



JOURNAL OF IMAGE AND GRAPHICS

主办：中国科学院遥感与数字地球研究所
中国图象图形学学会
北京应用物理与计算数学研究所

中国图象图形学报

2015

11

VOL.20

ISSN1006-8961
CN11-3758/TB



动作识别 P1462



第20卷第11期（总第235期）

2015年11月16日

中国精品科技期刊
中国国际影响力优秀学术期刊
中国科技核心期刊
中文核心期刊

版权声明

凡向《中国图象图形学报》投稿，均视为同意在本刊网站及CNKI等全文数据库出版，所刊载论文已获得著作权人的授权。本刊所有图片均为非商业目的使用，所有内容，未经许可，不得转载或以其他方式使用。

Copyright

All rights reserved by Journal of Image and Graphics, Institute of Remote Sensing and Digital Earth, CAS. The content (including but not limited text, photo, etc) published in this journal is for non-commercial use.

主管单位 中国科学院

主办单位 中国科学院遥感与数字地球研究所

中国图象图形学学会

北京应用物理与计算数学研究所

主 编 李小文

编辑出版《中国图象图形学报》编辑出版委员会

邮政信箱 北京9718信箱

邮 编 100101

电子信箱 jig@radi.ac.cn

电 话 010-64807995

网 址 www.cjig.cn

广告经营许可证 京朝工商广字第0361号

总 发 行 北京报刊发行局

订 购 全国各地邮局

海外发行 中国国际图书贸易集团有限公司

（邮政信箱：北京399信箱 邮编：100048）

印刷装订 北京科信印刷有限公司

Journal of Image and Graphics

Title inscription: Song Jian

Monthly, Started in 1996

Superintended by Chinese Academy of Sciences

Sponsored by Institute of Remote Sensing and Digital Earth, CAS

China Society of Image and Graphics

Institute of Applied Physics and Computational Mathematics

Editor-in-Chief LI Xiaowen

Editor, Publisher Editorial and Publishing Board of Journal of Image and Graphics

P.O.Box 9718, Beijing, P.R.China

Zip code 100101

E-mail jig@radi.ac.cn

Telephone 010-64807995

Website www.cjig.cn

Distributed by Beijing Bureau for Distribution of Newspapers and Journals

Domestic All Local Post Offices in China

Overseas China International Book Trading Corporation

(P.O.Box 399, Beijing 100048, P.R.China)

Printed by Beijing Kexin Printing Co., Ltd.

CN 11-3758/TB

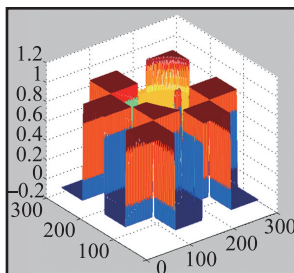
ISSN 1006-8961

CODEN ZTTXFZ

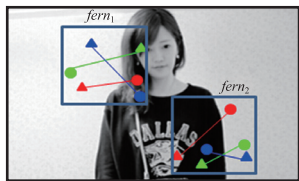
国外发行代号 M1406

国内邮发代号 82-831

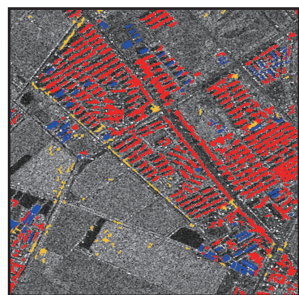
国内定价 50.00元



对偶算法在紧框架域TV-L₁
去模糊模型中的应用
(第1434页)



融合检测和跟踪的实时人脸
跟踪(第1473页)



高分辨率SAR影像形态学
层级分析的建筑物检测
(第1517页)

综述

多媒体技术研究: 2014——深度学习与媒体计算

吴飞, 朱文武, 于俊清 1423

图像处理和编码

对偶算法在紧框架域TV-L₁去模糊模型中的应用

李旭超, 马松岩, 边素轩 1434

融合梯度信息与HVS滤波器的无参考清晰度评价

应凌楷, 李子印, 张聪聪 1446

消除halo效应和色彩失真的去雾算法

刘兴云, 戴声奎 1453

图像分析和识别

融合多姿势估计特征的动作识别

罗会兰, 冯宇杰, 孔繁胜 1462

融合检测和跟踪的实时人脸跟踪

刘嘉敏, 梁莹, 孙洪兴, 段勇, 刘斌 1473

非凸加权核范数及其在运动目标检测中的应用

周宗伟, 金忠 1482

图像理解和计算机视觉

OPTICS聚类与目标区域概率模型的多运动目标跟踪

孙天宇, 孙炜, 薛敏 1492

具有仿反馈机制的图像模式分类认知

陈克琼, 王建平, 李帷韬, 赵丽欣 1500

计算机图形学

带形状控制的自由曲线曲面参数样条

彭丰富, 田良 1511

遥感图像处理

高分辨率SAR影像形态学层级分析的建筑物检测

张恒, 余涛, 柳鹏, 张周威 1517

利用邻域质心投票从分类后影像提取道路中心线

丁磊, 姚红, 郭海涛, 刘志青 1526

单形体体积最小化的差分进化光谱解混算法

覃事银, 罗文斐, 杨斌, 张锐豪 1535

地理信息技术

突破环境限制的导盲方法

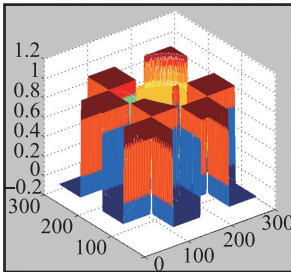
张探, 陈超 1545

MPI和OpenMP混合并行模型下的遥感编目信息检索

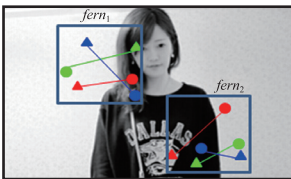
曲海成, 梁雪剑, 刘万军, 籍瑞庆 1552

CONTENTS

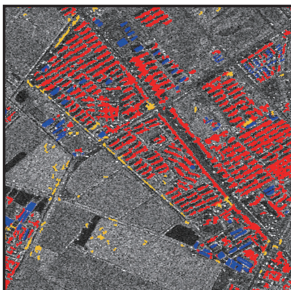
JOURNAL OF IMAGE AND GRAPHICS



Application of dual algorithm to TV-L₁ deblurring model of frame domain(第1434页)



Real-time face tracking based on detecting and tracking (第1473页)



Building detection of high-resolution SAR image based on morphological hierarchy analysis(第1517页)

Review

- Researches on multimedia technology 2014—deep learning and multimedia computing
Wu Fei, Zhu Wenwu, Yu Junqing 1423

Image Processing and Coding

- Application of dual algorithm to TV-L₁ deblurring model of frame domain
Li Xuchao, Ma Songyan, Bian Suxuan 1434
- No-reference sharpness assessment with fusion of gradient information and HVS filter
Ying Ling kai, Li Ziyin, Zhang Congcong 1446
- Halo-free and color-distortion-free algorithm for image dehazing
Liu Xingyun, Dai Shengkui 1453

Image Analysis and Recognition

- Fusing multiple pose estimations for still image action recognition
Luo Huilan, Feng Yujie, Kong Fansheng 1462
- Real-time face tracking based on detecting and tracking
Liu Jiamin, Liang Ying, Sun Hongxing, Duan Yong, Liu Xiao 1473
- Weighted nonconvex nuclear norm and its application in the moving target detection
Zhou Zongwei, Jin Zhong 1482

Image Understanding and Computer Vision

- Tracking multiple moving objects based on OPTICS and object probability model
Sun Tianyu, Sun Wei, Xun Min 1492
- Image pattern cognition with simulated feedback mechanism
Chen Keqiong, Wang Jianping, Li Weitao, Zhao Lixin 1500

Computer Graphics

- Shape parameter spline for free-form curve and surface
Peng Fengfu, Tian Liang 1511

Remote Sensing Image Processing

- Building detection of high-resolution SAR image based on morphological hierarchy analysis
Zhang Heng, Yu Tao, Liu Peng, Zhang Zhouwei 1517
- Using neighborhood centroid voting to extract road centerline from classified image
Ding Lei, Yao Hong, Guo Haitao, Liu Zhiqing 1526
- Simplex volume minimization based differential evolution algorithm for spectral unmixing
Qin Shiyin, Luo Wenfei, Yang Bin, Zhang Ruihao 1535

Geoinformatics

- Guiding the blind to overcome environment limitation
Zhang Tan, Chen Chao 1545
- Remote sensing resources parallel retrieval based on MPI and OpenMP
Qu Haicheng, Liang Xuejian, Liu Wanjuan, Ji Ruiqing 1552

中图法分类号: TP7 文献标识码: A 文章编号: 1006-8961(2015)11-1535-10

论文引用格式: Qin S Y, Luo W F, Yang B, Zhang R H. Simplex volume minimization based differential evolution algorithm for spectral unmixing[J]. Journal of Image and Graphics, 2015, 20(11): 1535-1544. [覃事银, 罗文斐, 杨斌, 张锐豪. 单形体体积最小化的差分进化光谱解混算法[J]. 中国图象图形学报, 2015, 20(11): 1535-1544.][DOI:10.11834/jig.20151113]

单形体体积最小化的差分进化光谱解混算法

覃事银, 罗文斐, 杨斌, 张锐豪

华南师范大学地理科学学院, 广州 510631

摘要: 目的 光谱解混是高光谱遥感图像处理的核心技术。当图像不满足纯像元假设条件时, 传统算法难以适用, 基于(单形体)体积最小化方法提供了一种有效的解决途径。然而这是一个复杂的约束最优化问题, 更由于图像噪声等不确定性因素的存在, 导致算法容易陷入局部解。**方法** 引入一种群智能优化技术-差分进化算法(DE), 借助其较强的全局搜索能力以及优越的处理高维度问题的能力, 并通过对问题编码, 提出了一种体积最小化的差分进化(VolMin-DE)光谱解混算法。**结果** 模拟数据和真实数据实验的结果表明, 与现有算法相比, 该算法在15端元时精度(光谱角距离)可提高7.8%, 当端元数目少于15个时, 其精度普遍可以提高15%以上, 特别是10端元时精度可以提高41.3%; 在20~50 dB的噪声范围内, 精度变化在1.9~3.2(单位: 角度)之间, 传统算法在2.2~3.5之间, 表明该算法具有相对较好的噪声鲁棒性。**结论** 本文算法适用于具有纯像元以及不存在纯像元(建议最大纯度不低于0.8)这两种情况的高光谱遥感图像, 并可在原始光谱维度进行光谱解混, 从而避免降维所带来的累计误差, 因此具有更好的适应范围和应用前景。

关键词: 高光谱遥感; 光谱解混; 端元; 非负矩阵分解; 差分进化

Simplex volume minimization based differential evolution algorithm for spectral unmixing

Qin Shiyin, Luo Wenfei, Yang Bin, Zhang Ruihao

School of Geography, South China Normal University, Guangzhou 510631, China

Abstract: **Objective** Spectral unmixing is a key hyperspectral remote sensing image processing technique. Many spectral unmixing algorithms have been proposed. Most of these algorithms are based on the assumption that pure pixels exist in the hyperspectral imagery. However, when pure pixels are lacking, the performance of these algorithms may deteriorate. The simplex volume minimization (VolMin) method provides a good means to overcome this problem. However, VolMin is a complex constraint optimization problem. Owing to the uncertainty that noise exists in an image, the algorithm is easily trapped into local optima. **Method** Thus, we introduce a swarm intelligence technique, i.e., differential evolution (DE) algorithm, into the VolMin procedure. By utilizing the powerful global searching capability and high-dimensional adaptability of DE, we develop a minimum simplex volume DE (VolMin-DE) spectral unmixing algorithm through VolMin-DE encoding. **Result** Synthetic mixture and real image data are utilized for comparative experiments on unmixing accuracy. The pro-

收稿日期: 2015-05-25; 修回日期: 2015-07-30

基金项目: 国家自然科学基金项目(40901232, 41171288)

第一作者简介: 覃事银(1987—), 男, 土家族, 华南师范大学地图学与地理信息系统专业硕士研究生, 研究方向为高光谱遥感影像处理。

E-mail: qin411858963@163.com

通信作者: 罗文斐, 副教授, E-mail: luowenfei@m.scnu.edu.cn

Supported by: National Natural Science Foundation of China(40901232, 41171288)

posed VolMin-DE algorithm, vertex component analysis, minimum distance constrained non-negative matrix factorization (NMF), and minimum volume constrained NMF are compared. Experimental results indicate that the proposed VolMin-DE algorithm outperforms the other algorithms. The precision (spectral angle distance) of VolMin-DE can be increased by 7.8%, especially when the accuracy of 10 endmembers is improved by 41.3%. In the noise range of 20 dB to 50 dB, the performance of VolMin-DE varies from 1.9 to 3.2 (unit: degrees), whereas that of the traditional algorithm varies from 2.2 to 3.5. This result demonstrates that the proposed algorithm has better noise robustness than other algorithms. **Conclusion** The proposed VolMin-DE algorithm can be applied to hyperspectral imagery regardless of the pure pixel assumption (maximum purity level equal to or greater than 0.8 is recommended). The algorithm does not require dimensional reduction; hence, error accumulation is avoided. VolMin-DE has good potential applications in hyperspectral unmixing.

Key words: hyperspectral remote sensing (HRS); hyperspectral unmixing (HU); endmember; non-negative matrix factorization (NMF); differential evolution (DE)

0 引言

高光谱遥感数据具有光谱分辨率高、图谱合一、光谱波段多且连续同时成像等特点,在军事、工业、农业、环境监测等各个方面得到了广泛的应用^[1]。但由于高光谱传感器空间分辨率相对较低和地物覆盖复杂等原因,导致图像中存在大量的混合像元。因此,光谱解混成为了高光谱图像处理的一项关键技术。光谱解混的核心是把混合像元分解成一组较纯地物组分(称为“端元提取”)以及相应的比例丰度(称为“丰度反演”)^[2]。

目前已经提出了许多成熟的解混算法,如纯像元指数算法(PPI)^[3]、N-FINDR算法^[4]、顶点成分分析(VCA)^[5]等端元提取算法。然而这些算法均基于高光谱遥感影像中存在纯像元的假设,在有些应用场合并不适用。后来,随着非负矩阵分解(NMF)技术的广泛应用,2007年Miao和Qi^[6]提出了最小体积约束的NMF算法(MVC-NMF),把最小近似误差作为外力,最小化单形体体积作为内力,它们共同使端元尽可能接近真实值。同年,Yu等人^[7]提出最小距离约束非负矩阵分解(MDC-NMF)算法,它不直接计算端元构成单形体体积,而以每个端元到形心的距离之和作为替代,使算法能够很好地处理局部最优。稀疏和平滑约束最近成为研究热点,使用这些约束条件的算法很多,2009年Jia和Qian^[8]在NMF上加非平滑和稀疏的约束以实现高光谱端元提取,刘雪松等人^[9]也做过这方面改进。此外还有许多其他方面改进,例如Morten Arngren等人^[10]的贝叶斯NMF算法,王楠等人^[11]的最小光谱相关约束NMF算法等。这些基于NMF的算法都在一定程度上提高了解混效果,然而

传统的方法难以平衡目标函数与约束项,同时,还由于噪声等不确定因素的影响,容易陷入局部解。

群智能技术为光谱解混提供了一种新的解决思路。张兵等人^[12]通过将端元提取问题编码为优化问题,引入蚁群优化(ACO)算法求解。2014年,高连如等人^[13]研究了基于不同算法提供初值的ACO算法的解混能力。基于粒子群优化(PSO)算法的解混算法更多,张兵等人^[14]提出了基于离散粒子群优化算法的高光谱图像端元提取方法,戴华平等人^[15]给出了一种结合NMF与PSO两种方法的混合算法,杨斌等人^[16]则在完全PSO算法的引导下,进一步采用了自适应惩罚系数机制,提出了高维自适应粒子群端元提取算法(HAPSO)。此外,差分进化(DE)算法也被引入到解混过程^[17]。

DE算法最早由Rainer Storn和Kenneth Price提出并给出乘法更新规则以及详细证明和实验^[18-19]。由于DE算法使用实数矢量编码,使之具有受控参数少、实现简单、强大的全局搜索能力以及适宜处理高维问题等特点,已经被应用于高光谱解混^[17]、训练神经网络^[20]、多目标问题优化^[21]、云计算中资源调度^[22]等各方面。相较于ACO和PSO,DE对于光谱解混中的高维问题适应性较好,有望更好地应用于光谱解混领域。为此,本文将针对解混中存在的数据维度高和混合程度高的问题,利用NMF擅长处理高度混合问题以及DE擅长处理高维问题的优势,提出(单形体)体积最小化的差分进化(VolMin-DE)光谱解混算法。

1 模型与方法

1.1 线性光谱混合模型

线性光谱混合模型(LMM)认为混合像元光谱

就是所有端元光谱按照面积比例的加权叠加^[23-24]。其数学描述为

$$\mathbf{x} = \sum_{i=1}^r \mathbf{a}_i s_i + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (1)$$

$$\mathbf{X} = \mathbf{AS} + \mathbf{E} \quad (2)$$

式中, $\mathbf{x}$ 表示 $L \times 1$ 的像元向量, $\mathbf{X}$ 表示 $L \times n$ 的影像矩阵, L 为波段数, n 为像元数目。 $\mathbf{a}_i$ 表示第 i 个端元, $\mathbf{A}$ 表示 $L \times r$ 的端元矩阵, r 为端元个数。 s_i 是像元 $\mathbf{x}$ 中端元 $\mathbf{a}_i$ 的比例丰度, $\mathbf{S}$ 是 $r \times n$ 的丰度矩阵。 $\boldsymbol{\varepsilon}$ 是 $L \times 1$ 的误差向量, $\mathbf{E}$ 是 $L \times n$ 的误差矩阵。

在 LMM 中, 丰度还必须满足物理意义, 即每个像元的各端元丰度必须满足“和为 1”约束, 以及每个端元的比例丰度都必须满足非负约束, 即

$$\sum_{i=1}^r s_i = 1 \quad (3)$$

$$\forall s_i, \exists s_i \geq 0 \quad (4)$$

光谱解混即根据观测矩阵 $\mathbf{X}$, 估计式 (2) 中的端元矩阵 $\mathbf{A}$ 及其丰度矩阵 $\mathbf{S}$ 。

1.2 非负矩阵分解与 LMM

NMF 是一种将所有元素均非负的矩阵分解成两个低阶非负矩阵的方法^[25], 对于给定的 $m \times n$ 维非负矩阵 $\mathbf{X}$ 以及满足 $(n+m)r < nm$ 的分解秩常数 r , 可以将 $\mathbf{X}$ 近似分解为两个低秩矩阵 $\mathbf{W}$ 和 $\mathbf{H}$ 的乘积, 即

$$\mathbf{X} \approx \mathbf{WH} \quad (5)$$

式中, $m \times r$ 维矩阵 $\mathbf{W}$ 称为潜在基础成分矩阵, 而 $r \times n$ 维矩阵 $\mathbf{H}$ 与矩阵 $\mathbf{X}$ 列列对应, 为相应编码。 $\mathbf{W}$ 矩阵和 $\mathbf{H}$ 矩阵都是非负矩阵。

2001 年, Lee 和 Seung 提出了求解 NMF 的乘法更新规则^[26]。这一规则将欧氏距离或者 K-L 散度作为低秩矩阵 $\mathbf{W}$ 和 $\mathbf{H}$ 的积逼近 $\mathbf{X}$ 的目标, 并且通常采用欧氏距离的平方, 也就是 Frobenius 范数 (或称为“二范数”) 的最小值作为目标, 即

$$\min f(\mathbf{W}, \mathbf{H}) = \frac{1}{2} \|\mathbf{X} - \mathbf{WH}\|_F^2 \quad (6)$$

$$\|\mathbf{X} - \mathbf{WH}\|_F^2 = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n [X_{ij} - (\mathbf{WH})_{ij}]^2 \quad (7)$$

式中, $\|\cdot\|_F$ 表示 Frobenius 范数。

将式 (5) 改写为

$$\mathbf{X} = \mathbf{WH} + \mathbf{E} \quad (8)$$

把式 (8) 与 LMM 模型比较可知, 两者在形式上完全一致。因此, 可以使用 NMF 将图像矩阵 $\mathbf{X}$ 分解为

矩阵 $\mathbf{W}$ 和 $\mathbf{H}$ 的乘积, 将 $\mathbf{W}$ 的列向量作为端元向量即可得到端元矩阵 $\mathbf{A}$, 实现通过 NMF 的端元提取。

1.3 最小距离约束 NMF 方法

由于式 (6) 是一个非凸函数, 导致 $\mathbf{W}$ 和 $\mathbf{H}$ 并不唯一, 因为对于任意一个可逆矩阵 $\mathbf{D}$, 都可以满足 $\mathbf{WH} = (\mathbf{WD})(\mathbf{D}^{-1}\mathbf{H})$ 。为了确保获得唯一的 $\mathbf{W}$ 和 $\mathbf{H}$, 在利用 NMF 进行解混时, 一般对目标添加约束条件。LMM 从几何方面认为端元所构成的单形体需要完全包裹数据云且体积最小。可得到优化问题

$$\begin{aligned} \min f(\mathbf{A}, \mathbf{S}) &= \|\mathbf{X} - \mathbf{AS}\|_F^2 + \lambda \text{Vol}(\mathbf{A}) \\ \text{s. t. } &\mathbf{A} \geq 0, \mathbf{S} \geq 0, \mathbf{1}_m^T \mathbf{S} = \mathbf{1}_n^T \end{aligned} \quad (9)$$

式中, $\mathbf{X}$ 为 $m \times n$ 的图像矩阵, $\mathbf{A}$ 为 $m \times r$ 的端元矩阵, $\mathbf{S}$ 为 $r \times n$ 的丰度矩阵, $\text{Vol}(\mathbf{A})$ 为单形体体积, $\mathbf{1}_r$ 是 $r \times 1$ 的元素全为 1 的向量。 $\mathbf{A} \geq 0$ 表示 $\mathbf{A}$ 的所有元素都大于等于 0。 λ 是惩罚系数, 一般取较小常数。 Yu 等人^[7] 把 r 个端元的端元距离定义为

$$\text{Vol}(\mathbf{A}) = \sum_{i=1}^r \|\mathbf{a}_i - \bar{\mathbf{a}}\|_2^2 \quad (10)$$

$$\bar{\mathbf{a}} = \frac{1}{r} \sum_{i=1}^r \mathbf{a}_i \quad (11)$$

式中, $\mathbf{a}$ 为端元向量, $\bar{\mathbf{a}}$ 为形心向量, 从而提出了 MDC-NMF 算法。

对上述问题, 通过 DE 算法进行求解。图 1 说明了 DE 算法与 NMF 算法之间的关系, 图 1 左侧的流程是传统 NMF 算法的求解过程, DE 算法则将 NMF 算法框架融入其中, 在自身种群进化的过程中, 每次迭代所产生的新个体对更新矩阵 $\mathbf{A}$ 进行优化, 以图通过 DE 规则达到提高端元搜索能力的目的, 同时 DE 种群也受到 NMF 更新结果的影响。

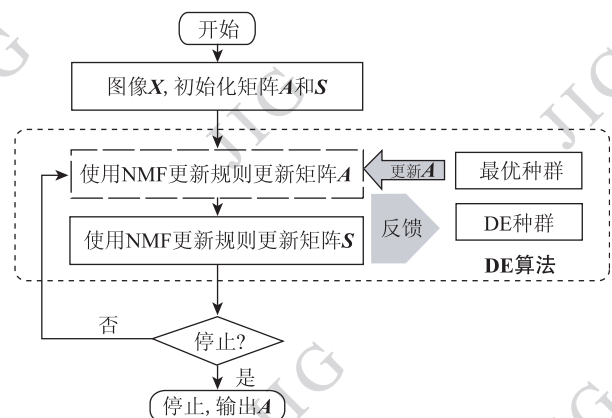


图 1 VolMin-DE 算法与传统 NMF 算法的关系

Fig. 1 The relationship between VolMin-DE and NMF algorithm

2 体积最小化差分进化光谱解混算法

2.1 光谱解混的算法编码

把上述算法引入到解混问题式(9)中,对所有端元采用实数编码,令第 G 代第 i 个DE个体编码为

$$\mathbf{P}_{i,G} = [\mathbf{p}_{i,1,G}, \mathbf{p}_{i,2,G}, \dots, \mathbf{p}_{i,r,G}] \quad (12)$$

$$i = 1, 2, \dots, N$$

$$\mathbf{p}_{i,j,G} = [b_{i,j,G}, b_{i,2,G}, \dots, b_{i,L,G}]^T \quad (13)$$

式中, $\mathbf{P}$ 表示一个DE个体, $\mathbf{p}$ 表示DE个体的一个基因,即端元, b 表示端元一个波段的辐射值, r 表示端元个数, N 表示种群规模, L 表示波段数, N 个个体构成DE算法的种群。

2.2 差分进化过程

根据上述编码,DE算法分为初始化、变异、交叉、选择4个步骤^[18-19,27],其具体过程如下:

1)初始化。随机选取 $(N-1) \times r$ 个像元,每 r 个一组生成 $(N-1)$ 个DE个体^[6],将VCA算法得到的端元作为第 N 个个体^[6,16],得到第0代DE种群

$$\{\mathbf{P}_{i,0} | \mathbf{p}_{i,j,0}, i = 1, 2, \dots, N, j = 1, 2, \dots, r\} \quad (14)$$

2)变异。通过差分策略^[18-19,28]实现个体变异,随机选取种群中3个互不相同的个体,将其中两个个体向量差进行缩放之后与第3个个体进行合成。对于式(14)定义的种群,第 $G+1$ 次变异结果表示为

$$\mathbf{V}_{i,G+1} = [\mathbf{v}_{i,1,G+1}, \mathbf{v}_{i,2,G+1}, \dots, \mathbf{v}_{i,r,G+1}] \quad (15)$$

则交叉过程为

$$\mathbf{v}_{i,j,G+1} = \mathbf{p}_{r_1,j,G} + F \cdot (\mathbf{p}_{r_2,j,G} - \mathbf{p}_{r_3,j,G}) \quad (16)$$

式中, $\mathbf{V}$ 和 $\mathbf{v}$ 分别表示DE变异种群的个体和基因, $i \neq r_1 \neq r_2 \neq r_3$ 且 $r_1, r_2, r_3 \in \{1, 2, \dots, N\}$, $j = 1, 2, \dots, r$, F 称为缩放因子。

3)交叉。为了在变异的基础上增加种群的多样性,在第 G 代种群及其变异种群个体之间进行交叉操作

$$\mathbf{U}_{i,G+1} = [\mathbf{u}_{i,1,G+1}, \mathbf{u}_{i,2,G+1}, \dots, \mathbf{u}_{i,r,G+1}] \quad (17)$$

式中

$$\mathbf{u}_{i,j,G+1} = \begin{cases} \mathbf{v}_{i,j,G+1} & (\text{rand}(0) \leq CR) \text{ 或 } j = \text{rnbr}(b) \\ \mathbf{p}_{i,j,G} & (\text{rand}(0) > CR) \text{ 且 } j \neq \text{rnbr}(b) \end{cases} \quad (18)$$

$$b = 1, 2, \dots, L$$

$\mathbf{U}$ 和 $\mathbf{u}$ 分别表示DE变异交叉种群的个体和基因, CR 是控制交叉概率的参数, $\text{rand}(0)$ 是随机值,

$\text{rnbr}(b) \in \{1, 2, \dots, L\}$,它们保证一定进行交叉操作。

4)选择。采用贪婪策略(GC)^[25,28]进行下一代个体的选择,从而确保DE算法快速收敛。由选择操作得到第 $G+1$ 代成员的方法为

$$\mathbf{P}_{i,G+1} = \begin{cases} \mathbf{U}_{i,G+1} & (f(\mathbf{U}_{i,G+1}) \leq f(\mathbf{P}_{i,G})) \\ \mathbf{P}_{i,G} & \text{其他} \end{cases} \quad (19)$$

式中, $f(\cdot)$ 为问题式(9)的目标 $f(\mathbf{A}, \mathbf{S})$ 。

通过循环执行变异、交叉和选择步骤,DE算法能够得到问题式(9)的最优解。比较研究发现,DE的性能要优于ACO、PSO等算法,特别是在高维问题上优势更明显^[28]。

2.3 参数设置及控制

在算法中包括种群大小(N)、缩放因子(F)和交叉概率(CR)3个DE控制参数以及惩罚系数 λ 和最大迭代次数,其具体设置与算法边界控制如下:

1)惩罚系数。惩罚系数 λ 平衡解混的两个优化目标,对优化结果影响很大。文献[6]中 λ 取值0.01,文献[7]确定 λ 是一个正实数,给出了1和20两种取值实验,而文献[16]中的取值0.1。经过大量实验,最终使用文献[6]中的取值,即 $\lambda = 0.01$ 时,解混效果最好。

2)DE算法参数设置。DE算法测试函数上实验表明,它的全局最小搜索能力和快速收敛能力与参数 N 、 F 和 CR 的选择紧密相关。

(1)种群大小(N)。 N 是DE算法的一个重要控制参数。 N 必须大于一个临界值以获得全局优化效果,但是更大的种群意味着更大的计算量,同时算法也会更快地收敛^[29-30]。综合文献[19]、文献[29]和文献[30]给出的建议, $[5D, 8D]$ 是NP最好的取值区间。考虑效率和精度,实验中 $N = 5D$, D 为待解决问题的维数,在此为端元个数。

(2)缩放因子(F)。为防止算法陷入早熟, F 必须大于一定的阈值。更大的 F 值会增加算法跳出局部最优解的概率,但是当 $F > 1$ 时,算法的收敛速度会降低甚至很难收敛^[29]。综合文献[19]、文献[29]和文献[30]的结论, F 在区间 $[0.4, 0.9]$ 中取值效果较好。经过多次实验,发现 $F = 0.9$ 时解混效果最好。

(3)交叉概率(CR)。 CR 越大DE算法收敛越快。但如果超过某个阈值,算法则会趋于早熟^[29]。 CR 的取值与目标函数紧密相关。综合各种研究与

实验, CR 在区间 $[0.1, 0.9]$ 上取值时, 算法的优化效果最好。通过实验发现, 当 $CR = 0.9$ 时, 解混效率最高。

(4) 差分策略。如前所述的 DE 算法被称为基准 DE 算法, 此外, 还有许多其他差分算法。基准 DE 差分策略 DE/rand/1/bin 和差分策略 DE/best/2/bin 是 DE 算法应用最广和最成功的差分策略^[31]。DE/x/y/z 含义为: x 表示变异基向量, rand 表示种群中的随机向量, best 表示当前种群中的最优向量, y 表示差分向量的个数, z 代表交叉的模式, bin 表示以二项式方式交叉。根据反复实验, 采用 DE/rand/1/bin 差分策略。

(5) 最大迭代次数。在 VolMin-DE 算法中, 除了最大迭代次数, 没有其他停止策略。根据惩罚系数、种群规模以及控制参数综合实验, 最大迭代次数最终确定为 500 次, 能够准确提取出端元。

3) 算法边界控制。在变异以后, DE 种群个体可能已经飞出了解空间, 这时必须使用一定策略使个体重新回到解空间中。使用边界控制方法为

$$u_{i,j,b,G+1} = \begin{cases} 2x_b^L - u_{i,j,b,G+1} & u_{i,j,b,G+1} < x_b^L \\ 2x_b^U - u_{i,j,b,G+1} & u_{i,j,b,G+1} > x_b^U \end{cases} \quad (20)$$

式中, x_b^L 和 x_b^U 分别表示解空间的下限和上限, 解混时使用待解混数据每波段的最小和最大反射率值作为下限和上限。

2.4 算法描述

在式(9)中需要使用丰度矩阵 S , 算法中使用全约束最小二乘算法 (FCLS)^[23,32] 计算获得, 其完整的算法步骤总结如下:

1) 数据准备。读取待解混数据 $X \in \mathbf{R}^{L \times n}$, 计算解空间的上下界, 设置端元个数 r 以及 DE 的控制参数和最大迭代次数, 设置惩罚系数;

2) 初始化。在 X 中随机选取 $(N-1) \times r$ 个像元, 每 r 个一组生成 $(N-1)$ 个 DE 个体, 将 VCA 算法得到的端元作为第 N 个个体, 组成端元种群 $\{A_1, A_2, \dots, A_N\}$ 。计算每个 DE 个体的适应度值 Fit_n ;

3) 变异。对每一个 DE 个体, 将每一个端元按式(16)变异操作, 并进行边界控制, 获得变异种群 $\{V_1, V_2, \dots, V_N\}$;

4) 交叉。对每一个 DE 个体按式(18)的形式交叉, 得到进化种群 $\{U_1, U_2, \dots, U_N\}$;

5) 选择。计算 U_n 的对应适应度值 Fit_{imp} , 如果

$Fit_{imp} \leq Fit_n$, 则 A_n 用 U_n 替换, 否则不变;

6) 更新。对所有个体使用 $A_{i,a} \leftarrow A_{i,a} \frac{(XS^T)_{i,a}}{(ASS^T)_{i,a}}$

规则进行更新, 然后用 FCLS 计算对应丰度 S ;

7) 判断是否达到最大迭代次数, 若不是, 转到步骤 3), 否则解混结束, 端元种群中的最优 DE 个体为最终解。

3 实验与结果分析

采用了模拟数据和真实数据进行算法评价, 并将解混结果与 VCA、MVC-NMF 和 MDC-NMF 的结果进行比较和分析。模拟数据实验分为不同端元数目的比较实验和不同噪声程度的比较实验。实验时, MVC-NMF 和 MDC-NMF 最大迭代次数设为 500。MVC-NMF 的其他参数与文献[6]设置一样; MDC-NMF 惩罚系数 $\lambda = 0.1$ (此时该算法解混结果最好), 其他参数与文献[7]一样。为确保实验结果的准确性, 所有实验都是经过 5 次独立运行, 取结果的平均值进行分析比较。

3.1 评价因子

利用光谱角距离 (SAD)、光谱信息散度 (SID)、重构影像与原影像间的均方根误差, 即重构误差 (RE) 以及丰度均方根误差, 简称丰度误差 (AE) 4 个评价因子来评价解混精度。

$$SAD = \cos^{-1} \left(\frac{a^T \hat{a}}{\|a\| \cdot \|\hat{a}\|} \right) \quad (21)$$

式中, $\hat{a}$ 表示估计端元。

$$SID = D(a|\hat{a}) + D(\hat{a}|a) \quad (22)$$

$$D(a|\hat{a}) = \sum_{i=1}^L p_i \ln \frac{p_i}{\hat{p}_i}$$

$$p = \frac{a}{\sum_{i=1}^L a_i}$$

$$RE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^n [X_{i,j} - (AS)_{i,j}]^2}{n}} \quad (23)$$

$$AE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (s_i - \hat{s}_i)^2}{n}} \quad (24)$$

式中, $\hat{s}$ 表示估计端元的反演丰度。

这 4 个因子值越小, 表示解混越精确。在本文中, SAD 采用角度制单位。

3.2 模拟数据实验

模拟数据利用 USGS 数字光谱库^[33]中的光谱生成。光谱库中的数据覆盖 $0.38 \sim 2.5 \mu\text{m}$ 波长范围,具有 224 个波段,光谱分辨率为 10 nm。生成模拟数据时从光谱库中随机选择互不相同的 r 条光谱作为端元,共 1 024 个像元。限制每种光谱在每个像元中出现的比例不大于 80%。影像的误差与噪声为加入的零均值高斯噪声模拟,并以信噪比 (SNR) 表示噪声的大小(单位 dB)。

实验比较算法在不同端元数目条件下的解混效果。实验时,模拟影像的端元数目分别取 3, 5, 7, 10, 15 个。

图 2 是 3 个端元时 VolMin-DE 算法解混的端元搜索过程,由图 2 可以看出 3 个端元一直向着真实端元位置搜索前进,表明算法能够准确地找到端元方向。图 3 是 3 端元时不同算法端元提取最优结果的 2 维分布图,从图 3 上可以看出,3 端元时 VolMin-DE 算法解混结果与真实结果最相近, MDC-NMF 算法次之。

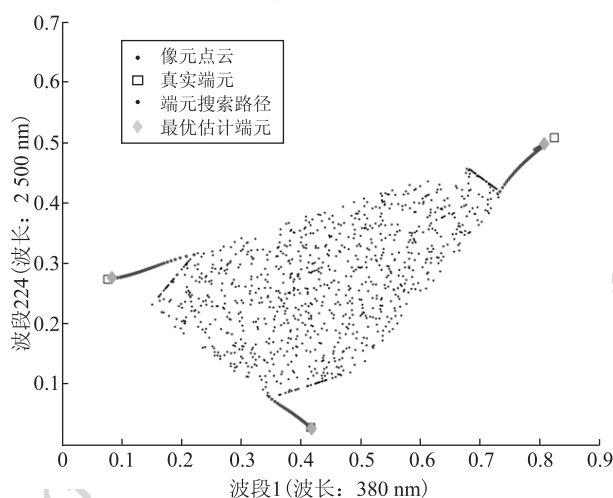


图 2 VolMin-DE 解混搜索过程

Fig. 2 VolMin-DE algorithm unmixing process

图 4 是在不同端元数目下算法解混精度的比较。图 4(a) — (d) 分别是因子 SAD 、 SID 、 RE 和 AE 的比较结果。比较可知,在不同端元数目时,同一数据 VolMin-DE 算法的解混精度要高于其他 3 种算法。同一算法随着端元数目的不同,各算法解混精度都不稳定,随端元数目增加而摆动,然而 VolMin-DE 算法精度不会随端元数目增加而持续下降。

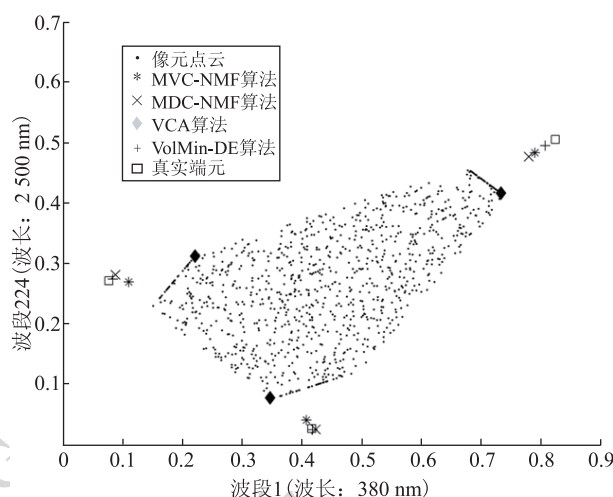


图 3 真实端元及各算法结果的 2 维分布

Fig. 3 2D distribution of real and estimate endmembers

为了进一步评价噪声对算法的影响,实验采用了 5 个端元进行数据模拟,并分别添加 20 dB, 30 dB, 40 dB, 50 dB 噪声,没有噪声 (0 dB) 的情况也同时进行评价。

表 1 和表 2 显示在不同信噪比下各算法的解混精度。从实验结果看,在任何噪声程度下, VolMin-DE 算法解混的 SAD 和 RE 评价值都比其他 3 种算法都好;噪声为 20 dB 和 40 dB 时 VolMin-DE 算法 SID 值最小,精度最高,其他噪声环境下 VolMin-DE 算法 SID 值仅次于 MVC-NMF 算法。当噪声为 20 dB 时, VolMin-DE 解混的 AE 值比 MVC-NMF 稍差,其他情况下 VolMin-DE 都能获得比其他算法更好的精度。随噪声增加, SAD 值具有先下降,后上升的特点,在 $SNR = 40 \text{ dB}$ 时获得最好解混结果。噪声会影响 RE 和 AE , 噪声越大, RE 和 AE 也就越大。总体上噪声对 VolMin-DE 算法的解混精度影响较小,同样噪声下表现出比其他 3 种算法更好的解混性能。

3.3 真实数据实验

真实数据使用机载可见光红外成像光谱仪 (AVIRIS) 于 1997 年 6 月 19 日获取的国内华达州 Cuprite 矿区的高光谱影像。该影像在 $0.4 \sim 2.5 \mu\text{m}$ 的波长范围内共有 224 个光谱波段,光谱分辨率为 10 nm,空间分辨率为 10 m。该地区由于常被用于遥感地质光谱研究,存在详细而准确的地表信息^[34],使该地区常被用于解混算法验证。在实验时使用大小为 128×128 的子区域(如图 5),并且去除吸收强烈及信噪比大的波段 (1 ~ 5, 100 ~ 116,

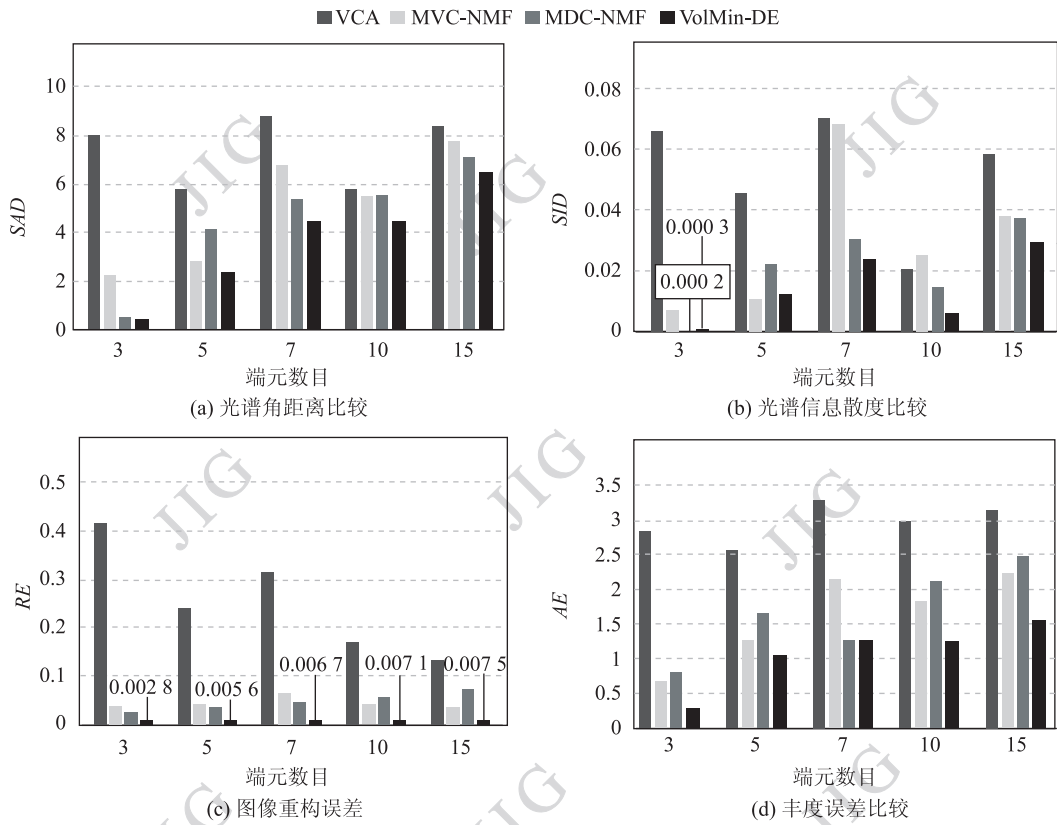


图 4 不同端元数目时 VolMin-DE 与 VCA、MVC-NMF 和 MDC-NMF 解混精度比较

Fig. 4 Comparison by SAD, SID, RE and AE in terms of different endmember number

表 1 不同信噪比下解混结果的 SAD 和 SID 比较

Table 1 Unmixing results of SAD and SID comparison in terms of different SNR

SNR/dB	VCA		MVC-NMF		MDC-NMF		VolMin-DE	
	SAD	SID	SAD	SID	SAD	SID	SAD	SID
20	6.613 9	0.041 2	3.486 7	0.016 3	4.145 5	0.020 3	3.203 5	0.011 6
30	5.557 7	0.039 9	2.646 1	0.008 1	3.242 7	0.018 0	2.109 4	0.010 3
40	5.667 6	0.039 7	2.767 3	0.028 8	3.653 6	0.020 6	1.919 0	0.008 4
50	5.871 5	0.047 2	2.173 9	0.006 1	3.613 2	0.019 1	2.151 3	0.008 4
0	5.772 5	0.045 4	2.755 0	0.010 2	4.038 5	0.022 2	2.342 8	0.011 8

注:加粗字体表示最优结果。

表 2 不同信噪比下解混结果的 RE 和 AE 比较

Table 2 Unmixing results of RE and AE comparison in terms of different SNR

SNR/dB	VCA		MVC-NMF		MDC-NMF		VolMin-DE	
	RE	AE	RE	AE	RE	AE	RE	AE
20	0.797 3	0.083 2	0.782 9	0.051 0	0.782 0	0.055 2	0.781 2	0.054 9
30	0.305 1	0.075 3	0.250 1	0.039 5	0.249 6	0.042 1	0.247 8	0.034 6
40	0.221 3	0.084 6	0.090 7	0.051 4	0.084 8	0.047 8	0.077 8	0.025 7
50	0.191 4	0.076 7	0.033 6	0.025 6	0.042 4	0.044 8	0.025 7	0.021 6
0	0.238 1	0.080 4	0.038 7	0.039 6	0.029 7	0.051 6	0.005 6	0.032 4

注:加粗字体表示最优结果。

143 ~ 172, 217 ~ 224), 总共剩余 164 波段。利用虚拟维度(VD)方法^[35], 并且参考 Miao 和 Qi^[6]、王楠等人^[11]、戴华平等人^[15]和杨斌等人^[16]的研究, 设定端元数目为 9 个。其中包括了明矾石、蒙脱石和沙漠岩漆等在内的 9 种物质^[6,11]。表 3 是 4 种算法对同一地区解混结果的比较, 可以看出, VolMin-DE 找到最好端元的数目最多, 且提取的平均结果最好。为了更加准确说明, 另外比较了提取端元的 SID 以及 RE 评价价值, 结果如图 6 所示。可以看出, 无论是 SID 还是 RE, VolMin-DE 算法的结果都要优于其他 3 种算法, 并且 RE 优势十分明显, 说明算法具有最好的重构影像。总体上 VolMin-DE 算法具有最好的提取精度。VolMin-DE 算法的丰度结果如图 7 所示。

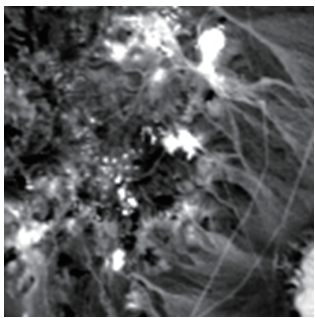


图 5 真实高光谱影像数据(AVIRIS)
Fig. 5 Real AVIRIS hyperspectral data

表 3 4 算法真实数据端元提取结果 SAD 比较
Table 3 SAD between extracted endmembers and laboratory spectra by four algorithms

	VCA	MVC-NMF	MDC-NMF	VolMin-DE
锂云母	11.710 8	22.371 6	11.898 7	10.059 6
累托石	2.293 7	2.290 5	2.548 9	2.236 7
针铁矿	17.427 1	7.914 0	9.837 9	5.780 4
明矾石 GDS84	6.784 5	10.824 8	4.904 5	4.508 2
靛铜矿	5.254 0	6.492 6	6.891 4	8.772 8
明矾石 HS295	16.105 4	6.290 3	17.004 9	7.127 0
沙漠岩漆	16.810 3	9.678 9	5.558 9	10.746 0
蒙脱石	4.037 1	4.989 8	3.728 5	4.074 3
绿脱石	6.785 6	7.494 1	8.788 1	9.956 8
均值	9.689 8	8.705 2	7.906 9	7.029 1

注:加粗字体表示最优结果。

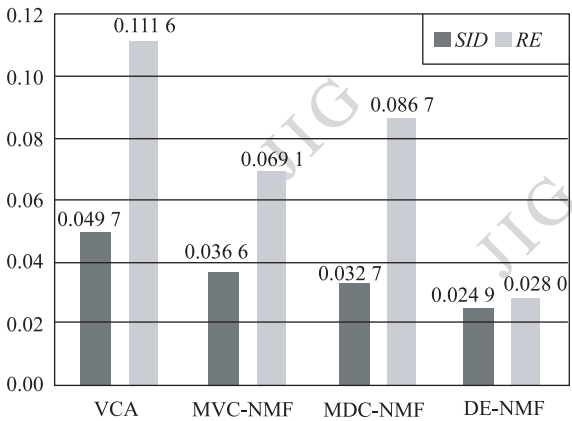


图 6 4 算法真实数据端元提取结果 SID 和 RE 比较
Fig. 6 SID and RE between extracted endmembers and laboratory spectra by 4 algorithm

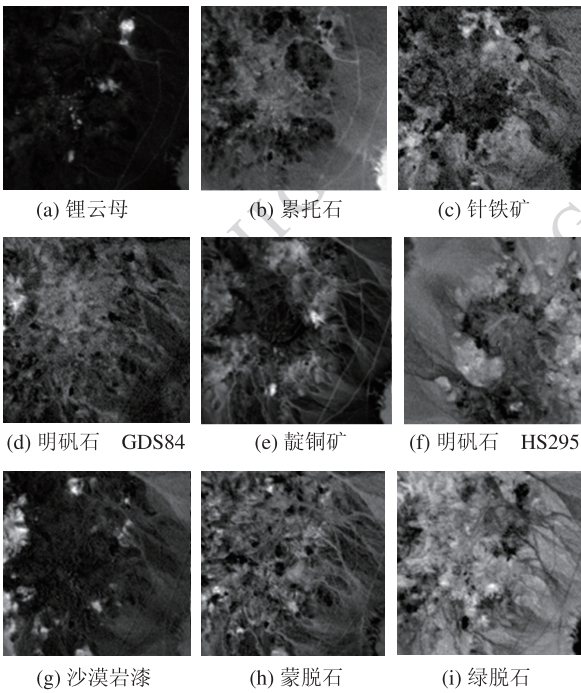


图 7 VolMin-DE 端元丰度反演图
Fig. 7 Abundance maps of different minerals estimated by VolMin-DE algorithm

4 结 论

针对图像中不存在纯像元的情况, 基于最小体积约束的 NMF 框架, 通过引入 DE 算法, 提出了基于最小体积约束的 DE 光谱解混算法(VolMin-DE)。实验结果表明了本文算法具有更好的全局搜索能力, 能够处理高维问题, 并具有较好的鲁棒性, 从而有效地提高了解混的精度。

然而该算法也存在以下瓶颈: 首先, 算法使用的

目标函数需要使用端元的丰度, 算法中使用的 FCLS 反演算法使 VolMin-DE 算法执行速度受到了限制, 如在进行 3 端元模拟数据解混时, VCA 算法只需要 0.1 s, MVC-NMF 和 MDC-NMF 都只需要 9 s 左右, VolMin-DE 算法则需要 2 133 s, 发现这是由 FCLS 步骤所致(占总体运行时间的 91% 以上), 并不是 DE 算法本身的问题, 这方面将引用新的机制替代 FCLS 过程以及采用并行技术对其进行优化; 其次, 算法中使用固定权重系数平衡两个优化目标, 权重的确定会影响解混的精度, 这方面今后将作深入考虑。

参考文献 (References)

- [1] Tong Q X, Zhang B, Zheng L F. Hyperspectral Remote Sensing [M]. Beijing: Higher Education Press, 2006: 246-282. [童庆禧, 张兵, 郑兰芬. 高光谱遥感: 原理、技术与应用[M]. 北京: 高等教育出版社, 2006: 246-282.]
- [2] Keshava N, Mustard J F. Spectral unmixing[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2002, 19(1): 44-57 [DOI: 10.1109/79.974727]
- [3] Boardman J W, Kruse F A, Green R O. Mapping target signatures via partial unmixing of AVIRIS data; in Summaries[J]. Fifth JPL Airborne Earth Science Workshop., 1995: 23-26.
- [4] Winter M E. N-FINDR: an algorithm for fast autonomous spectral end-member determination in hyperspectral data[J]. Proceedings of SPIE, 1999, 3753: 266-275. [DOI: 10.1117/12.366289]
- [5] Nascimento J M P, Dias J M B. Vertex component analysis: a fast algorithm to unmix hyperspectral data[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2005, 43(4): 898-910. [DOI: 10.1109/TGRS.2005.844293]
- [6] Miao L D, Qi H R. Endmember extraction from highly mixed data using minimum volume constrained nonnegative matrix factorization[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2007, 45(3): 765-777. [DOI: 10.1109/GRS.2006.888466]
- [7] Yu Y, Guo S, Sun W D. Minimum distance constrained non-negative matrix factorization for the endmember extraction of hyperspectral images[J]. Proceedings of the SPIE, 2007, 6790: 151-159. [DOI: 10.1117/12.748379]
- [8] Jia S, Qian Y. Constrained nonnegative matrix factorization for hyperspectral unmixing[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2009, 47(1): 161-173. [DOI: 10.1109/TGRS.2008.2002882]
- [9] Liu X S, Wang B, Zhang L M. Hyperspectral unmixing based on nonnegative matrix factorization[J]. Journal of Infrared and Millimeter Waves, 2011, 30(1): 27-32. [刘雪松, 王斌, 张立明. 基于非负矩阵分解的高光谱遥感图像混合像元分解[J]. 红外与毫米波学报, 2011, 30(1): 27-32.]
- [10] Morten A, Mikkel N S, Jan L. Unmixing of hyperspectral images using bayesian non-negative matrix factorization with volume prior[J]. Journal of Signal Processing Systems, 2011, 65: 479-496. [DOI: 10.1007/s11265-010-0533-2]
- [11] Wang N, Zhang L P, Du B. Minimum spectral correlation constraint algorithm based on non-negative matrix factorization for hyperspectral unmixing[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2014, 39(1): 22-26. [王楠, 张良培, 杜博. 最小光谱相关约束 NMF 的高光谱遥感图像混合像元分解[J]. 武汉大学学报: 信息科学版, 2014, 39(1): 22-26] [DOI: 10.13203/j.whugis20120572]
- [12] Zhang B, Sun X, Gao L R, et al. Endmember extraction of hyperspectral remote sensing images based on the Ant Colony Optimization (ACO) algorithm[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2011, 49(7): 2635-2646. [DOI: 10.1109/TGRS.2011.2108305]
- [13] Gao L R, Gao J W, Li J, et al. Multiple algorithm integration based on Ant Colony Optimization for endmember extraction from hyperspectral imagery[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, 2014, 8: 2569-2582. [DOI: 10.1109/JSTARS.2014.2371615]
- [14] Zhang B, Sun X, Gao L R, et al. A method of endmember extraction in hyperspectral remote sensing image based on discrete particle swarm optimization[J]. Spectroscopy and Spectral Analysis, 2011, 31(9): 2455-2461. [张兵, 孙旭, 高连如, 等. 一种基于离散粒子群优化算法的高光谱图像端元提取方法[J]. 光谱学与光谱分析, 2011, 31(9): 2455-2461.] [DOI: 10.3964/j.issn.1000-593(2011)09-2455-07]
- [15] Dai H P, Wang X, Hu H L, et al. Nonsmooth nonnegative matrix factorization algorithm based on particle swarm optimization[J]. Computer Engineering, 2013, 39(1): 204-207. [戴华平, 王旭, 胡红亮, 等. 基于粒子群优化的非平滑非负矩阵分解算法[J]. 计算机工程, 2013, 39(1): 204-207.] [DOI: 10.3969/j.issn.1000-3428.2013.01.044]
- [16] Yang B, Luo W F. Constrained NMF based high-dimension adaptive particle swarm optimization algorithm for endmember extraction from hyperspectral remote sensing image[J]. Journal of Remote Sensing, 2015, 19(2): 240-253. [杨斌, 罗文斐. 约束非负矩阵分解框架下高维自适应粒子群端元提取算法[J]. 遥感学报, 2015, 19(2): 240-253.]
- [17] Zhong Y F, Zhao L, Zhang L P. An adaptive differential evolution endmember extraction algorithm for hyperspectral remote sensing imagery[J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2014, 11(6): 1061-1065. [DOI: 10.1109/LGRS.2013.2285476]
- [18] Rainer S, Kenneth P. Differential Evolution-A simple and efficient adaptive scheme for global optimization over continuous spaces[R]. Technical Report, International Computer Science

- Institute, 1995(8): 22-25.
- [19] Rainer S, Kenneth P. Differential evolution—a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces[J]. *Journal of Global Optimization*, 1997, 11: 341-359. [DOI: 10.1023/A:1008202821328]
- [20] Jarmo I, Jon I, Jouni L. Differential evolution training algorithm for feed-forward neural networks[J]. *Neural Processing Letters*, 2003(17): 93-105 [DOI: 10.1023/A:1022995128597]
- [21] Meng H Y, Zhang X H, Liu S Y. A differential evolution based on double populations for constrained multi-objective optimization problem [J]. *Chinese Journal of Computers*, 2008, 31(2): 228-235. [孟红云, 张小华, 刘三阳. 用于约束多目标优化问题的双群体差分进化算法[J]. *计算机学报*, 2008, 31(2): 228-235.]
- [22] Dong L L, Huang B, Jie J. Task scheduling based on differential evolution algorithm in cloud computing[J]. *Computer Engineering and Applications*, 2014, 50(5): 90-95. [董丽丽, 黄贲, 介军. 云计算中基于差分进化算法的任务调度研究[J]. *计算机工程与应用*, 2014, 50(5): 90-95.] [DOI: 10.3778/j.issn.1002-8331.1205-0043]
- [23] Zhang B, Gao L R. Hyperspectral image classification and target detection[M]. Beijing: Science Press, 2011: 102-150. [张兵, 高连如. 高光谱图像分类与目标探测[M]. 北京: 科学出版社, 2011: 102-150.]
- [24] Abdullah K, David W C, Alice E S. Multi-objective optimization using genetic algorithms: a tutorial[J]. *Reliability Engineering and System Safety*, 2006, 91: 992-1007. [DOI: 10.1016/j.res.2005.11.018]
- [25] Lee D D, Seung H S. Learning the parts of objects by nonnegative matrix factorization[J]. *Nature*, 1999, 401(6755): 788-791. [DOI: 10.1038/44565]
- [26] Lee D D, Seung H S. Algorithms for non-negative matrix factorization[J]. *Advances in Neural Information Processing Systems*, 2001, 13: 556-562. [DOI: 10.1.1.31.7566]
- [27] Darrell W. A genetic algorithm tutorial[J]. *Statistics and Computing*, 1994(4): 65-85. [DOI: 10.1007/BF00175354]
- [28] Jakob V, Ren'e T. A comparative study of differential evolution, particle swarm optimization, and evolutionary algorithms on numerical benchmark problems[C]// *Proceedings of Congress on Evolutionary Computation*. Washington DC: IEEE, 2014, 2: 1980-1987. [DOI: 10.1109/CEC.2004.1331139]
- [29] Gämperle R, Müller S D, Koumoutsakos P. A parameter study for differential evolution[J]. *Advances in Intelligent Systems, Fuzzy Systems, Evolutionary Computation*, 2002, 10: 293-298
- [30] Ronkkonen J, Kukkonen S, Price K V. Real-parameter optimization with differential evolution[C]// *Proceedings of IEEE Congress on Evolutionary Computation*. United States: IEEE, 2005, 1: 506-513 [DOI: 10.1109/CEC.2005.1554725]
- [31] Yang Q W, Cai L X, Yun C. A survey of differential evolution algorithms [J]. *PR&AI*, 2008, 21(4): 506-513. [杨启文, 蔡亮薛, 云灿. 差分进化算法综述[J]. *模式识别与人工智能*, 2008, 21(4): 506-513]
- [32] Heinz D C, Chang C. Fully constrained least squares linear spectral mixture analysis method for material quantification in hyperspectral imagery[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2001, 39(3): 529-545. [DOI: 10.1109/36.911111]
- [33] Clark R N, Swayze G A, Wise R, et al. splib06b. USGS Digital Spectral Library. 2007 [EB/OL]. [2013-12-3]. <http://spectral.lib.usgs.gov/spectral-lib>.
- [34] Swayze G, Clark R, Sutley S, et al. Ground-truthing AVIRIS mineral mapping at Cuprite, Nevada [C]// *Summaries of the Third Annual JPL Airborne Geosciences Workshop*. United States: AVIRIS Workshop JPL Publication, 1992: 47-49.
- [35] Chang C, Du Q. Estimation of number of spectrally distinct signal sources in hyperspectral imagery[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2004, 42(3): 608-619. [DOI: 10.1109/TCRS.2003.819189]