就是将测试样本归为剩余类别中的某一类。在通常的分类问题中,类别越多,可能的最大分类精确度就会越低。在本文算法中,预先剔除了距离测试样本较远的若干类别和样本。由于候选类别和样本的减少,所以分类算法的效率和精度将会增加。从协作表示的角度来看,当剔除了若干离群样本后,真正类别的表示权值将会增大,保证了后续分类的准确性。

等式 $e_i = \|y - \alpha_i x_i\|^2$ 可以看做测试样本 y 到第 i 个训练样本的距离度量。较小的 e_i , 意味着第 i 个训练样本在表示测试样本 y 时贡献度较大。所以在 n 个训练样本中,可以选择前 m 个 ($m < n$) 贡献度大的样本。相比较于一次性剔除 ($n - m$) 类距离测试样本较远的类别,本文算法更倾向于一类一类地剔除测试样本,在这样的一种动态循环机制下,可以降低分类的错误率。

在剔除与测试样本距离较远的类别和样本时,实际进行了两个步骤:首先是一次性地剔除若干类距离测试样本比较远的类别,然后在剩余的类别中,动态的迭代计算并剔除距离测试样本比较远的单个训练样本。具体来说就是先以类别为单位,一次性剔除若干类训练样本,然后在剩余的若干类训练样本中,以单个样本为单位,动态地剔除若干个训练样本。这样做的好处是既能快速剔除掉对分类影响不大的类别,也能避免由于训练类别中某些单个样本由于受到光照、姿态和遮挡等的影响,减少了对测试样本的贡献度的这种情况。

如果剩余类别的所有的训练样本记做 $x_s, \dots, x_t$, 则第 k 个类别在表示测试信号 y 的贡献程度为

$$g_k = b_s x_s + \cdots + b_t x_t, \text{最小的 } e_k = \frac{\left\| y - \sum_{i=1}^p b_i x_i \right\|^2}{\left\| \sum_{i=1}^p b_i \right\|^2}$$

表示第 k 个训练样本在表示测试样本 y 时贡献最大。其中 p 表示第 k 个类别中样本个数。因此, 将测试样本 y 归为偏差最小的那一类。公式中之所以要除以 $\left\| \sum_{i=1}^p b_i \right\|^2$, 是因为以单个样本为单位剔除样本时, 在剩余的样本中每类样本的剩余样本个数可能不一样, 为了公平起见所以要加权平均。

2.2 动态类别淘汰机制的概率说明

SRC 算法的分类规则可以描述如下: $c_1, \dots, c_L$ 分别表示 L 个类别, 则概率 $p(c_i | y)$ 表示测试样本 y 和第 i 类训练样本来自同一类的概率。如果测试样本和第 i 类训练样本的距离记做 dist_i , 那么后验概率 $p(c_i | y)$ 可以被定义为 $p(c_i | y) \propto \left(1 - \frac{\text{dist}_i}{\sum_{j=1}^L \text{dist}_j} \right)$, $i = 1, 2, \dots, L$ 。距离 dist_i 的描述为 $e_i = \| y - \alpha_i x_i \|^2$, 那么后验概率 $p(c_i | y)$ 可以被计算得到 $p(c_i | y) \propto D_{\max} - e_i$, $D_{\max}$ 表示一个数量大于最大的 e_i 的值。

在 SRC-GS 算法中, 预先剔除了若干距离测试样本比较远的类别和样本。这也就是说这些被剔除类别的 $p(c_i | y) = 0$ 。由于 $\sum_i p(c_i | y)$ 是一个常量, 所以在剩余的 M 个类别中重新计算的后验概率 $p(c_i | y)$ 将会增加。越是距离测试样本近的类型, 其后验概率值将会越大。通过剔除类别和重新计算后验概率的迭代过程, 一方面去除了距离比较远的类别的干扰, 另一方面也加强了剩余类别的权值。这种方式可以很好地处理初始时各类别的后验概率相差不大的情况。随着迭代的进行, 重新计算的后验概率会拉开差距。最后, 将测试样本的类别标记为具有最大后验概率的那个类。如图 2 所示, 总共有 6 个类别, 其中第 3 和第 6 个类别有最大的两个后验概率。在现实分类中, 测试样本会被分类到后验概率最大的第 3 类, 即使样本的真实类别是第 6 类。在迭代剔除机制中, 每次剔除对分类影响较小的类别或样本, 并重新计算剩余样本的后验概率。如图 3 所示, 在若

干次迭代后, 真实类别的权值会被加强, 进而提高识别率。

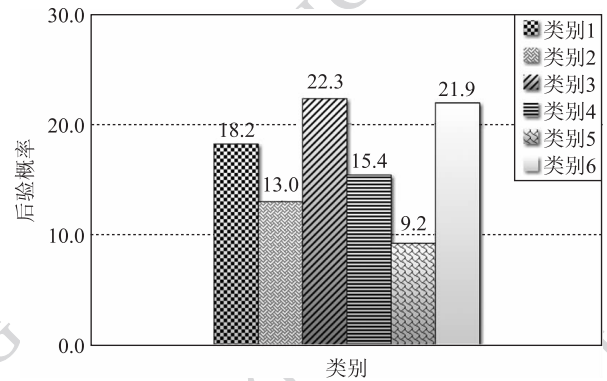


图2 初始类别后验概率分布

Fig. 2 Possible distribution of the original posterior probability $p(c_i | y)$

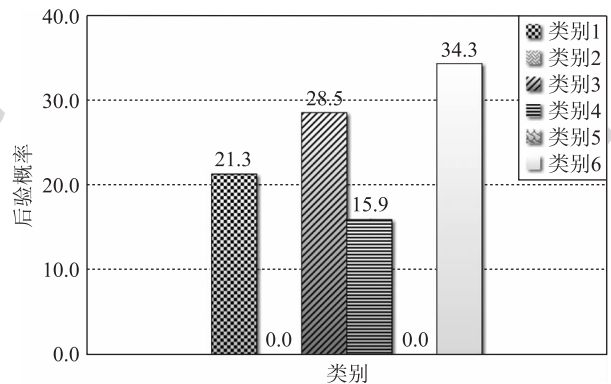


图3 类别剔除后后验概率分布

Fig. 3 Possible distribution of the posterior probability $p(c_i | y)$ after elimination

2.3 贪婪搜索策略的稀疏分解

文献[16]等许多研究已经验证了在 SRC 模型中, 是协作表示机制在分类中起到了重要作用, 但是稀疏性约束并不能简单地被移除。在式(3)中可以看出, 测试样本 y 不仅可以由训练样本精确地表示出来, 而且在基于字典 X 的分解系数也是稀疏的。比如, 类别 i 和类别 j 是很相似的, 对于测试样本 y 来说重建误差可以分别表示为 $e_i = \| y - \alpha_i X_i \|^2$ 和 $e_j = \| y - \alpha_j X_j \|^2$ 。由于类别 i 和类别 j 是很相似的, 所以 e_i 和 e_j 的距离也很近, 这就给分类带来了困难。如果在表示信号 y 的时候加入了稀疏性度量, 假如 y 是 i 类别的, 那么在 i 类别中应当可以用较小的样本个数来表示信号 y 。同样道理, 假如 y 是 i 类别的, 在相同的稀疏约束的情况下, i 类别的

重建误差应该更小。

由于 L_0 问题是 NP 问题, 所以更常用的是 L_1 拉格朗日方程, 即

$$\hat{\alpha} = \arg \min_{\alpha} \{ \|y - X\alpha\|_2^2 + \lambda \|\alpha\|_1 \} \quad (4)$$

式中, λ 为正则化参数。正则项的作用是双重的, 一方面保证了最小二乘解的稳定性, 另一方面约束了解向量的稀疏性, 然而这里的稀疏性约束比 L_1 约束要弱。如果去掉式(4)中的 L_1 约束, 式(4)则转化为最小二乘问题

$$\hat{\alpha} = \arg \min_{\alpha} \|y - X\alpha\|_2^2 \quad (5)$$

则对应的 $\hat{y} = \sum_i \hat{\alpha}_i x_i$ 就可以看做信号 y 在 X 的列向量所张成的空间中的垂直投影。

通过这样的启发, 引入了误差最小的贪婪搜索算法 (error-constrained greedy search method) 来解决式(3)的问题。众所周知, 解决式(3)的问题通常有两种方式, 一种是贪婪算法, 另一种是松弛算法。式(4)就是一种松弛法, 将 L_0 约束松弛为 L_1 约束来求解, 而贪婪算法在每次迭代的时候都会对某一个非零向量求解。目前来说, 最常用的稀疏分解包括 Lasso (least absolute shrinkage and selection operator)^[17], Lars (least angle regression)^[18]、匹配追踪 (MP)^[19] 和正交匹配追踪 (OMP)^[20] 等方法。Lasso、Lars 这类方法将稀疏逼近问题转化为凸优化问题, 凸优化理论中有大量的算法来完成求解。MP 和 OMP 属于贪婪搜索算法, 这种方法的特点是通过不停地迭代来直接逼近原始信号, 期望从局部最优解的累加来得到全局最优解。

MP 是一种常用的贪婪搜索算法, 它每次都会寻找一个最佳匹配的原子, 然后计算完残差后继续寻找下一个最匹配的原子, 直到满足预先设定的重建阈值。在 SRC 模型和 MP 算法中, 可以看出它们之间的相似点和互补的地方。首先, 它们都是要寻找最能有效表示信号的原子, 此外, 垂直投影是 MP 的主要步骤, 而 SRC 使用了类似的思路。OMP 是对 MP 方法的改进, OMP 在分解的每一步对所选择的全部原子进行正交化处理, 这使得在精度要求相同的情况下, OMP 算法的收敛速度更快。在第 3 节的实验中, 将会在 ORL 数据库上对比 Lasso、Lars、MP 和 EcOMP 几种方法的识别率。

误差最小的贪婪搜索算法的形式化描述及其相

关符号如下所述:

目标: 对于 $\|Ax - b\|_2 < \varepsilon$ 问题, 得到最优的解

$$\min_x \|x\|_1;$$

输入参数: 字典矩阵 A , 向量 b 和残差阈值 ε ;

初始化: 初始化 $k = 0$, 且设置初始解向量 $x^0 = 0$,

初始残差 $r^0 = b - Ax^0 = b$,

初始解支撑 $S^0 = \text{Support}\{x^0\} = \emptyset$ 。

主迭代过程: k 每次增加 1, 执行如下过程:

1) 计算。对于每个 j 使用最优准则 $z_j^* = a_j^T r^{k-1} / \|a_j\|_2^2$, 计算误差 $\varepsilon(j) = \min_{z_j} \|a_j z_j - r^{k-1}\|_2^2$;

2) 更新支撑。在 $\varepsilon(j): \forall j \notin S^{k-1}$ 中找到一个最小的 j_0 , 使得 $\varepsilon(j_0) \leq \varepsilon(j)$, 然后更新 $S^k = S^{k-1} \cup \{j_0\}$;

3) 更新解向量。计算 x^k , 对于 $\text{Support}\{x\} = S^k$ 中最小的 $\|Ax - b\|_2^2$;

4) 更新残差。计算 $r^k = b - Ax^k$;

5) 迭代停止规则。如果 $\|r^k\|_2 < \varepsilon$, 则停止, 否则继续迭代。

输出: 经过 k 次迭代后的解向量 x^k 。

从前面的分析可知, 分类的目标是在训练样本中找到几个最接近于测试样本的近邻。从而设计了贪婪搜索的策略。为了方便标记, 文中将贪婪搜索策略记做 $\alpha = \text{EcOMP}(D, y, \varepsilon)$, 式中 y 为某个测试样本, D 为训练样本构成的字典。EcOMP(D, y, ε) 的返回结果为测试样本信号 y 在训练样本 D (即字典 D) 下的稀疏系数, 且重建误差为 ε 。

2.4 SRC-GS 算法的详细流程

综上所述, 基于稀疏表示的贪婪搜索算法的详细运算流程如下:

目标任务: 对于给定的测试样本 y , 迭代地计算和更新能够更好表示 y 的系数, 来解决分类问题。

1) 初始化。假定来自 L 类共计 n 个训练样本, 将每个训练样本的初始 2 维矩阵图像转化为 1 维列向量 $x_i \in \mathbf{R}^{m \times 1}$ (m 为训练样本的维数), 每个列向量就是一个原子, 则由 n 个原子组成的矩阵 $X \in \mathbf{R}^{m \times n}$ 就是要构建的字典。

2) 标准化。将字典 X 的每一列原子标准化。

3) 首先计算测试样本和训练样本之间的欧氏距离, 距离最大的若干类先被剔除。完成原子矩阵

第一次更新。

4) 使用贪婪搜索的策略完成稀疏系数的分解。在更新后的字典 X' 下计算测试样本 y 的分解系数 $\hat{\alpha} = \text{EcOMP}(y, X', \varepsilon)$ 。进而更新训练集字典。通过计算残差 $r_i = \|y - \hat{\alpha}_i X_i\|^2 / \|\hat{\alpha}_i\|^2$ 完成原子矩阵 X 到 X^k 的更新, 循环变量 $k = 1, 2, \dots, \eta$ 。

5) 对于测试样本 y 贡献度最少的样本被剔除, 即 $\text{Elimination_TrainingSample}(i) = \arg \max \{r_i\}$ 。更新后的字典为 $X^k = \{X - X_i\}$, 第 i 个训练样本被剔除。此步骤中剔除的并不是类似于步骤 3) 里面的整个训练样本类别, 而是某类别中的距离测试样本最远的单个样本。

6) 停止更新规则。如果 k 满足预定义的终止条件 η , 执行步骤 7), 否则继续执行步骤 4)。

7) 分类策略。至此, 可以得到距离测试样本 y 距离最近的 M 个样本, 通过重新计算 y 在剩余类别字典下的表示结果来进行分类。如果剩余的所有类别记做 $\hat{x}_s, \dots, \hat{x}_t$, 则可以计算每个类别 k 对于测试样本 y 的贡献程度 $g_k = b_s \hat{x}_s + \dots + b_t \hat{x}_t$, g_k 与测试样本 y 的偏差可由 $D_k = \frac{\|y - \sum_{i=1}^p b_i \hat{x}_i\|^2}{\|\sum_{i=1}^p b_i\|^2}$ 计算得到,

p 表示第 k 个类别中样本个数。

8) 结果输出。测试样本 y 归为偏差最小的那一类, 即 $\text{Identify}(y) = \arg \min_k \{D_k\}$ 。

3 实验结果

本文算法在 ORL (<http://www.cl.cam.ac.uk/research/dtg/attarchive/facedatabase.html>)、FERET (http://www.nist.gov/humanid/feret/feret_master.html) 和 AR (<http://www2.ece.ohio-state.edu/~aleix/ARdatabase.html>) 人脸图像数据库上进行了大量的实验, 这 3 个人脸图像数据库中的照片是在不同的姿态、面部表情和照明条件下采集的。在 AR 数据库中甚至还包含面部被遮挡的人脸样本。ORL 数据库共计 400 幅图像, 分别来自 40 个类别, 每个类别提供 10 幅样本图像。ORL 人脸数据库中的部分样本见图 4。

FERET 人脸数据库已成为检验面部识别技术的一个标准数据库, 本文算法只使用了 FERET 数据



图 4 部分 ORL 数据库中的标准图像

Fig. 4 Some normalized images from ORL face image database

库的一部分图像。共计 1 400 幅图像, 分别来自 200 个类别, 每个类别提供 7 幅样本图像。在文中使用的 FERET 数据库的每个类别的 7 幅样本中, 分别包含了一幅标准的正面照片, 一幅表情变化的正面照片, 一幅光线变化的正面照, 2 幅小幅度姿态变化的样本 ($\pm 15^\circ$), 2 幅大幅度姿态变化的样本 ($\pm 25^\circ$)。FERET 人脸数据库中的部分样本见图 5 所示。



图 5 部分 FERET 数据库中的标准图像

Fig. 5 Some normalized images from FERET face image database

AR 人脸数据库中共计使用了 3 120 幅图像, 分别来自 120 个类别, 每个类别提供 26 幅样本图像。AR 数据库中的人脸样本表情变化丰富, 有戴着墨镜和围巾的遮挡。AR 人脸数据库中的部分样本见图 6 所示。



图 6 部分 AR 数据库中的标准图像

Fig. 6 Some normalized images from AR face image database

首先将来自 ORL 数据库中的人脸图像降采样为 46×56 的尺寸大小, 同样的 FERET 和 AR 人脸数据库图像分别降采样为 40×40 和 40×50 的大小。在 AR 数据库的实验中, 选取每个类别的前 8 幅图像作为训练样本, 剩余的作为测试样本。由于 AR 数据库的样本太多, 所以只做了一种组合方式。文中提出的方法中, 经过若干次迭代运算后, 仅保留 200 个训练样本来线性表示和分类测试图像。同样的, 在 ORL 数据库的实验中, 做了 4 组实验。每个类别中分别选取 3、4、5 和 6 幅图像作为训练样本,

剩余的图像作为测试样本。经过若干次迭代运算后,仅保留 40 个训练样本来线性表示和分类测试图像。由于在 10 个样本中任意选择 5 个样本共有 C_{10}^5 种可能,所以在实验中随机选择了 20 种排列组合方式。在 FERET 数据库的实验中,每个类别中选取 4 幅图像作为训练样本,剩余的图像作为测试样本。

表 1 3 个人脸测试数据集组成

Table 1 The composition of the three FR data sets

数据库	类别数	类别样本数	样本总数	训练样本个数	实验次数(总数)
ORL	40	10	400	3,4,5,6	20(120),20(210),20(252),20(210)
FERET	200	7	1 400	4	20(35)
AR	120	26	3 120	8	1

由于基于表示的人脸识别方法能够比较鲁棒地解决遮挡的问题,所以分别对 ORL、FERET 和 AR 数据库进行了有无遮挡的实验。

3.1 无遮挡样本集的人脸识别

图 7 为来自 FERET 数据库的测试样本图像以及对应的 4 个类别的重构图像。图 7 中图像(1)为测试样本,图像(2)(3)(4)(5)为所有训练样本中贡献最多的前 4 类样本的 2 维重构图像。可以看出,在传统的 SRC 方法中,正确的样本类别是提供了较多的贡献,但是由于所有的测试样本都参与了运算,所以正确的类别样本的贡献度没有特别体现出来。但是在本文算法中,通过一步步去除距离较远的类别和单个测试样本,使得正确的类别样本的贡献程度,在迭代运算中得到加强,所以容易得到正确的分类结果。

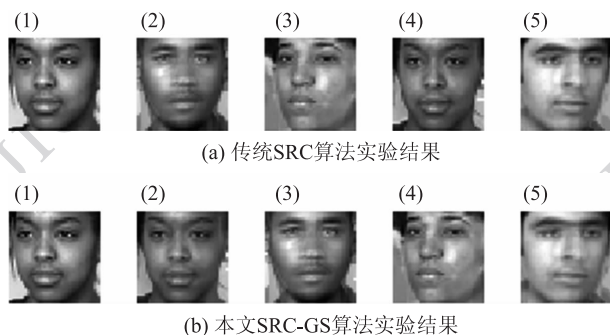


图 7 给定测试样本的 4 类最大贡献样本重构图像

Fig. 7 The most four contribution for a given test sample

图 8 为在 ORL 数据库中不同的训练样本的情况下, EcOMP、MP、Lasso 及 Lars 算法做稀疏分解时分类算法的最终识别率,正则化参数 λ 的取值为

在实验中也是随机选择了 20 种排列组合方式。经过若干次迭代运算后,仅保留 200 个训练样本来线性表示和分类测试图像。此外在所有的实验中正则化参数 λ 的取值为 0.001。3 个人脸数据集的组成如表 1 所示。本文算法代码用 Matlab 来实现,并运行在英特尔 I7 3 770(3.4 GHz)的 PC 机上。

0.001 且在其他参数都相同的情况下。从图 8 中可以看出本文误差最小的贪婪搜索算法的有效性。

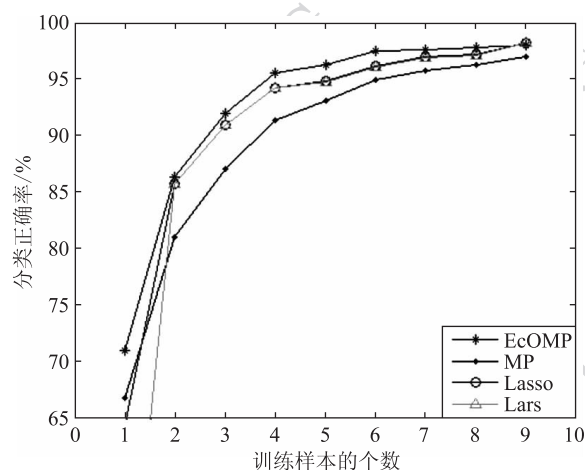


图 8 ORL 库下不同的稀疏分解方法在不同训练样本下的识别率

Fig. 8 The average recognition rate of different method under different training numbers on ORL face database

此外,表 2 列出了在 ORL 数据库上,PCA、LDA、SRC、CRC^[16]和文中提出的 SRC-GS 方法的分类错误率的比较。其中 PCA(100)、PCA(150)表示 PCA 在做特征提取的时候分别用了 100 和 150 个变换轴。LDA(39)表示 LDA 在做特征提取的时候用了 39 个变换轴。SRC-GS 为本文提出的贪婪搜索策略计算稀疏系数, SRC-Lasso 方法是在系数分解的时候用了 Lasso 优化算法。

在表 3 列出了在 FERET 数据库上, LDA、PCA、SRS、CRC^[15]和 SRC-GS 方法的识别率。

表 2 ORL 数据库上不同训练样本个数在不同方法下的分类识别率的比较

Table 2 The classification recognition rate of each method varies with number of training samples per individual on the ORL face image database /%

方法	训练样本数			
	3	4	5	6
PCA(100)	88.41 ± 0.08	91.22 ± 0.07	92.82 ± 0.06	94.82 ± 0.05
PCA(150)	86.72 ± 0.06	90.63 ± 0.06	92.14 ± 0.07	94.06 ± 0.08
LDA(39)	87.68 ± 0.05	90.87 ± 0.08	92.28 ± 0.08	93.92 ± 0.06
SRC	90.65 ± 0.08	93.24 ± 0.05	95.22 ± 0.06	96.33 ± 0.07
CRC	91.78 ± 0.04	95.08 ± 0.04	96.40 ± 0.02	97.73 ± 0.05
SRC-GS	91.81 ± 0.06	95.14 ± 0.05	96.42 ± 0.05	97.88 ± 0.06

表 3 FERET 数据库上不同算法的识别结果比较

Table 3 Comparison results between different algorithms on FERET face image database

	PCA(100)	LDA(119)	SRC	CRC	SRC-GS
识别率/%	56.83 ± 3.63	61.32 ± 3.42	64.54 ± 2.52	67.46 ± 2.17	67.95 ± 2.41

在表 4 中列出了在 AR 数据库上,选择出的仅有亮度变化和表情变化的 50 个男性样本和 50 个女性的测试样本下的,LDA、PCA、SRS、CRC^[15]和 SRC-GS 方法的识别率。

表 4 AR 数据库上无遮挡样本不同算法的识别结果比较

Table 4 Comparison results between different algorithms on AR face image database without occlusion

	PCA(200)	LDA(119)	SRC	CRC	SRC-GS
识别率/%	80.6	85.6	89.5	93.7	94.5

3.2 有遮挡样本集的人脸识别

在基于表示的人脸识别方法中,解决遮挡问题的时候,是在训练样本中引入一个冗余的单位矩阵。为了验证本文算法的有效性,在 AR 数据库上做了两组实验。一组是用每个类别的前 8 幅无遮挡图像做训练样本,剩余的 16 幅图像作为测试样本,测试样本中包含遮挡和伪装的人脸图像,在系数分解的过程中先不引入单位矩阵,表 5 列出了 LDA、PCA、SRS、CRC^[16]和 SRC-GS 等方法的识别率。另一组实验中,是将每个类别的前 8 幅无遮挡图像做训练样本,选择 50 个男性和 50 个女性的面部戴墨镜和围巾情况下的测试样本。而且在用作系数分解的训练样本中引入一个冗余的单位矩阵。表 6 列出了在戴墨镜和戴围巾的情况下 SRS、CRC^[16]、R-CRC^[16]和 SRC-GS 等方法的识别率。

表 5 AR 数据库上不同算法的识别结果比较

Table 5 Comparison results between different algorithms on AR face image database

	PCA(200)	LDA(119)	SRC	CRC	SRC-GS
识别率/%	50.0	56.4	64.8	66.9	67.6

表 6 AR 数据库上有遮挡样本不同算法的识别结果比较

Table 6 Comparison results between different algorithms on AR face image database with occlusion /%

方法	太阳镜	围巾
SRC	87.0 ± 0.08	59.5 ± 0.05
CRC	68.5 ± 0.08	90.5 ± 0.05
R-CRC	87.0 ± 0.04	86.0 ± 0.04
SRC-GS	87.5 ± 0.06	86.8 ± 0.05

3.3 实验分析

表 2—表 6 分别列出了在不同的测试样本下,传统的 LDA、PCA 算法和基于稀疏表示的 SRS、CRC^[16]、R-CRC^[16]和 SRC-GS 方法的识别率。在传统的 SRC 方法中,将测试样本表示为所有的训练样本的线性组合的方式,在理想的状态下,只有测试样本所属的类别的系数较大,其余类别的训练样本的系数为零。但是在实际的应用过程中,由于噪声、人脸对齐、光照变化、遮挡等影响,使得上述的分解系

数不是稀疏的。因此在 SRC 模型中使用了基于 L_1 约束的系数分解方法。通过深入研究 SRC 模型中的协作表示特性,文献[16]的 CRC 和 R-CRC 方法,使用略微宽松的最小二乘准则来求解稀疏表示系数,并取得了良好的效果。然而过多的训练样本对系数分解不会起到很好的作用,因此在提出的 SRC-GS 算法中首先剔除对分类影响较小的训练样本。至于分类影响较小的量化描述就是在表示测试样本的时候系数较小的类别。通过迭代删除若干离群样本,来强化真正类别在线性表示中的权值系数,进而得到更准确的分类,在图 7 的实验中可以证明这一点。在求解稀疏系数的过程中,一方面要使得测试样本的重构误差较小,另一方面要能够突出真正的类别在分解系数中的权值。相比较于严格的 L_1 约束和最小二乘求解方式,引进了贪婪搜索的弱 L_1 约束来计算表示系数。通过引入单位矩阵,在有遮挡的测试样本集中也得到了良好的效果。在实验中可以看出,相比较于传统的 PCA 和 LDA 算法,Lasso 作为典型的 L_1 分解算法,在 SRC 的模型中展现了良好的效果。然而, L_1 范数只关注向量的累加值,而不关心非零向量的个数。实验中,之所以弱化了稀疏性约束后,还可以提高 SRC 的识别率,这是因为在 SRC 模型中,通过 L_1 准则计算出来的系数并不是严格稀疏的,所以通过弱化稀疏性约束,并加强协作表示能力的方式来提高算法的性能。

下面来分析本文算法的时间复杂度,假设每个样本是一个 $K \times 1$ 的向量,训练样本总数为 n ,最后剩余的候选样本个数为 M ,字典的原子个数为 D ,则一次信号分解的时间复杂度为 $O(nD\log_2 K) + O(n^3 K)^{[21]}$,原子剔除操作的时间复杂度为 $O(n)$,在整个迭代过程中要运算 $n - M$ 次,所以动态类别淘汰机制的总的时间复杂度为 $O(n^2 D\log_2 K) + O(n^4 K) + O(n^2)$,在剩余的 M 个类别的分解过程,计算复杂度为 $O(M\log_2 K)$,所以整个算法的时间复杂度为 $O(n^2 D\log_2 K) + O(n^4 K) + O(n^2)$ 。与传统的人脸特征提取方法比较起来,基于稀疏表示的方法比较耗时,和传统的特征提取方法不在一个数量级上,所以 CPU 的时间效率并没有拿来比较。

4 结 论

提出了一种基于稀疏表示和贪婪搜索策略的人

脸识别方法。这种基于表示的方法将测试样本表示成训练样本线性组合的方式,并在所有训练样本中通过不停地迭代计算来消除对分类影响较小的样本,进而突出贡献大的样本在分类策略中的权值。相对于传统的 PCA、LDA 及其改进方法,可以说是一种新的思路和分类模式,特别是针对人脸图像在受到遮挡和破坏的情况下的识别分类具有较高的研究价值。在针对高维数据样本的时候,如何选择简便的背离度量机制以及冗余样本字典的进一步构造都是以后要研究的内容。

参考文献 (References)

- [1] Kirby M, Sirovich L. Application of the Karhunen-Loeve procedure for the characterization of human faces [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1990, 12(1): 103-108.
- [2] Park S W, Savvides M. A multifactor extension of linear discriminant analysis for face recognition under varying pose and illumination [J]. EURASIP Journal on Advances in Signal Processing, 2010: 6-16.
- [3] Harandi M T, Ahmadabadi M N, Araabi B N. Optimal local basis: a reinforcement learning approach for face recognition [J]. International Journal of Computer Vision, 2009, 81(2): 191-204.
- [4] Sugiyama M. Dimensionality reduction of multimodal labeled data by local fisher discriminant analysis [J]. The Journal of Machine Learning Research, 2007, 8: 1027-1061.
- [5] Vural V, Fung G, Krishnapuram B. Using local dependencies within batches to improve large margin classifiers [J]. The Journal of Machine Learning Research, 2009, 10: 183-206.
- [6] Liu Z Y, Chiu K C, Xu L. Improved system for object detection and star/galaxy classification via local subspace analysis [J]. Neural Networks, 2003, 16(3): 437-451.
- [7] Sun Y B. Image sparse representation theory and its application to image processing inverse problems [D]. Nanjing: Nanjing University of Science and Technology, 2010. [孙玉宝. 图像稀疏表示模型及其在图像处理反问题中的应用[D]. 南京: 南京理工大学, 2010.]
- [8] Wright J, Ma Y, Mairal J, et al. Sparse representation for computer vision and pattern recognition [J]. Proceedings of the IEEE, 2010, 98(6): 1031-1044.
- [9] Wright J, Yang A Y, Ganesh A, et al. Robust face recognition via sparse representation [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2009, 31(2): 210-227.
- [10] Shi Y, Dai D, Liu C, et al. Sparse discriminant analysis for breast cancer biomarker identification and classification [J]. Progress in Natural Science, 2009, 19(11): 1635-1641.

- [11] Xu Y, Fang X Z, Li X L, et al. Data uncertainty in face recognition [J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2014, 44(11): 1950-1961.
- [12] Xu Y, Zhu X J, Li Z M. Using the original and symmetrical face training samples to perform representation based two-step face recognition [J]. Pattern Recognition, 2013, 46:1151-1158.
- [13] Zhu J, Yang W K, Tang Z M. A dictionary learning based kernel sparse representation method for face recognition [J]. Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence, 2012, 25(5): 859-864. [朱杰, 杨万扣, 唐振民. 基于字典学习的核稀疏表示人脸识别方法[J]. 模式识别与人工智能, 2012, 25(5): 859-864.]
- [14] Hu Z P, Song S F. Bi-L1 sparse representation algorithm for face recognition based on fusion of global and separated components [J]. Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence, 2012, 25(2):78-83. [胡正平, 宋淑芬. 基于全局和分离部件融合的双L1稀疏表示人脸图像识别算法[J]. 模式识别与人工智能, 2012, 25(2):78-83.]
- [15] Fang X Z, Xu Y, Li X L, et al. Locality and similarity preserving embedding for feature selection [J]. Neurocomputing, 2014, 128:304-315.
- [16] Zhang L, Yang M, Feng X. Sparse representation or collaborative representation: Which helps face recognition? [C]//2011 IEEE International Conference on Computer Vision. Barcelona: IEEE, 2011: 471-478.
- [17] Tibshirani R. Regression shrinkage and selection via the lasso [J]. Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological), 1996, 58(1): 267-288.
- [18] Efron B, Hastie T, Johnstone I, et al. Least angle regression [J]. The Annals of Statistics, 2004, 32(2): 407-499.
- [19] Moghadam A E, Shirani S. Matching pursuit-based region-of-interest image coding [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2007, 16(2): 406-415.
- [20] Needell D, Tropp J A. CoSaMP: iterative signal recovery from incomplete and inaccurate samples [J]. Applied and Computational Harmonic Analysis, 2009, 26(3): 301-321.
- [21] Mailhé B, Gribonval R, Vandergheynst P, et al. Fast orthogonal sparse approximation algorithms over local dictionaries [J]. Signal Processing, 2011, 91(12): 2822-2835.