



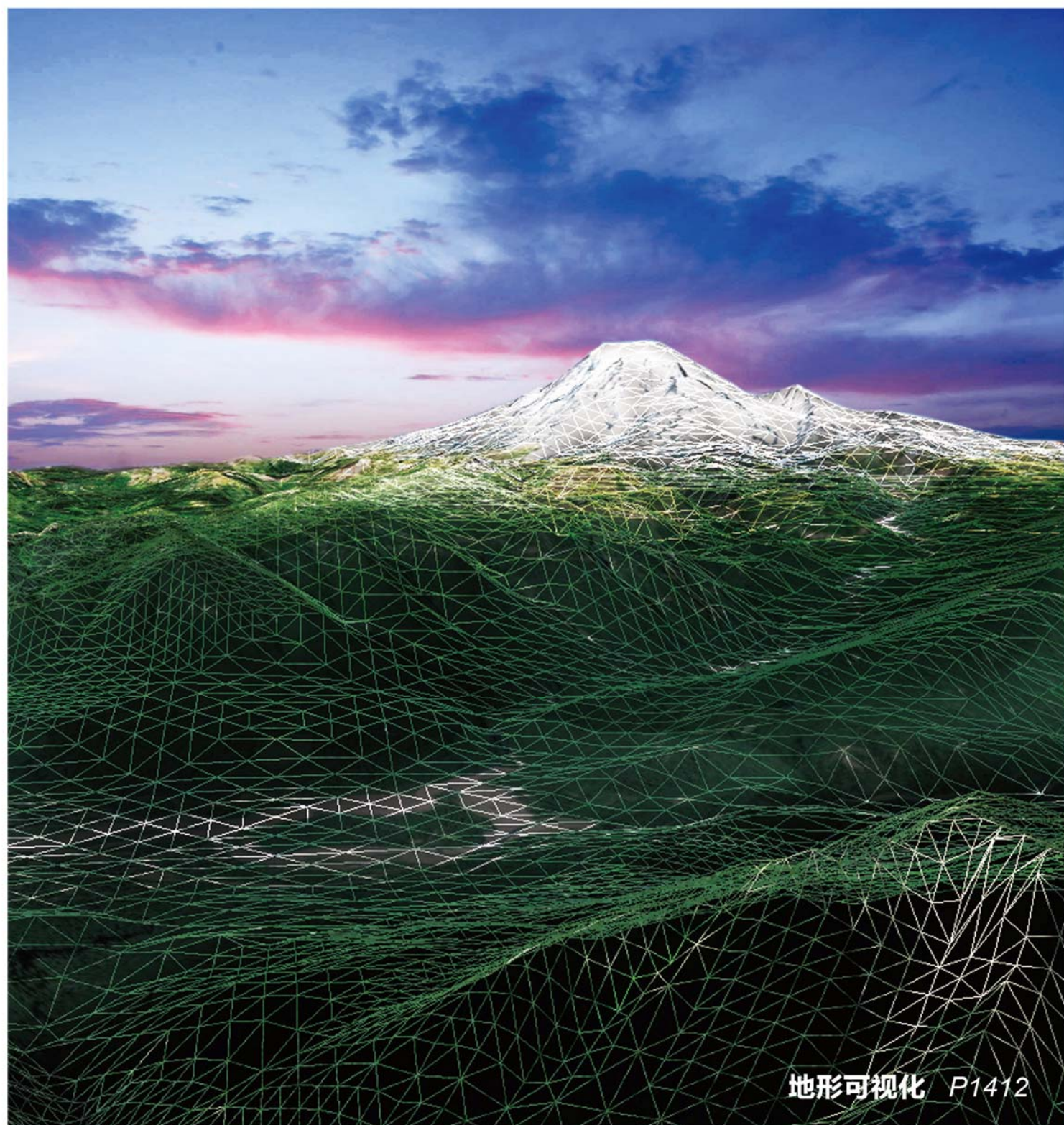
JOURNAL OF IMAGE AND GRAPHICS

主办: 中国科学院遥感与数字地球研究所
中国图象图形学学会
北京应用物理与计算数学研究所

中国图象图形学报

2015
10
VOL.20

ISSN1006-8961
CN11-3758/TB



地形可视化 P1412



第20卷第10期（总第234期）

2015年10月16日

中国精品科技期刊
中国国际影响力优秀学术期刊
中国科技核心期刊
中文核心期刊

版权声明

凡向《中国图象图形学报》投稿，均视为同意在本刊网站及CNKI等全文数据库出版，所刊载论文已获得著作权人的授权。本刊所有图片均为非商业目的使用，所有内容，未经许可，不得转载或以其他方式使用。

Copyright

All rights reserved by Journal of Image and Graphics, Institute of Remote Sensing and Digital Earth, CAS. The content (including but not limited text, photo, etc) published in this journal is for non-commercial use.

主管单位 中国科学院
主办单位 中国科学院遥感与数字地球研究所
中国图象图形学学会
北京应用物理与计算数学研究所

主 编 李小文
编辑出版 《中国图象图形学报》编辑出版委员会
邮政信箱 北京9718信箱
邮 编 100101
电子信箱 jig@radi.ac.cn
电 话 010-64807995
网 址 www.cjig.cn

广告经营许可证 京朝工商广字第0361号
总 发 行 北京报刊发行局
订 购 全国各地邮局
海外发行 中国国际图书贸易集团有限公司
(邮政信箱: 北京399信箱 邮编: 100048)
印刷装订 北京科信印刷有限公司

Journal of Image and Graphics

Title inscription: Song Jian | Monthly, Started in 1996

Superintended by Chinese Academy of Sciences
Sponsored by Institute of Remote Sensing and Digital Earth, CAS
China Society of Image and Graphics
Institute of Applied Physics and Computational Mathematics

Editor-in-Chief LI Xiaowen
Editor, Publisher Editorial and Publishing Board of Journal of
Image and Graphics
P.O.Box 9718, Beijing, P.R.China
Zip code 100101
E-mail jig@radi.ac.cn
Telephone 010-64807995
Website www.cjig.cn

Distributed by Beijing Bureau for Distribution of Newspapers and Journals
Domestic All Local Post Offices in China
Overseas China International Book Trading Corporation
(P.O.Box 399, Beijing 100048, P.R.China)
Printed by Beijing Kexin Printing Co., Ltd.

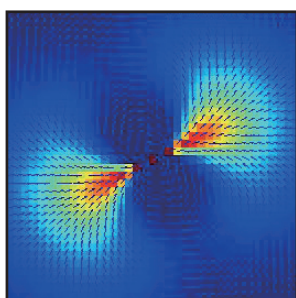
CN 11-3758/TB
ISSN 1006-8961
CODEN ZTTXFZ
国外发行代号 M1406
国内邮发代号 82-831
国内定价 50.00元



JPEG图像双重压缩偏移量估计的篡改区域自动检测定位(第1304页)



基于表情传输的交互式照片编辑(第1366页)



结合张量投票和Snakes模型的SAR图像道路提取(第1403页)

图像处理和编码

基于模式特征的H.264/AVC可逆视频水印

李淑芝, 张翔, 邓小鸿, 吴晓燕1285

二阶总广义变分小波修复模型

许建楼, 郝岩, 张翼1297

JPEG图像双重压缩偏移量估计的篡改区域自动检测定位

赵洁, 郭继昌, 张艳, 张众维1304

图像分析和识别

基于非对称局部梯度编码的人脸表情识别

胡敏, 程轶红, 王晓华, 任福继, 许良凤, 黄晓音1313

采用积分图块间距离检测图像边缘

贾迪, 孟琢, 孙劲光, 李思慧, 赵明远1322

自适应属性加权2维FCM分割算法

侯晓凡, 吴成茂1331

利用层间相关性的岩心CT图像半自动分割方法

徐永进, 滕奇志, 吴晓红, 卿粲波1340

图像理解和计算机视觉

在线特征选取的多示例学习目标跟踪

周志宇, 彭小龙, 吴迪冲, 朱泽飞1346

融合外观和运动特征的在线目标分割

张雷, 李成龙, 汤进, 高思晗1358

基于RGB-D深度相机的室内场景重建

梅峰, 刘京, 李淳芃, 王兆其1366

计算机图形学

带平台伸缩函数的参数曲线变形

张莉, 余慧芳, 檀结庆1374

视景建模中树木纹理图像的随机变形网格方法

施冠羽, 欧阳清1384

基于表情传输的交互式照片编辑

刘锦云, 彭宏京1390

遥感图像处理

结合张量投票和Snakes模型的SAR图像道路提取

符喜优, 张风丽, 王国军, 邵芸1403

GPU Tessellation全球地形可视化方法

李尚林, 郑利平, 张迎凯, 李琳1412

CONTENTS

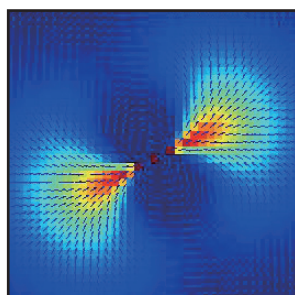
JOURNAL OF IMAGE AND GRAPHICS



Automatic detection and localization of image forgery regions based on offset estimation of double JPEG compression (P1304)



Interactive photo editing based on expression transmission (P1366)



Road extraction from SAR images using tensor voting and Snakes model(P1403)

Image Processing and Coding

- Reversible video watermarking algorithm for H.264/AVC based on mode feature
Li Shuzhi, Zhang Xiang, Deng Xiaohong, Wu Xiaoyan 1285
- Second order total generalized variational model for wavelet inpainting
Xu Jianlou, Hao Yan, Zhang Ji 1297
- Automatic detection and localization of image forgery regions based on offset estimation of double JPEG compression
Zhao Jie, Guo Jichang, Zhang Yan, Zhang Zhongwei 1304

Image Analysis and Recognition

- Facial expression recognition based on asymmetric region local gradient coding
Hu Min, Cheng Yihong, Wang Xiaohua, Ren Fuji, Xu Liangfeng, Huang Xiaoyin 1313
- Edge detection method of block distance combining with summed area table
Jia Di, Meng Lu, Sun Jinguang, Li Sihui, Zhao Mingyuan 1322
- Adaptive weighted two-dimensional histogram FCM segmentation algorithm
Hou Xiaofan, Wu Chengmao 1331
- Semi-segmentation of rock CT images using the correlation of adjacent frames
Xu Yongjin, Teng Qizhi, Wu Xiaohong, Qing Linbo 1340

Image Understanding and Computer Vision

- Object tracking based on multiple instance learning with online feature selection
Zhou Zhiyu, Peng Xiaolong, Wu Dichong, Zhu Zefei 1346
- Online object segmentation via fusing appearance and motion features
Zhang Lei, Li Chenglong, Tang Jin, Gao Sihan 1358
- Improved RGB-D camera based indoor scene reconstruction
Mei Feng, Liu Jing, Li Chunpeng, Wang Zhaoqi 1366

Computer Graphics

- Deformation of parametric curves based on platform extension function
Zhang Li, Yu Huifang, Tan Jieqing 1374
- Method of random transmogrification mesh for tree texture images in scene modeling
Shi Guanyu, Ouyang Qing 1384
- Interactive photo editing based on expression transmission
Liu Jinyun, Peng Hongjin 1390

Remote Sensing Image Processing

- Road extraction from SAR images using tensor voting and Snakes model
Fu Xiyu, Zhang Fengli, Wang Guojun, Shao Yun 1403
- GPU Tessellation method of global terrain visualization
Li Shanglin, Zheng Liping, Zhang Yingkai, Li Lin 1412

中图法分类号: TP391.41 文献标识码: A 文章编号: 1006-8961(2015)10-1297-07

论文引用格式: Xu J L, Hao Y, Zhang J. Second order total generalized variational model for wavelet inpainting[J]. Journal of Image and Graphics, 2015, 20(10): 1297-1303. [许建楼, 郝岩, 张冀. 二阶总广义变分小波修复模型[J]. 中国图象图形学报, 2015, 20(10): 1297-1303.] [DOI: 10.11834/jig.20151002]

二阶总广义变分小波修复模型

许建楼, 郝岩, 张冀

河南科技大学数学与统计学院, 洛阳 471023

摘要: 目的 针对全变分小波修复模型易导致阶梯效应的缺陷, 提出一种加权的二阶总广义变分小波修复模型。

方法 不同于全变分小波修复模型, 假设的新模型引入二阶导数项且能够自动地调解一阶和二阶导数项。另外, 为有效地利用图像的局部结构信息, 新模型引入了权函数, 它既能保护图像的边缘又增强光滑区域的去噪能力。为有效地计算新模型, 利用交替方向法将该模型变为两个子模型, 然后对两个子模型分别给出相应的理论和算法推导。**结果** 相比最近基于全变分正则小波修复模型(平均信噪比, 平均绝对误差及平均结构相似性指标分别为 21.884 4, 6.857 8, 0.827 2), 新模型得到更好的修复效果(平均信噪比, 平均绝对误差及平均结构相似性指标分别为 22.313 8, 6.626 1, 0.831 8)。**结论** 与全变分正则相比, 二阶总广义变分正则更好地减轻阶梯效应。目前, 国内外学者对该问题的研究取得一些结果。由于原始-对偶算法需要较小的参数, 所以运算的速度较慢, 因此更快速的算法理论有待进一步研究。另外, 该正则能应用于图像去噪、分割、放大等方面。

关键词: 全变分; 总广义变分; 图像修复; 交替方向法; 原始-对偶算法。

Second order total generalized variational model for wavelet inpainting

Xu Jianlou, Hao Yan, Zhang Ji

School of Mathematics and Statistics, Henan University of Science and Technology, Luoyang 471023, China

Abstract: **Objective** To address the drawback of the staircase effect of the total variational method, we proposed a weighted second-order total generalized variational model for wavelet inpainting. **Method** Unlike the total variational method, the proposed model contains a second-order derivative term and a first-order derivative term, which the model can automatically balance with two regularization parameters. To utilize the local structure of image information, we introduced an edge indicator function in the proposed model. The edge indicator function was 0 when the pixels belonged to the edge domain of the image and 1 when the pixels belonged to the smooth domain of the image. Thus, the proposed edge indicator function can preserve the edges and fine parts of restored images while improving noise removal in the smooth domain. To compute the new model effectively, we introduced a new variable and then used the alternative direction method to convert the original model into two submodels. For the first submodel, we used variational theory to solve the energy function and obtain the corresponding closed solution. For the second submodel, its non-convex characteristic made the derivation of solution considerably difficult. We sought to overcome such disadvantage by introducing the iteratively reweighted method. This method

收稿日期: 2015-01-04; 修回日期: 2015-06-11

基金项目: 国家自然科学基金项目(61301229); 河南省高校重点科研基金项目(15A110020); 河南科技大学博士科研基金项目(09001708, 09001751)

第一作者简介: 许建楼(1977—), 男, 2013 年于西安电子科技大学理学院获应用数学专业博士学位, 主要研究方向为图像处理中的变分正则化。E-mail: xujianlou @ 126.com

Supported by: National Natural Science Foundation of China (61301229)

was employed to convert the original non-convex problem into several convex ones, that is, we improved the edge indicator function using the last restoration image and turned the non-convex submodel into a convex one. Subsequently, we introduced dual variables and transformed the second submodel into a minmax problem, which we then solved using a primal-dual algorithm. **Result** The comprehensive experimental results show that the new model obtains better results than recent total variation regularization wavelet inpainting methods. The average values of PSNR, MAE, and SSIM obtained with the total variation method are 21.884 4, 6.857 8, and 0.827 2, respectively; whereas, the values obtained with the proposed method are 22.313 8, 6.626 1, and 0.831 8, respectively. **Conclusion** Total variation regularization is widely used in image processing. However, this technique produces the staircase effect. To overcome this drawback, we proposed a new weighted variational model for wavelet inpainting. This new model contains a total generalized regularization term that includes first-order derivative and second-order derivative terms. This feature allows the new model to automatically adjust the terms through two regularization parameters. To solve the new model, we first used the alternative direction method to transform the original problem into two subproblems. For the first subproblem, we obtained the necessary closed solution. For the second subproblem, we used the iterative reweighted method to reduce this subproblem into a convex problem, which we then solved using a primal-dual algorithm. For fair comparison, we used Daubechies 7-9 bi-orthogonal wavelets with symmetric extensions at the boundaries. The level of wavelet decomposition was 3, and the low frequency wavelet coefficients were lost randomly. We adopted a signal-to-noise ratio in decibels, mean absolute deviation error, and structural similarity to evaluate the quality of the restoration image. Experimental results show that compared with existing state-of-the-art algorithms, the new model is more effective in wavelet domain inpainting and is capable of obtaining better inpainting results for certain smooth images.

Key words: total variation; total generalized variation; image inpainting; primal-dual algorithm

0 引言

图像修复是图像处理的基本问题之一,其基本思想是利用图像中已知的信息来修补缺损的部分并满足人们的视觉。

变分偏微分方程(PDE)^[1-7]等方法在图像处理中得到广泛的应用。在图像域修复中,文献[1]首先提出一种基于信息传输的图像修复模型,该模型利用各向异性扩散的沿边缘方向传输不同的图像信息以修复目标区域。文献[2-3]在此研究的基础上分别提出了总体变分(TV)修复模型及曲率驱动扩散模型(CDD),由于PDE的修复模型具有一个共同的缺点,就是在扩散过程中不能保持图像的纹理信息,只能用于小区域非纹理图像修复,若待修复的目标区域较大时,则修复结果会产生一定的模糊,引起很大的失真,所以后来产生非局部的图像修复方法。

变换域修复与图像域修复不同,它是修补变换域丢失的系数,而这些系数对应的区域是不确定的。变换域修复的方法如小波域修复^[8-11]等。特别地,当新的图像压缩标准JPEG2000发布以后,小波方法已被广泛地应用在图像处理中,许多图像根据小

波系数而被存储。这样在存储和传递的过程中,一些小波系数可能被丢失和中断,那么修复丢失的小波系数显得非常的重要。由此文献[8]利用梯度下降法研究了基于TV的小波修复模型,目的是为了在修复的同时保护图像的边缘。由于梯度下降法需要用较小的时间步长来保证算法的收敛性,因此运算的速度相对较慢。为了提高运算的速度,文献[9]引入一个辅助变量,利用交替方向法把原问题变为两个相关的子问题。最近文献[10]又利用原始一对偶算法又进一步改进了修复的速度。众所周知,TV正则产生阶梯效应。文献[11]利用非局部的TV正则得到较好的修复效果,然而修复的速度比较慢。

最近,Bredies等人^[12]提出了一种新的数学概念,即总广义变分(TGV)。与通常的TV不同,TGV正则不但保护图像的边缘而且在远离边缘的区域引进了高阶的导数。理论分析和实验结果表明,TGV不但能够去除阶梯效应,而且还具有良好的保边性能。由于一阶的TGV变为TV,因此它是TV的继承和发展,目前它正受到越来越多的关注^[12-14]。

利用TGV的性质,提出一种新的变分小波修复模型,同时给出一种有效的数值算法。新模型不仅能够克服传统TV模型容易产生阶梯效应的缺

点,而且又能对图像的边缘进行有效的保护。实验结果表明,新模型的修复效果和信噪比的计算结果比TV模型均有明显地提高。

1 基于TV的小波修复模型

首先,设 h 为噪声图像, f 为观察图像, W 为正交的小波变换, h, f 在 W 下分别为

$$\begin{aligned} h(\xi) &= \sum_{j,k} \xi_{j,k} \psi_{j,k}(x), \quad j \in \mathbf{Z}, k \in \mathbf{Z}^2 \\ f(\xi) &= \sum_{j,k} \xi_{j,k} \psi_{j,k}(x), \quad j \in \mathbf{Z}, k \in \mathbf{Z}^2 \end{aligned} \quad (1)$$

式中, $\{\psi_{j,k}\}$ 为正交的小波基, ξ 为观察图像 f 的小波系数, ξ 为噪声图像 h 的小波系数,并有关系

$$\xi_{j,k} = \begin{cases} \xi_{j,k} & (j,k) \in \mathbf{I} \\ 0 & (j,k) \in \Omega - \mathbf{I} \end{cases} \quad (2)$$

式中, Ω 为完整的小波系数域, $\mathbf{I}$ 是已知的小波系数域。小波域修复的目标就是从已知观察图像 f 的小波系数恢复原始的图像。

文献[8]研究了基于TV正则的小波修复模型

$$\min_{\alpha} \frac{\lambda}{2} \sum_{j,k} \chi_{j,k} (\xi_{j,k} - \alpha_{j,k})^2 + \|u(\alpha)\|_{\text{TV}} \quad (3)$$

式中, $\chi_{j,k} = \begin{cases} 1 & (j,k) \in \mathbf{I} \\ 0 & (j,k) \in \Omega - \mathbf{I} \end{cases}$, λ 是平衡参数, $\alpha_{j,k}$ 是恢复图像 u 的小波系数, $\alpha = \{\alpha_{j,k}\}$ 。最近文献[9-10]利用对偶算法和原始对偶分别对模型式(3)进行加速。

上述方法都是研究具有TV正则的小波修复模型,所以它的数值格式简单并且具有良好的收敛性。另外,TV修复模型能够在修复小波系数的同时去除噪声,并保持图像的边缘。但是TV仅能有效地逼近分片常数函数,因此,在它的修复结果中常常会出现阶梯效应。

2 本文模型及算法

2.1 本文模型

最近,TGV作为一种全新的数学框架吸引了许多人的注意^[12-14]。与TV不同,TGV不仅具有良好的保边性能,而且还能在去噪过程中避免阶梯效应。TGV的定义如下

设 $\Omega \subset \mathbf{R}^d$ 是一个开区域, $k \in \mathbf{N}$ 阶TGV定义为

$$\begin{aligned} \text{TGV}_{\delta}^k(u) &= \sup \left\{ \int_{\Omega} u \operatorname{div}^k \varphi \, dx, \|\operatorname{div}^l \varphi\|_{\infty} \leq \delta_l, \right. \\ &\quad \left. l = 0, \dots, k-1 \right\} \end{aligned} \quad (4)$$

式中, $\varphi \in C_c^k(\Omega, \operatorname{Sym}^k(\mathbf{R}^d))$, C_c^k 为 k 阶连续的函数空间, $\operatorname{Sym}^k(\mathbf{R}^d)$ 为 k 阶对称张量空间, $\delta = (\delta_0, \dots, \delta_{m-1}) > 0$ 。对称矩阵 φ 的一阶,二阶散度定义为

$$(\operatorname{div} \varphi)_i = \sum_{j=1}^d \frac{\partial \varphi_{i,j}}{\partial x_j} \quad (5)$$

$$\operatorname{div}^2 \varphi = \sum_{i=1}^d \frac{\partial \varphi_{i,i}}{\partial x_i^2} + 2 \sum_{i=1}^d \sum_{j < i} \frac{\partial \varphi_{i,j}}{\partial x_i \partial x_j}$$

φ 的无穷范数为

$$\|\varphi\|_{\infty} = \sup_{x \in \Omega} \left(\sum_{i=1}^d \varphi_{i,i}^2(x) + 2 \sum_{i=1}^d \sum_{j < i} \varphi_{i,j}^2(x) \right)^{1/2} \quad (6)$$

从TGV的定义可以看出,当 $k=1$ 时, $\text{TGV}_{\delta}^k = \delta_0 \text{TV}$ 。因此,TGV实际上是通常TV的推广。

当 $k=2$ 时,二阶的TGV为

$$\begin{aligned} \text{TGV}_{\delta}^2(u) &= \sup \left\{ \int_{\Omega} u \operatorname{div}^2 \varphi \, dx, \|\varphi\|_{\infty} \leq \delta_0, \right. \\ &\quad \left. \|\operatorname{div} \varphi\|_{\infty} \leq \delta_1 \right\} \end{aligned} \quad (7)$$

另外,二阶的TGV又可变为^[13]

$$\begin{aligned} \text{TGV}_{\delta}^2(u) &= \min_{\omega \in \mathbf{BD}(\Omega)} \delta_1 \int_{\Omega} |\nabla u - \omega| \, dx + \\ &\quad \delta_0 \int_{\Omega} |\varepsilon(\omega)| \, dx \end{aligned} \quad (8)$$

式中, $\mathbf{BD}(\Omega)$ 表示有界扭曲的向量场空间, $\varepsilon(\omega) = \frac{1}{2}(\nabla \omega + \nabla \omega^T)$ 。

由于 TGV_{δ}^2 具有简单的表达式(8)以及一些优良的性质,如保持边缘、去除阶梯效应、凸的、下半连续的等等。因此,目前,二阶TGV在实际的图像处理应用中备受青睐^[12-14]。

针对TV模型存在的问题,结合二阶TGV,提出了一种加权的二阶总广义变分小波修复模型

$$\min_{\alpha} \frac{\lambda}{2} \sum_{j,k} \chi_{j,k} (\xi_{j,k} - \alpha_{j,k})^2 + \Psi(u(\alpha)) \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \Psi(u(\alpha)) &= \min_{\omega \in \mathbf{BD}(\Omega)} \delta_1 \int_{\Omega} g(x) |\nabla u - \omega| \, dx + \\ &\quad \delta_0 \int_{\Omega} |\varepsilon(\omega)| \, dx \end{aligned}$$

式中, $g(x)$ 是一个非递增函数,满足:在图像的平滑区域 $g(x) \rightarrow 1$,实现强平滑,去除噪声,抑制阶梯效应;在边缘处 $g(x) \rightarrow 0$,防止边缘被模糊,即起到保

边缘的作用。

与 TV 修复模型式(3)相比,新模型式(9)也能在修复图像的同时保持图像的边缘。当 $g(x) = 1$, 新模型式(9)的正则项变为二阶的 TGV, 所以模型式(9)更加一般, 它具有二阶 TGV 的特性。由于新模型式(9)能平衡低阶和高阶导数项, 函数 $g(x)$ 具有保边的作用, 因此, 它除了具备 TV 模型的优点外, 还能在修复过程中去除阶梯效应, 这一点 TV 修复模型是无法比拟的。

2.2 交替方向法

为有效地求解模型式(9), 首先引入辅助变量 β , 使得 $\beta = \alpha$, 则式(9)可变为下列带约束的优化问题

$$\min_{\alpha} \frac{\lambda}{2} \|\chi(\xi - \beta)\|_2^2 + \Psi(u(\alpha)) \text{ 满足 } \beta = \alpha \quad (10)$$

式中, χ 是对角化矩阵, 对角化的元素为 $\chi_{j,k}$ 。利用罚函数的方法, 式(10)可变为无约束的优化问题

$$\min_{\alpha, \beta} \frac{\lambda}{2} \|\chi(\xi - \beta)\|_2^2 + \frac{\gamma}{2} \|\alpha - \beta\|_2^2 + \Psi(u(\alpha)) \quad (11)$$

式中, γ 为大于 0 的参数。显然, 当 $\gamma \rightarrow \infty$, 式(11)就变为式(10)。

对式(11), 采用交替方向法求解

$$\beta^{n+1} = \arg \min_{\beta} \frac{\lambda}{2} \|\chi(\xi - \beta)\|_2^2 + \frac{\gamma}{2} \|\beta - \alpha^n\|_2^2 \quad (12)$$

$$\alpha^{n+1} = \arg \min_{\alpha} \frac{\gamma}{2} \|\beta^{n+1} - \alpha\|_2^2 + \Psi(u(\alpha)) \quad (13)$$

式(12)关于 β 是线性的, 其 Euler-Lagrange 方程为

$$\lambda\chi(\beta - \xi) + \gamma(\beta - \alpha^n) = 0 \quad (14)$$

即

$$\beta^{n+1} = (\chi + \mu)^{-1}(\chi\xi + \mu\alpha^n) \quad (15)$$

$$\mu = \frac{\gamma}{\lambda}$$

对式(13)的求解, 首先利用正交变换的特性可将小波域求解的优化问题转变为像素域求解

令 $\theta^{n+1} = W^{-1}\beta^{n+1}$, $\alpha = Wu$, W 为正交小波变换。则式(13)变为

$$\alpha^{n+1} = W \arg \min_u \frac{\gamma}{2} \|W(\theta^{n+1} - u)\|_2^2 + \Psi(u) =$$

$$W \arg \min_u \frac{\gamma}{2} \|\theta^{n+1} - u\|_2^2 + \Psi(u) \quad (16)$$

因此求解 α^{n+1} , 只需要求解优化问题

$$u^{n+1} = \arg \min_u \frac{\gamma}{2} \|\theta^{n+1} - u\|_2^2 + \Psi(u) \quad (17)$$

那么 $\alpha^{n+1} = Wu^{n+1}$ 。

式(17)的求解利用原始一对偶算法^[15], 为利用原始一对偶算法有效地求解式(17), 首先, 根据 Legendre-Fenchel 变换, 可得式(17)的对偶形式为

$$\min_{u, \omega} \max_{p \in P, q \in Q} \langle \nabla u - \omega, p \rangle + \langle \varepsilon(\omega), q \rangle +$$

$$\frac{\gamma}{2} \|\theta^{n+1} - u\|_2^2 \quad (18)$$

式中, P, Q 定义为

$$\begin{cases} P = \{p = [p_1, p_2]^T \mid |p| \leq g\delta_1\} \\ Q = \left\{q = \begin{bmatrix} q_{11}, q_{12} \\ q_{21}, q_{22} \end{bmatrix} \mid \|q\|_{\infty} \leq \delta_0\right\} \end{cases} \quad (19)$$

得式(18)的算法为

$$\begin{cases} p^{n,m+1} = \text{proj}_P(p^{n,m} + \delta(\nabla u^{n,m} - \bar{\omega}^{n,m})) \\ q^{n,m+1} = \text{proj}_Q(q^{n,m} + \delta(\varepsilon(\bar{\omega}^{n,m}))) \\ u^{n,m+1} = \frac{u^{n,m} + \tau \text{div}(p^{n,m+1}) + \tau \gamma \theta^{n+1}}{1 + \tau \gamma} \\ \omega^{n,m+1} = \omega^{n,m} + \tau(p^{n,m+1} + \text{div}^h(q^{n,m+1})) \\ \bar{u}^{n,m+1} = 2u^{n,m+1} - u^{n,m} \\ \bar{\omega}^{n,m+1} = 2\omega^{n,m+1} - \omega^{n,m} \end{cases} \quad (20)$$

式中, m 是内迭代次数, n 是外迭代次数, $\text{proj}_P(p) =$

$$\frac{p}{\max\left(1, \frac{|p|}{g\delta_1}\right)}, \text{proj}_Q(q) = \frac{q}{\max\left(1, \frac{|q|}{\delta_0}\right)}, \text{div}^h(q)$$

见文献[14]。

综上所述, 求解模型式(9)的交替方向算法如下:

- 1) 初始 δ_0, δ_1, m ;
- 2) 计算 β^{n+1} 通过式(15);
- 3) 通过式(20)计算 $u^{n+1} = u^{n,m}$;
- 4) 计算 $\alpha^{n+1} = Wu^{n+1}$;
- 5) $n = n + 1$;
- 6) 直到满足停止标准。

3 数值实验

用 Cameraman (256 × 256 像素), Lena (256 × 256 像素) 等作为测试图, 用信噪比 (SNR)、平均绝对误差 (MAE)^[16] 及结构相似性 (SSIM)^[17] 评价修复图像的质量。SNR 为

$$\text{SNR} = 10 \lg \frac{\|u_0\|_2^2}{\|u^* - u_0\|_2^2}$$

式中, u^* 、 u_0 分别为修复图和原始干净图。SSIM 越高表明恢复图像的结构相似性越好。函数 $g(x)$ 取为边缘指示函数,在图像的平滑区域, $g(x) \rightarrow 1$,抑制噪声;在图像的边缘处, $g(x) \rightarrow 0$,防止边缘被光滑。具体为 $g(x) = \frac{1}{1 + K|\nabla G_\sigma * \theta^{n+1}|^2}$, $G_\sigma(x)$ 为含参数 σ 的高斯滤波, $K \geq 0$ 为对比因子。实验中 $K = 0.001$, $\sigma = 1$, 内迭代次数 $m = 30$, 终止条件为 $\frac{\|u^{n+1} - u^n\|_2}{\|u^n\|_2} \leq 10^{-5}$ 。为了公平地比较,实验中选择的小波均为边界对称延拓的 Db7-9 双正交小波^[9-10]。

实验1 Cameraman 图像修复实验。噪声的标准差为 20, 随机丢失 40% 的小波系数。实验参数为 $\gamma = 0.1, \mu = 2, \delta_1 = 2, \delta_0 = 1, \tau = 0.1, \delta = 0.1$ 。图 1(c)(d) 分别是文献[9]和本文的修复结果。可以看出,新模型取得较好的视觉效果,阶梯效应明显的减少。同时,所修复的图 1(d) 边缘较好地被保护。从表 1 可以看出,新模型的各项指标均优于文献[9]的结果,其中 SNR 比文献[9]高 0.7 dB。

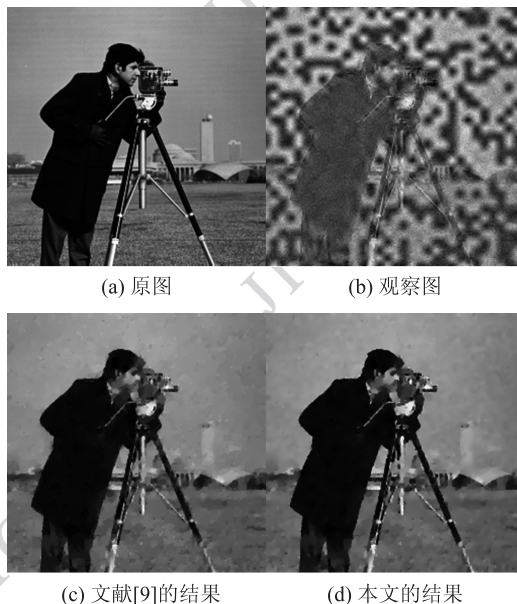


图1 Cameraman 图修复实验

Fig. 1 The inpainting experiment for Cameraman image

表1 实验1中不同模型的 SNR, MAE, SSIM 比较结果

Table 1 SNR, SSIM MAE for different models in the experiment 1

模型	SNR	MAE	SSIM
文献[9]	17.83	9.754 2	0.746 3
本文	18.53	8.905 8	0.763 0

实验2 Lena 图修复实验。Lena 图含有一些纹理和细节。噪声的标准差为 20, 随机丢失 40% 的小波系数。实验参数为 $\gamma = 0.1, \mu = 2, \delta_1 = 2, \delta_0 = 1, \tau = 0.1, \delta = 0.1$ 。从图 2(b) 可看出,由于许多低频的成分被丢失,观察图像有很多大的区域丢失,这样在像素域就很难确定修复区域。图 2(c)(d)(e) 分别是文献[9-10]和本文的修复结果,可以看出,文献[9-10]的结果含有明显的阶梯效应,本文模型取得了较好的视觉效果,阶梯效应明显的降低。由表 2 的具体数据知,本文算法优于文献[9-10]的结果。



图2 Lena 图修复实验

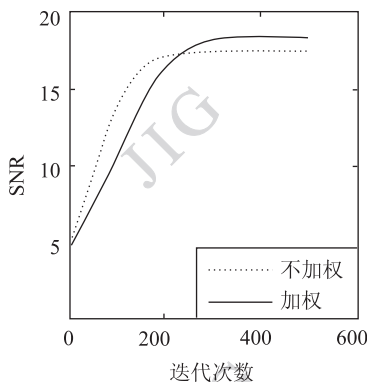
Fig. 2 The inpainting experiment for Lena image

表2 实验2中不同模型的SNR, MAE, SSIM比较结果

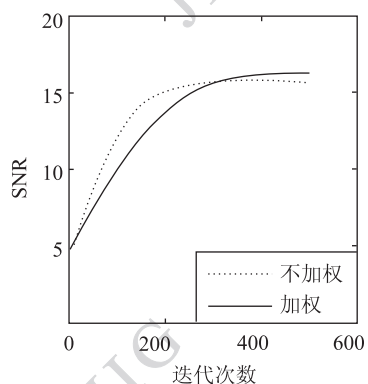
Table 2 SNR, SSIM MAE for different models in the experiment 2

模型	SNR	MAE	SSIM
文献[9]	15.91	11.816 2	0.708 1
文献[10]	15.93	11.805 3	0.707 3
本文	16.36	11.214 0	0.720 6

实验3 为了说明模型式(9)中权函数 $g(x)$ 的重要性,在参数相同的情况下,分别对实验1的Cameraman图和实验2的Lena图进行了测试。图3(a)是实验1中的SNR随迭代次数演化曲线图,图3(b)是实验2中的SNR随迭代次数演化曲线图。从两个曲线图,可以明显的看出带权的结果优于不带权的结果。



(a) 实验1 SNR



(b) 实验2 SNR

图3 SNR随迭代次数演化曲线图

Fig. 3 The cures of SNR with the iteration

实验4 文献[10]证明了文献[10]获得的信噪比高于文献[9]的结果。所以为更好地验证新模型的实效性,下面对不同噪声和不同丢失的小波系数情形分别与文献[10]的结果对比。情形1:噪声

的标准差为10,随机丢失20%的小波系数;情形2:噪声的标准差为20,随机丢失40%的小波系数。结果见表3。从表3可看出,本文模型获得的SNR、MAE指标均高于文献[10]的结果;而对于大多数SSIM值,本文算法均优于文献[10]的结果。所以新算法总体上优于文献[10]。

表3 不同模型的SNR, MAE, SSIM比较结果

Table 3 SNR, SSIM MAE for different models in experiments

图像	噪声	文献[10]			本文模型		
		SNR	MAE	SSIM	SNR	MAE	SSIM
Coco	10	26.86	3.582	0.912	27.23	3.523	0.913
	20	21.83	5.955	0.844	22.22	5.908	0.847
Toys	10	23.11	4.005	0.892	23.40	3.926	0.896
	20	19.20	6.231	0.810	19.33	6.266	0.812
Peppers	10	22.97	6.193	0.868	23.49	5.803	0.877
	20	17.68	11.38	0.743	18.36	10.35	0.766
Airplane	10	28.10	4.073	0.943	28.36	4.032	0.941
	20	23.89	6.483	0.867	24.25	6.322	0.868
Lena	10	20.45	6.857	0.850	21.05	6.697	0.847
	20	15.93	11.81	0.707	16.36	11.21	0.721
House	10	25.63	4.623	0.854	26.28	4.517	0.851
	20	21.00	7.361	0.773	21.65	7.130	0.777
Boat	10	22.96	6.612	0.899	23.15	6.525	0.902
	20	19.22	9.950	0.770	19.37	9.761	0.778
Einstein	10	22.84	5.659	0.815	23.26	5.589	0.815
	20	18.48	8.950	0.688	19.26	8.459	0.698

注:黑体为最好结果。

4 结论

基于全变分的小波修复模型能有效恢复图像,然而出现阶梯效应。为有效去除阶梯效应并较好的恢复图像,提出一种加权的二阶总广义变分小波修复模型。该模型充分利用权函数的优点,在平滑的区域去除噪声,在边缘处抑制光滑,也即是说该函数能充分利用图像的局部信息。相比全变分,该模型

更好地减轻阶梯效应。另外,为有效地求解该模型,首先利用分裂和交替方向法将原问题变为两个对应的子问题,然后对两个子问题分别求解。实验结果表明,假设的新模型取得更好的结果。由于原始-对偶方法需要较小的参数,运算的速度较慢,因此更快速的算法理论有待进一步研究。另外,二阶总广义变分正则能应用于图像去噪、分割、放大等方面。

志谢

非常感谢文有为教授提供他们文章的代码。

参考文献 (References)

- [1] Bertalmio M, Sapiro G, Caselles V, et al. Image inpainting [C]//Proceedings of SIGGRAPH 2000. New Orleans, LA, USA: ACM Press,2000, 417-424.
- [2] Chan T F, Shen J. Non-texture inpainting by curvature driven diffusion (CDD) [J]. Journal of Visual Communication and Image Representation, 2001, 12(4): 436-449.
- [3] Chan T, Shen J. Mathematical models of local non-texture inpaintings [J]. SIAM Journal on Applied Mathematics, 2002, 62(3):1019-1043.
- [4] Xu J L, Feng X C, Hao Y. Improved TV-Stokes model and algorithm for image inpainting [J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2012,34(5):1142-1147. [许建楼,冯象初,郝岩.改进的TV-Stokes修复模型及其算法[J].电子与信息学报,2012,34(5):1142-1147.]
- [5] Li X C, Liu H K, Song B. Application analysis of regularization model of energy functional to image restoration [J]. Journal of Image Graphics, 2014, 19(9):1247-1259. [李旭超,刘海宽,宋博.能量泛函正则化模型在图像恢复中的应用分析[J].中国图象图形学报,2014, 19(9):1247-1259.] [DOI: 10.11834/jig.20140901]
- [6] Guo C Z, Qin Z Y, Shi W J. TV image denoising model based on energy functionals and HVS [J]. Journal of Image Graphics, 2014, 19(9):1282-1287. [郭从洲,秦志远,时文俊.基于能量泛函和视觉特性的全变分图像降噪模型[J].中国图象图形学报,2014, 19(9):1282-1287.] [DOI: 10.11834/jig.20140904]
- [7] Xu J L, Feng X C, Hao Y, et al. Adaptive variational models for image decomposition [J]. Science China Information Sciences, 2014,57:028102(1-8).
- [8] Chan T F, Shen J, Zhou H. Total variation wavelet inpainting [J]. Journal of Mathematical Imaging and Vision, 2006,25(1): 107-125.
- [9] Chan R, Wen Y W, Yip A. A fast optimization transfer algorithm for image inpainting in wavelet domains [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2009,18(7):1467-1476.
- [10] Wen Y W, Chan R H, Yip A M. A primal-dual method for total variation-based wavelet domain inpainting [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2012,21(1):106-114.
- [11] Zhang X Q, Chan T F. Wavelet inpainting by nonlocal total variation [J]. Inverse Problems and Imaging,2010, 4(1): 1-20.
- [12] Bredies K, Kunisch K, Pock T. Total generalized variation [J]. SIAM Journal on Imaging Sciences, 2010, 3(3):492-526.
- [13] Bredies K, Valkonen T. Inverse problems with second-order total generalized variation constraints [C]//Proceedings of SampTA the 9th International Conference on Sampling Theory and Applications. Singapore: IEEE Press, 2011:1-4.
- [14] Xu J L, Feng X C, Hao Y. Image restoration method with adaptive second order total generalized variation [J]. Journal of Optoelectronics · Laser, 2013,24(2):378-383. [许建楼,冯象初,郝岩.自适应二阶总广义变分图像恢复方法[J].光电子·激光,2013,24(2):378-383.]
- [15] Chambolle A, Pock T. A first-order primal-dual algorithm for convex problems with applications to imaging [J]. Journal of Mathematical Imaging and Vision, 2011,40(1):120-145.
- [16] Hao Y, Xu J, Bai J. Primal-dual method for the coupled variational model [J]. Computers and Electrical Engineering. 2014, 40(3): 808-818.
- [17] Wang Z, Bovik A, Sheikh H, et al. Image quality assessment: from error visibility to structural similarity [J]. IEEE Transactions on Image Processing,2004,13(4): 1-14.