

中图法分类号: P407.8 文献标识码: A 文章编号: 1006-8961(2023)02-0613-15

论文引用格式: Wang S Q, Yang J X, Shao Y T and Xiao L. 2023. Non-negative sparse component decomposition based modeling and robust unmixing for hyperspectral images. Journal of Image and Graphics, 28(02): 0613-0627 (汪顺清, 杨劲翔, 邵远天, 肖亮. 2023. 高光谱图像非负稀疏分量分解建模与鲁棒性解混方法. 中国图象图形学报, 28(02): 0613-0627) [DOI:10.11834/jig.211054]

高光谱图像非负稀疏分量分解建模与鲁棒性解混方法

汪顺清, 杨劲翔, 邵远天, 肖亮*

南京理工大学计算机科学与工程学院, 南京 210094

摘要: 目的 高光谱解混是高光谱遥感数据分析中的热点问题,其难点在于信息不充分导致的问题病态性。基于光谱库的稀疏性解混方法是目前的代表性方法,但是在实际情况中,高光谱数据通常包含高斯、脉冲和死线等噪声,且各波段噪声的强度往往不同,因此常用的稀疏解混方法鲁棒性不够,解混精度有待提高。针对该问题,本文对高光谱图像进行非负稀疏分量分解建模,提出了一种基于非负稀疏分量分析的鲁棒解混方法。**方法** 首先综合考虑真实高光谱数据的混合噪声及其各波段噪声强度不同的统计特性,在最大后验概率框架下建立非负矩阵稀疏分量分解模型,然后采用 $\ell_{1,1}$ 范数刻画噪声的稀疏性, $\ell_{2,0}$ 范数刻画丰度的全局行稀疏性,全变分 (total variation, TV) 正则项刻画像素的局部同质性和分段平滑性,建立基于非负稀疏分量分析的高光谱鲁棒解混优化模型,最后采用交替方向乘法 (alternating direction method of multipliers, ADMM) 设计高效迭代算法。**结果** 在 2 组模拟数据集上的实验结果表明,相比于 5 种对比方法,提出方法在信号与重建误差比 (signal to reconstruction error, SRE) 指标上比同类最好方法提升了 4.11 dB;在不同噪声强度下,提出方法的 SRE 平均提升 6.94 dB;在美国内华达州 Cuprite 矿区数据的真实数据实验中,提出方法也取得了较好的矿物解混性能。**结论** 提出方法综合考虑了高斯随机噪声和稀疏性结构噪声对解混精度的影响,具有较好的混合噪声自适应稳健处理能力,解混的精度比现有同类方法更高。

关键词: 高光谱遥感;线性高光谱解混;稀疏解混;全变分 (TV);交替方向乘法 (ADMM)

Non-negative sparse component decomposition based modeling and robust unmixing for hyperspectral images

Wang Shunqing, Yang Jingxiang, Shao Yuantian, Xiao Liang*

School of Computer Science and Engineering, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China

Abstract: **Objective** Hyper-spectral remote sensing (RS) image based pixel issue is focused on the spectra of several elements-purified mixture in common restricted by the low spatial resolution of hyperspectral imagers and the diversity of spectral features in nature. The quality of hyper-spectral images (HSIs) is often constrained of mixed pixels. The development and application of RS-based hyper-spectral images is challenged for the constraints of mixed pixels. Hyper-spectral un-mix-

收稿日期: 2021-11-11; 修回日期: 2022-01-19; 预印本日期: 2022-01-26

* 通信作者: 肖亮 xiaoliang@mail.njust.edu.cn

基金项目: 国家自然科学基金项目 (61871226, 62001226); 江苏省自然科学基金项目 (BK20200465); 江苏省重点研发计划项目 (BE2018727); 中央高校基本科研业务费专项资金资助项目 (30920021134)

Supported by: National Natural Science Foundation of China (61871226, 62001226); Natural Science Foundation of Jiangsu Province, China (BK20200465); Jiangsu Provincial Key Research and Development Project (BE2018727); Fundamental Research Funds for the Central Universities (30920021134)

ing problem is essential to hyper-spectral image analysis through decomposing mixed pixels into a set of pure substances (endmembers) and corresponding component ratios (abundances). The challenging issue of un-mixing is connected with insufficient and unmatched information problem. At present, the hyper-spectral un-mixing content is required to segment into three categories: 1) geometry-based, 2) statistics-based, and 3) spectral profiles-based. The spectral profiling is relevant to a pre-collected spectral library composed of a large number of elements-purified spectra as an end-member dictionary. It is not necessary to extract end-members from hyper-spectral data, and the following influence of inaccurate end-member extraction can be avoided. Generally, the number of end-members in the spectral library is more than the end-members-related amount in a hyper-spectral image, which make richer matrix more sparsely. To improve the un-mixing accuracy, the constraints-sparsely is required to be added in terms of richer matrix. In addition, HIS-based spatial information can aid to the improvement of un-mixing accuracy greatly. In reality, hyper-spectral data quality is constrained of multiple noises because the photonic energy is limited in imaging process, such as Gaussian, impulse and deadline noise, and each band of noise-intensified. However, most of un-mixing problems are relevant to Gaussian noise and the other types of noise like impulses and deadlines are not involved in, and the assumption of Gaussian noise intensity is for the same bands of hyper-spectral data. In order to resolve the problems mentioned above, we develop non-negative sparse component decomposition, and a robust un-mixing to sparse component analysis (RUnSCA) for hyper-spectral images. **Method** First, the application of mixed noise of real hyperspectral data and the statistic features of different noise intensity of each band are involved in. Then, we carry out a non-negative sparse component-based model analysis in terms of the maximized posterior probability framework. The hyper-spectral data quality of each band is improved further when the mixed noise is as the linear combination of spectra in a profile. Considering the sparsity nature of impulse noise and deadline noise, the $\ell_{1,1}$ norm is as the constraints of these noises. Since the number of endmembers in the spectral library is more than the number of end-members in the hyper-spectral image, a smaller number for non-zero rows can be existed in the abundance matrix, which means the abundance has global row sparsity. In order to analyze the sparsity of the abundance matrix more effectively, we introduce $\ell_{2,0}$ norm constraint to the abundance matrix for mining the global row sparsity. In hyper-spectral images, adjacent pixels-local contains mutual substances, and their spectra should be similar mutually, so the image can show smoothness-piecewise. The abundance matrix is regarded as piecewise smooth as well because the elements in each column of the abundance matrix represent the proportion of corresponding objects in a pixel. The factor of total variation regularization (TV) is added to the model analysis. Finally, the proposed RUnSCA problem can be resolved in terms of the alternating direction multiplier method (ADMM). **Result** In order to verify the effectiveness of the proposed RUnSCA, we use two sorts of simulated data sets and one real data set in experiment. We use signal to reconstruction error (SRE) for evaluating the performance of un-mixing as well. There are five representative methods used in the comparative experiments. The methodology is based on collaborative sparse theory of those are variable-split-coordinated sparse un-mixing and augmented Lagrangian (CLSunSAL) and sparse-coordinated hyper-spectral un-mixing using ℓ_0 norm (CSUnL0). Sparse un-mixing problem is resolved via variable-split and Lagrangian-augmented and total variation (SunSAL-TV), and the row-sparsity spectral un-mixing is resolved via total variation (RSSUn-TV). Sparse un-mixing of hyper-spectral data with bandwise model (SUBM) is also be considered as the variation of Gaussian noise in different bands of hyper-spectral image and the impulse noise or deadlines is taken into account. On the two simulated data sets, in comparison with the best result of five popular methods, the experiments show that our SRE result can improve 4.11 dB and 6.94 dB on average under various noise intensities. It illustrates the proposed method can deal with it more robustness. The RUnSCA also achieves good performance of mineral un-mixing on real data over Cuprite mine in Nevada, USA. The un-mixing performance-validated is based on a single mixed spectrum as well. The results show that the spectrum-reconstructed is closest to the real spectrum with the lowest RMSE. The RUnSCA can analyze the composition and proportion of the mixed spectra accurately. The experiments on simulated data and real data show that our analysis has more robustness over mixed noise. **Conclusion** This non-negative sparse component decomposition task demonstrate that a robust un-mixing for hyper-spectral images is effective with sparse component analysis (RUnSCA), which can comprehensively considers the influence of Gaussian random noise and sparse structural noise on the accuracy of linear un-mixing. The potential ADMM problem can be resolved further.

Key words: hyper-spectral remote sensing; linear hyperspectral unmixing; sparse unmixing; total variation (TV); alter-

nating direction method of multipliers (ADMM)

0 引言

高光谱遥感数据包含丰富的空间维和光谱维信息,具有图谱合一、光谱分辨率高和光谱波段数日多等特点,逐渐成为领域内的研究热点(张良培和李家艺,2016)。但是由于成像光谱仪空间分辨率的限制和地物的复杂多样性,一个像元中通常包含多种地物,该像元称为混合像元,混合像元普遍存在于高光谱遥感数据中(陈晋等,2016)。混合像元现象制约了高光谱遥感地物模式识别和解译等高层应用。因此,如何分解高光谱混合像元(高光谱解混)成为高光谱数据处理领域的一个关键问题。其目的是将混合像元分解为一组纯物质(端元)和对应的成分比例(丰度)(Bioucas-Dias等,2012)。

线性混合模型(linear mixing model, LMM)假设端元之间不存在相互作用,混合像元由一组端元 and 对应成分的丰度线性组合而成,是常见光谱解混算法的物理假设,简单高效且物理意义明确。基于LMM的高光谱解混方法包括基于几何学的方法、基于统计学的方法和基于稀疏回归的方法(朱玲等,2020)。

基于几何学的方法认为,高光谱数据中的每一个像元都对应多维特征空间中的一点,所有像元都位于多维特征空间内的一个单纯形几何体中,而单纯形的顶点为各端元,因此可以通过求解单纯形的顶点得到端元光谱(蓝金辉等,2018)。纯端元假设指高光谱数据中至少存在1个像元是只由1种物质组成的。根据是否采用纯端元假设,基于几何学的方法大致可以分为两类。一类是假设高光谱数据中存在纯端元,代表性工作有N-FINDR(Winter, 1999),顶点成分分析(vertex component analysis, VCA)(Nascimento和Dias, 2005);另一类是最小体积法,适用于没有纯端元的数据,代表方法有最小体积单纯形分析(minimum volume simplex analysis, MVSA)(Li和Bioucas-Dias, 2009)和采用分裂与拉格朗日增广的单纯形辨识方法(simplex identification via splitting and augmented Lagrangian, SISAL)(Bioucas-Dias, 2009),这类算法试图寻找包含所有像元的最小体积单纯形来提取端元。

上述方法需要先提取端元,再反演丰度。基于统计学的方法可以同时获取端元和丰度,如非负矩阵分解(nonnegative matrix factorization, NMF)方法(宋晓瑞等,2020)。由于NMF的解不唯一,为了克服这一特性,需要引入约束,如丰度重加权稀疏NMF(reweighted sparse NMF, ARSNMF)(贾麒等, 2020)引入了重加权 ℓ_1 约束,稀疏和正交约束NMF(sparse and orthogonal constrained NMF, SONMF)(陈善学和储成泉,2019)引入了 $\ell_{1/2}$ 约束和正交性约束。

随着美国地质调查局(United States Geological Survey, USGS)光谱库的出现,基于稀疏回归的方法受到业界关注(袁静等,2018)。该类方法将事先收集的大量纯物质光谱组成光谱库,并作为端元字典,避免端元提取不准确带来的影响,进而通过稀疏回归模型进行求解。Bioucas-Dias和Figueiredo(2010)对丰度矩阵施加非负性和稀疏性约束,提出了基于变量分裂和增广拉格朗日的稀疏解混模型(sparse unmixing by variable splitting and augmented Lagrangian, SUnSAL),利用拉格朗日方法和交替方向乘子法对模型进行求解。由于光谱库中的端元数量远大于高光谱数据中的端元数量,因此丰度矩阵中会有少量的非零行,体现出行稀疏性。利用丰度矩阵的行稀疏性,Iordache等人(2014)在SUnSAL模型的基础上,将丰度矩阵的 ℓ_1 范数换成 $\ell_{2,1}$ 范数,提出了协同稀疏回归模型(collaborative SUnSAL, CLSUnSAL)。在此基础上,Shi等人(2018)提出使用 $\ell_{2,0}$ 范数刻画丰度矩阵的行稀疏性,在保持高精度的情况下得到了更稀疏的解。高光谱图像中邻近像元对于同一种端元可能具有相似的丰度,因此Iordache等人(2012)用全变分(total variation, TV)刻画像元的局部同质性和分段平滑性,提出了基于全变差和变量分裂增广拉格朗日的稀疏解混模型(sparse unmixing via variable splitting augmented Lagrangian and total variation, SUnSAL-TV)。为了进一步挖掘空间信息,黄伟等人(2020)提出了基于局部加权低秩先验的高光谱稀疏表示解混方法(hyperspectral sparse unmixing based on local weighted low-rank prior, HSULWLP),使用加权低秩先验挖掘局部块的低维结构特征。上述模型都假设不同波段高光谱数据的噪声服从高斯分布且

噪声强度相同。然而,实际高光谱数据噪声复杂,可能包含脉冲、死线等其他噪声。基于这一认识,Li 等人(2020)提出了分波段的稀疏解混方法(sparse unmixing method with the bandwise model, SUBM)。

本文对高光谱图像进行非负稀疏分量分解建模,提出了一种基于非负稀疏分量分析的鲁棒解混方法(robust unmixing for hyperspectral images with sparse component analysis, RUnSCA)。RUnSCA 在最大后验框架下,考虑高光谱数据不同波段的混合噪声特性,建模为稀疏性结构噪声,并根据其稀疏性施加 ℓ_1 范数约束,同时根据丰度的行稀疏性为其施加 $\ell_{2,0}$ 范数约束,最后加入 TV 正则项以促进丰度图的平滑性。在模拟数据集和真实数据集上的实验均表明,RUnSCA 对混合噪声鲁棒,可以有效克服同批光谱数据之间的波形形态结构差异,在混合噪声条件下,RUnSCA 可以获得最优的信号与重构误差比(signal to reconstruction error, SRE)。

1 相关工作

1.1 线性混合模型

线性混合模型(LMM)(张兵,2016)认为混合像元的光谱是若干端元的光谱按照相应的比例系数线性混合得到的,其数学描述为

$$\mathbf{y} = \sum_{i=1}^M \mathbf{a}_i x_i + \mathbf{n} \quad (1)$$

式中, $\mathbf{y} \in \mathbf{R}^B$ 表示高光谱数据中单个混合像元的光谱向量, B 为波段数量, $\mathbf{a}_i \in \mathbf{R}^B$ 表示端元光谱向量, x_i 表示 $\mathbf{a}_i$ 在混合光谱 $\mathbf{y}$ 中所占的比例系数,即丰度, M 表示 $\mathbf{y}$ 中包含的端元数量, $\mathbf{n}$ 表示噪声。LMM 的矩阵形式可以表示为

$$\mathbf{Y} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{N} \quad (2)$$

式中, $\mathbf{Y} \in \mathbf{R}^{B \times P}$ 表示高光谱数据的矩阵形式,包含 B 个波段, P 个像元,其中每一列为单个像元的光谱向量, $\mathbf{A} \in \mathbf{R}^{B \times M}$ 表示端元字典,包含 M 个端元, $\mathbf{X} \in \mathbf{R}^{M \times P}$ 表示丰度, $\mathbf{N} \in \mathbf{R}^{B \times P}$ 表示噪声。

一般地,丰度通常满足“非负性”约束以及“和为一”约束(Heinz 和 Chang,2001),即对于每个端元的丰度 x_i ,满足

$$\sum_{i=1}^M x_i = 1 \quad \text{s. t.} \quad x_i \geq 0 \quad (3)$$

1.2 稀疏解混

稀疏解混将由大量纯端元光谱组成的光谱库作为端元字典,然后从光谱库中挑选合适的端元,再计算对应的丰度(Iordache 等,2011)。因为光谱库中的端元数量远大于高光谱数据中的端元数量,使得丰度系数矩阵是稀疏的,因此可以针对其稀疏性施加约束,得到约束的 ℓ_0 优化问题,具体为

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{X}} \quad & \frac{1}{2} \|\mathbf{Y} - \mathbf{A}\mathbf{X}\|_F^2 + \lambda \|\mathbf{X}\|_0 \\ \text{s. t.} \quad & \mathbf{X} \geq 0, \mathbf{1}^T \mathbf{X} = 1 \end{aligned} \quad (4)$$

式中, $\|\mathbf{X}\|_F = \sqrt{\text{tr}\{\mathbf{X}\mathbf{X}^T\}}$ 是 Frobenius 范数, $\|\mathbf{X}\|_0$ 是 $\mathbf{X}$ 的 ℓ_0 范数,表示 $\mathbf{X}$ 中非零元素的个数, $\lambda > 0$ 是正则化参数, $\mathbf{X} \geq 0$ 为“非负性”约束, $\mathbf{1}^T \mathbf{X} = 1$ 为“和为一”约束, $\mathbf{1}^T \in \mathbf{R}^M$ 且各元素全为 1。式(4)是一个 NP 难问题,通常用 ℓ_1 范数代替 ℓ_0 范数(Bruckstein 等,2008),可得

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{X}} \quad & \frac{1}{2} \|\mathbf{Y} - \mathbf{A}\mathbf{X}\|_F^2 + \lambda \|\mathbf{X}\|_{1,1} \\ \text{s. t.} \quad & \mathbf{X} \geq 0, \mathbf{1}^T \mathbf{X} = 1 \end{aligned} \quad (5)$$

式中, $\|\mathbf{X}\|_{1,1} = \sum_{i=1}^M \|\mathbf{x}_i\|_1$ 表示矩阵所有元素的绝对值之和, $\mathbf{x}_i$ 为 $\mathbf{X}$ 的第 i 行。

2 本文方法

2.1 非负稀疏分量分解建模

大多数稀疏解混方法都假设高光谱数据所有波段的高斯噪声强度相同,然而在实际情况中,不同波段的高斯噪声的强度不同,并且通常被其他类型的噪声污染(Zhang 等,2014),如脉冲噪声、死线噪声等,这类噪声可以归类为稀疏噪声。在混合噪声的情况下,对高光谱数据的第 i 个波段建模,具体为

$$\mathbf{Y}_i = (\mathbf{A}\mathbf{X})_i + \mathbf{S}_i + \mathbf{N}_i, \quad i = 1, \dots, B \quad (6)$$

式中, $\mathbf{Y}_i$, $(\mathbf{A}\mathbf{X})_i$, $\mathbf{S}_i$ 和 $\mathbf{N}_i$ 分别表示第 i 个波段的 $\mathbf{Y}$, $\mathbf{A}\mathbf{X}$, $\mathbf{S}$ 和 $\mathbf{N}$, $\mathbf{N}$ 表示高斯噪声, $\mathbf{S}$ 表示稀疏噪声。假设各波段高斯噪声强度不同且相互独立,即 $\mathbf{N}_i \sim \mathcal{N}(0, \sigma_i^2 \mathbf{I}_p)$ ($i = 1, \dots, B$), σ_i^2 表示第 i 个波段高斯噪声的方差, $\mathbf{I}$ 表示单位矩阵,可以得到 $p(\mathbf{Y}_i | [(\mathbf{A}\mathbf{X})_i + \mathbf{S}_i]) \sim \mathcal{N}((\mathbf{A}\mathbf{X})_i + \mathbf{S}_i, \sigma_i^2 \mathbf{I}_p)$ ($i = 1, \dots, B$)。

综上,数据似然概率可表达为

$$p(\mathbf{Y} | (\mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{S})) = \prod_{i=1}^B p(\mathbf{Y}_i | [(\mathbf{A}\mathbf{X})_i + \mathbf{S}_i]) =$$

$$c \cdot \exp\left(-\sum_{i=1}^B \frac{1}{2\sigma_i^2} \|Y_i - (AX)_i - S_i\|_2^2\right) = c \cdot \exp\left(-\frac{1}{2} \|W(Y - AX - S)\|_F^2\right) \quad (7)$$

式中, c 为常数。 $W_{i,i} = 1/\sigma_i$ ($i = 1, \dots, B$) $\in \mathbf{R}^{B \times B}$ 可以视为一个权重矩阵, 高斯噪声的方差越大, 波段的权重越小, 从而考虑到高斯噪声强度因波段而异的情况。然后在最大后验框架下, 估计丰度和稀疏噪声, 建立非负稀疏分量分解优化模型, 具体为

$$\begin{aligned} [\tilde{X}, \tilde{S}] &= \arg \max_{X, S} p((AX + S) | Y) = \\ &= \arg \max_{X, S} p(Y | (AX + S)) p(AX + S) = \\ &= \arg \max_{X, S} \left[-\frac{1}{2} \|W(Y - AX - S)\|_F^2 + \right. \\ &\quad \left. \ln c + \ln(p(AX + S)) \right] = \\ &= \arg \min_{X, S} \frac{1}{2} \|W(Y - AX - S)\|_F^2 - \ln(p(AX + S)) \end{aligned} \quad (8)$$

式中, 第2个等式根据贝叶斯定理得到, 对第2个等式应用 $-\ln(\cdot)$ 后可以得到第3个等式, 由于 c 为常数, 在优化问题中可以将 $\ln c$ 这一项舍弃, 得到最后一个等式, $p(AX + S)$ 表示 $AX + S$ 的先验分布, 可以看做施加在丰度和稀疏噪声上的先验知识约束。

由于光谱库中端元的数量远大于高光谱数据中端元的数量, 因此丰度矩阵中会有少量的非零行, 体现出全局行稀疏性 (Iordache 等, 2014)。利用丰度矩阵的全局行稀疏性, 可以为丰度矩阵施加 $\ell_{2,1}$ 混合范数约束, 从而更加有效地刻画丰度矩阵的稀疏性。此外, 高光谱数据中被稀疏噪声 S 污染的像元较少, 体现出稀疏性, 可以用 ℓ_0 范数对其建模。由于 ℓ_0 范数的优化问题 NP 难, 因此对 S 施加 ℓ_1 范数约束。进而, 式(8)可以表示为

$$\begin{aligned} \min_{X, S} \quad & \frac{1}{2} \|W(Y - AX - S)\|_F^2 + \lambda \|X\|_{2,1} + \alpha \|S\|_{1,1} \\ \text{s. t.} \quad & X \geq 0, \mathbf{1}^T X = 1 \end{aligned} \quad (9)$$

式中, $\|X\|_{2,1} = \sum_{i=1}^M \|x_i\|_2$ 为 $\ell_{2,1}$ 混合范数, λ 和 α 为正则化参数。

由于 ℓ_1 范数是 ℓ_0 范数的近似值, 且 $\ell_{2,1}$ 范数约束下的优化问题求解不能一直保持稀疏, 也就是说, 它会产生更多不活跃的“虚假端元” (Gasso 等, 2009; Seneviratne, 2012)。将 $\ell_{2,1}$ 替换为 $\ell_{2,0}$ 范数,

模型演变为

$$\begin{aligned} \min_{X, S} \quad & \frac{1}{2} \|W(Y - AX - S)\|_F^2 + \lambda \|X\|_{2,0} + \alpha \|S\|_{1,1} \\ \text{s. t.} \quad & X \geq 0, \mathbf{1}^T X = 1 \end{aligned} \quad (10)$$

式中, $\|X\|_{2,0} = \sum_{i=1}^M 1(\|x_i\|_2 > 0)$ 表示非零行的个数。

由于光谱的可变性 (Bateson 等, 2000), 丰度的“和为一”约束在实际情况中一般难以满足, 所以本文只考虑“非负性”约束。高光谱图像中, 局部相邻的像元通常包含相似的物质, 其光谱也具有相似性, 在图像中表现出来就是分段平滑性, 由于丰度矩阵每列中的元素代表的是相应物质在像元中所占的成分比例, 因此可以认为丰度矩阵也是分段平滑的 (Iordache 等, 2012)。式(10)加入 TV 正则项, 得到基于非负稀疏分量分析的高光谱鲁棒解混模型, 具体为

$$\begin{aligned} \min_{X, S} \quad & \frac{1}{2} \|W(Y - AX - S)\|_F^2 + \lambda \|X\|_{2,0} + \\ & \alpha \|S\|_{1,1} + \lambda_{TV} TV(X) \\ \text{s. t.} \quad & X \geq 0 \end{aligned} \quad (11)$$

式中, $\lambda_{TV} > 0$ 表示正则化参数, $TV(X)$ 表示各向异性 TV (anisotropic TV)。

令 $H_h: \mathbf{R}^{M \times P} \rightarrow \mathbf{R}^{M \times P}$ 表示丰度 X 相邻像元之间水平差分的线性算子 (Iordache 等, 2012), 即 $H_h X = [d_1, d_2, \dots, d_p]$, 其中 $d_i = x_i - x_{i_h}$, x_{i_h} 为 x_i 的水平邻像元。令 $H_v: \mathbf{R}^{M \times P} \rightarrow \mathbf{R}^{M \times P}$ 表示丰度 X 相邻像元之间垂直差分的线性算子, 即 $H_v X = [v_1, v_2, \dots, v_p]$, 其中 $v_i = x_i - x_{i_v}$, x_{i_v} 为 x_i 的垂直邻像元。在上述两种算子的基础上, 本文定义

$$HX = \begin{bmatrix} H_h X \\ H_v X \end{bmatrix} \quad (12)$$

因此模型(11)可以写为

$$\begin{aligned} \min_{X, S, V_1, V_2, V_3, V_4, V_5} \quad & \frac{1}{2} \|W(Y - AX - S)\|_F^2 + \lambda \|X\|_{2,0} + \\ & \alpha \|S\|_{1,1} + \lambda_{TV} \|HX\|_{1,1} \\ \text{s. t.} \quad & X \geq 0 \end{aligned} \quad (13)$$

2.2 模型求解

引入辅助变量 V_1, V_2, V_3, V_4, V_5 后, 模型式(13)可以写为

$$\min_{X, S, V_1, V_2, V_3, V_4, V_5} \frac{1}{2} \|W(Y - AX - V_1)\|_F^2 + \lambda \|V_2\|_{2,0} +$$

$$\alpha \|S\|_{1,1} + \lambda_{TV} \|V_4\|_{1,1} + l_{R+}(V_5) \quad (14)$$

s. t. $V_1 = S; V_2 = X; V_3 = X; V_4 = HV_3; V_5 = X$

式中, $l_{R+}(V_5)$ 是一个指示函数(indicator function), 当 $V_5 \geq 0$ 时, $l_{R+}(V_5) = 0$, 否则为 $+\infty$ 。需要注意的是, 式(13)中 $V_4 = HV_3$ 与其他约束不对称, 这样可以将两个变量的优化解耦。式(14)可以写成紧凑形式, 具体为

$$\min_{U,V} g(U,V) \quad \text{s. t.} \quad GU + BV = Z \quad (15)$$

式中

$$g(U,V) = \frac{1}{2} \|W(Y - AX - V_1)\|_F^2 + \lambda \|V_2\|_{2,0} + \alpha \|S\|_{1,1} + \lambda_{TV} \|V_4\|_{1,1} + l_{R+}(V_5)$$

$$G = \begin{bmatrix} I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I \end{bmatrix}, U = \begin{bmatrix} S \\ X \\ X \\ 0 \\ X \end{bmatrix}, Z = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} -I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & H & -I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -I \end{bmatrix}, V = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \end{bmatrix} \quad (16)$$

式(15)的增广拉格朗日方程为

$$L(U,V,D) = g(U,V) + \frac{\mu}{2} \|GQ + BV - Z - D\|_F^2 \quad (17)$$

式中, D/μ 为拉格朗日乘子, $D = (D_1, D_2, D_3, D_4, D_5)$ 。

上述约束最小化问题是多变量联合最小化问题, 直接联合最优复杂度较高。本文采用交替方向乘子法(alternating direction multiplier method, ADMM)将其分解为若干个子问题, 对每一个子问题交替迭代求解。首先固定其他变量, 更新变量 X , 具体为

$$X^{(k+1)} \leftarrow \arg \min_X \frac{1}{2} \|W(Y - AX - V_1^{(k)})\|_F^2 + \frac{\mu}{2} \|V_i^{(k)} - X - D_i^{(k)}\|_F^2, i = 2, 3, 5 \quad (18)$$

对式(18)求导, 可以得到 X 的解, 即

$$X^{(k+1)} \leftarrow [(WA)^T(WA) + 3\mu I]^{-1} \times$$

$$[(WA)^T W(Y - V_1^{(k)}) + \mu(\xi_2^{(k)} + \xi_3^{(k)} + \xi_5^{(k)})] \quad (19)$$

式中, I 为单位矩阵, $(WA)^T$ 为 WA 的转置, $\xi_i^{(k)} = V_i^{(k)} - D_i^{(k)}$, $i = 2, 3, 5$ 。然后固定其他变量, 更新变量 S , 具体为

$$S^{(k+1)} \leftarrow \arg \min_S \alpha \|S\|_{1,1} + \frac{\mu}{2} \|V_1^{(k)} - S - D_1^{(k)}\|_F^2 \quad (20)$$

其解可以用软阈值法(Biucias-Dias, 2009)求得, 即

$$S^{(k+1)} \leftarrow S_{\alpha/\mu}(V_1^{(k)} - D_1^{(k)}) \quad (21)$$

式中, $S_\tau(\delta) = \text{sgn}(\delta) \max(|\delta| - \tau, 0)$ 表示软阈值收缩算子, $\text{sgn}(\delta)$ 表示指示函数, τ 表示阈值。

更新 V_1 时的优化问题为

$$V_1^{(k+1)} \leftarrow \arg \min_{V_1} \frac{1}{2} \|W(Y - AX^{(k+1)} - V_1)\|_F^2 + \frac{\mu}{2} \|V_1 - S^{(k+1)} - D_1^{(k)}\|_F^2 \quad (22)$$

其解为

$$V_1^{(k+1)} \leftarrow [W^T W + \mu I]^{-1} \times [W^T W(Y - AX^{(k+1)}) + \mu(S^{(k+1)} + D_1^{(k)})] \quad (23)$$

更新 V_2 时的优化问题为

$$V_2^{(k+1)} \leftarrow \arg \min_{V_2} \lambda \|V_2\|_{2,0} + \frac{\mu}{2} \|V_2 - X^{(k+1)} - D_2^{(k)}\|_F^2 \quad (24)$$

其解可由行硬阈值法(Shi 等, 2018)求得, 即

$$V_2^{(k+1)} \leftarrow RH_{\lambda/\mu}(X^{(k+1)} + D_2^{(k)}) \quad (25)$$

式中, $RH_\tau(\Phi)$ 表示行硬阈值(row hard threshold)函数, 定义为

$$RH_\tau(F)_{(i,:)} = \begin{cases} 0 & \|F(i,:) \|_2 \leq \tau \\ F(i,:) & \|F(i,:) \|_2 > \tau \end{cases} \quad (26)$$

式中, $\tau > 0$ 为阈值, $\Phi(i,:)$ 表示矩阵 Φ 的第 i 行。

更新 V_3 时的优化问题为

$$V_3^{(k+1)} \leftarrow \arg \min_{V_3} \frac{\mu}{2} \|V_3 - X^{(k+1)} - D_3^{(k)}\|_F^2 + \frac{\mu}{2} \|V_4^{(k)} - HV_3 - D_4^{(k)}\|_F^2 \quad (27)$$

其解为

$$V_3^{(k+1)} \leftarrow [H^T H + I]^{-1} [X^{(k+1)} + D_3^{(k)} + H^T \xi_4^{(k)}] \quad (28)$$

式中, $\xi_4^{(k)} = V_4^{(k)} - D_4^{(k)}$ 。

式(28)可以通过快速傅里叶变换(fast Fourier transform, FFT)(Sun 等, 2018)求解, 具体为

$$\mathbf{V}_3^{(k+1)} \leftarrow F^{-1} \left(\frac{F(\mathbf{X}^{(k+1)} + \mathbf{D}_3^{(k)} + \mu \mathbf{H} \xi_4^{(k)})}{1 + 2\mu \bar{F}(\mathbf{H}) F(\mathbf{H})} \right) \quad (29)$$

式中, F^{-1} 表示快速傅里叶逆变换, F 表示快速傅里叶变换, $\bar{F}$ 表示复共轭。

更新 $\mathbf{V}_4$ 时的优化问题为

$$\mathbf{V}_4^{(k+1)} \leftarrow \arg \min_{\mathbf{V}_4} \lambda_{TV} \|\mathbf{V}_4\|_{1,1} + \frac{\mu}{2} \|\mathbf{V}_4 - \mathbf{H} \mathbf{V}_3^{(k+1)} - \mathbf{D}_4^{(k)}\|_F^2 \quad (30)$$

其解也可以用软阈值法求得, 即

$$\mathbf{V}_4^{(k+1)} \leftarrow S_{\lambda_{TV}/\mu}(\mathbf{H} \mathbf{V}_3^{(k+1)} + \mathbf{D}_4^{(k)}) \quad (31)$$

更新 $\mathbf{V}_5$ 时的优化问题为

$$\mathbf{V}_5^{(k+1)} \leftarrow \arg \min_{\mathbf{V}_5} l_{R_+}(\mathbf{V}_5) + \frac{\mu}{2} \|\mathbf{V}_5 - \mathbf{X}^{(k+1)} - \mathbf{D}_5^{(k)}\|_F^2 \quad (32)$$

其解为

$$\mathbf{V}_5^{(k+1)} \leftarrow \max(\mathbf{X}^{(k+1)} + \mathbf{D}_5^{(k)}, 0) \quad (33)$$

迭代过程中, 本文采用基于最小误差的高光谱信号识别(hyperspectral signal identification by minimum error, HySime)(Bioucas-Dias 和 Nascimento, 2008)估计高斯噪声, 进而计算得到 $\mathbf{W}$ 。

用 ADMM 求解 RUnSCA 的算法流程如下:

输入: $\mathbf{Y}, \mathbf{A}, \mathbf{X}^{(0)}, \mathbf{S}^{(0)}, \mathbf{V}_1^{(0)}, \dots, \mathbf{V}_5^{(0)}, \mathbf{D}_1^{(0)}, \dots, \mathbf{D}_5^{(0)}$, 参数 $\mu > 0, \lambda > 0, \alpha > 0, \lambda_{TV} > 0, k=0$, 迭代次数 N , 容错值 ε 。

输出: $\mathbf{X}, \mathbf{S}$ 。

- 1) while $k < N$ 且 $\|\mathbf{G}\mathbf{U} + \mathbf{B}\mathbf{V}\|_F^2 \leq \varepsilon$ do
- 2) 估计 $\mathbf{Y} - \mathbf{S}^{(k)}$ 的高斯噪声, 更新 $\mathbf{W}$;
- 3) 通过式(19)更新 $\mathbf{X}^{(k+1)}$;
- 4) 通过式(21)更新 $\mathbf{S}^{(k+1)}$;
- 5) 通过式(23)更新 $\mathbf{V}_1^{(k+1)}$;
- 6) 通过式(25)更新 $\mathbf{V}_2^{(k+1)}$;
- 7) 通过式(29)更新 $\mathbf{V}_3^{(k+1)}$;
- 8) 通过式(31)更新 $\mathbf{V}_4^{(k+1)}$;
- 9) 通过式(33)更新 $\mathbf{V}_5^{(k+1)}$;
- 10) $\mathbf{D}_1^{(k+1)} = \mathbf{D}_1^{(k)} - (\mathbf{V}_1^{(k+1)} - \mathbf{S}^{(k+1)})$;
- 11) $\mathbf{D}_2^{(k+1)} = \mathbf{D}_2^{(k)} - (\mathbf{V}_2^{(k+1)} - \mathbf{X}^{(k+1)})$;
- 12) $\mathbf{D}_3^{(k+1)} = \mathbf{D}_3^{(k)} - (\mathbf{V}_3^{(k+1)} - \mathbf{X}^{(k+1)})$;
- 13) $\mathbf{D}_4^{(k+1)} = \mathbf{D}_4^{(k)} - (\mathbf{V}_4^{(k+1)} - \mathbf{H} \mathbf{V}_3^{(k+1)})$;

$$14) \mathbf{D}_5^{(k+1)} = \mathbf{D}_5^{(k)} - (\mathbf{V}_5^{(k+1)} - \mathbf{X}^{(k+1)});$$

$$15) k = k + 1;$$

$$16) \text{end};$$

$$17) \text{返回 } \mathbf{X} = \mathbf{X}^{(k+1)}, \mathbf{S} = \mathbf{S}^{(k+1)}。$$

在上述算法流程中, 计算较复杂的步骤是 $\mathbf{W}$ 、 $\mathbf{X}$ 和 $\mathbf{V}_3$ 的求解, 它们的复杂度分别为 $O(B^2P)$ 、 $O(B^2P)$ 和 $O(BP \log P)$, 其中 B 为光谱波段数量, P 为像元数量。鉴于 B 通常大于 $\log P$, 因此 RUnSCA 的总体计算复杂度为 $O(B^2P)$ 。

3 实验结果与分析

3.1 数据集

为测试方法的有效性, 采用 3 组数据集进行实验。

1) 模拟数据集 1 (data cube 1, DC1)。该数据集的生成参考了 Iordache 等人 (2012) 的方法, 包含 224 个波段, 共 75×75 个像元, 包含纯像元区域和混合区域, 每个混合区域为 2~5 个端元混合的结果, 背景像素中 5 个端元的丰度分数随机设置为 0.114 9, 0.074 1, 0.200 3, 0.205 5 和 0.405 1。

2) 模拟数据集 2 (data cube 2, DC2)。该数据集的生成参考了 Miao 和 Qi (2007) 的方法, 包含 224 个波段, 共 64×64 个像元, 不含纯像元。

3) Cuprite 数据集。该数据集为 AVIRIS Cuprite (airborne visible/infrared imaging spectrometer cuprite) 数据集的子集, 包含 0.4~2.5 μm 之间的 224 个波段, 图像尺寸为 250×191 像素, 去除受水汽和噪声影响较大的波段, 剩余 188 个有效波段。

为了模拟真实环境, 对 DC1 和 DC2 数据集处理如下: 1) 用零均值的高斯噪声污染所有波段, 每个波段的信噪比(signal to noise, SNR)为 20~40 dB 的随机数; 2) 用 30% 的脉冲噪声污染 11 个波段 (60~70); 3) 用死线噪声污染 11 个波段 (120~130)。

实验中, 采用美国地质调查局的 USGS 光谱库, 记为 $\mathbf{A} \in \mathbf{R}^{224 \times 240}$, 共 240 条光谱, 每条光谱包含 224 个波段, 波长范围是 0.4~2.5 μm 。

3.2 实验设置

实验将 RUnSCA 与分波段稀疏解混方法 SUBM (Li 等, 2020)、基于 TV 正则化的方法 SUnSAL-TV

(Iordache 等, 2012)、RSSUn-TV (Wang 等, 2019)、基于协同稀疏的方法 CLSUnSAL (Iordache 等, 2014) 和 CSUnL0 (sparse-coordinated hyper-spectral un-mixing using ℓ_0 norm) (Shi 等, 2018) 等 5 种具有代表性的方法进行对比。

采用信号与重构误差比 (SRE) 以及均方根误差 (root mean square error, RMSE) 作为性能评价指标, 具体定义为

$$SRE = 10 \lg \frac{\|X_{\text{true}}\|_F^2}{\|X_{\text{true}} - \hat{X}\|_F^2} \quad (34)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{MP} \|X_{\text{true}} - \hat{X}\|_F^2} \quad (35)$$

式中, X_{true} 表示真实值, $\hat{X}$ 表示估计值。一般来说, SRE 的数值越大, $RMSE$ 的数值越小, 表明方法的解混效果越好。

实验参数固定 $\mu = 10^{-2}$, $\varepsilon = 10^{-6}$, $N = 10^3$, 正则化参数 λ , α 和 λ_{TV} 从集合中取值, 即 $\lambda, \alpha, \lambda_{\text{TV}} \in \{10^{-5}, 10^{-4}, \dots, 10^{-1}, 10^0, 10^1, \dots, 10^{-4}, 10^5\}$ 。实验时考虑这些参数的所有组合, 采用最优的性能评价指标值作为方法的最终性能。

实验环境为 MATLAB R2015b 软件, 操作系统为 64 位 Windows10, 硬件平台配置为 Intel Core i7-9700K CPU, 主频为 3.60 GHz, 内存为 16 GB。

3.3 模拟数据集 1 (DC1) 实验

在 DC1 数据集上进行光谱解混实验。不同方法在 DC1 数据集上解混得到的丰度图如图 1 所示。可以看出, CLSUnSAL、CSUnL0、SUnSAL-TV 和 RSSUn-TV 的丰度图中有明显的噪声。SUBM 和 RUnSCA 两列背景最为纯净, 二者相较, RUnSCA 的丰度图噪声更少, 与真实丰度图更为接近。

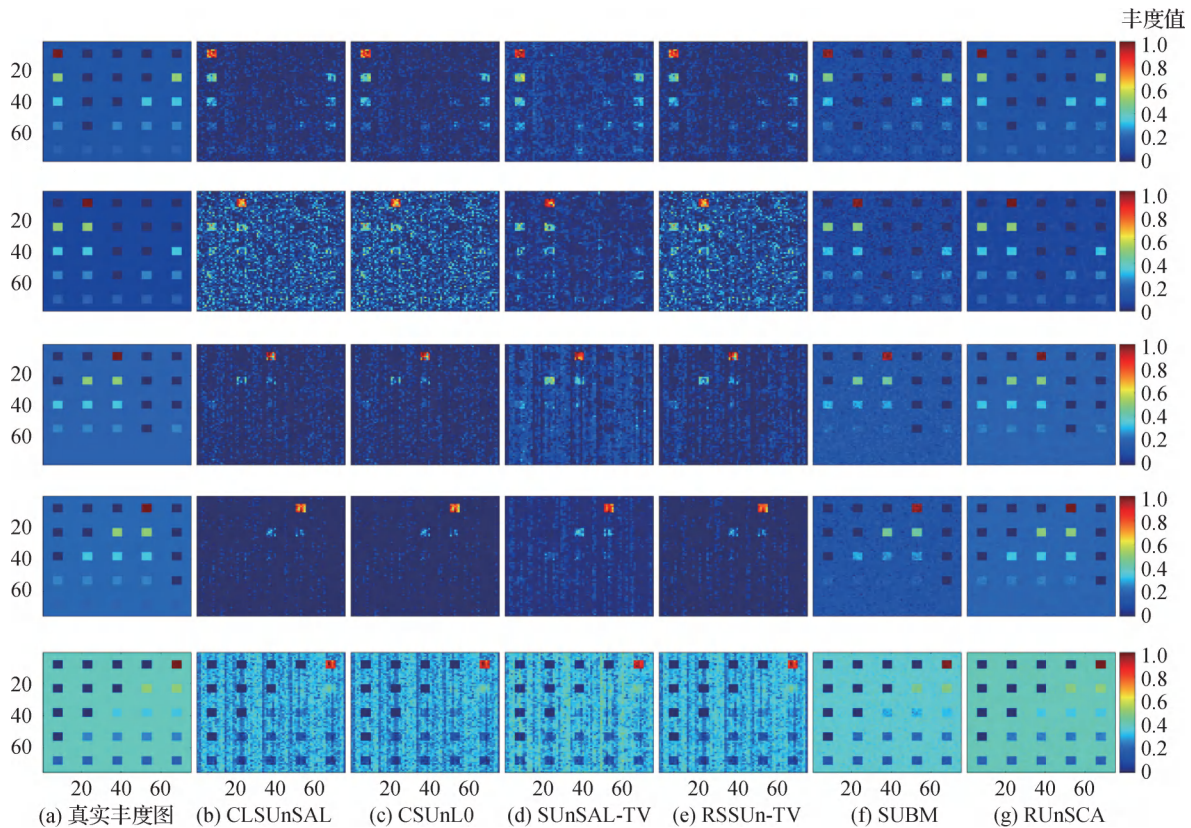


图1 不同方法在 DC1 数据集上得到的丰度图

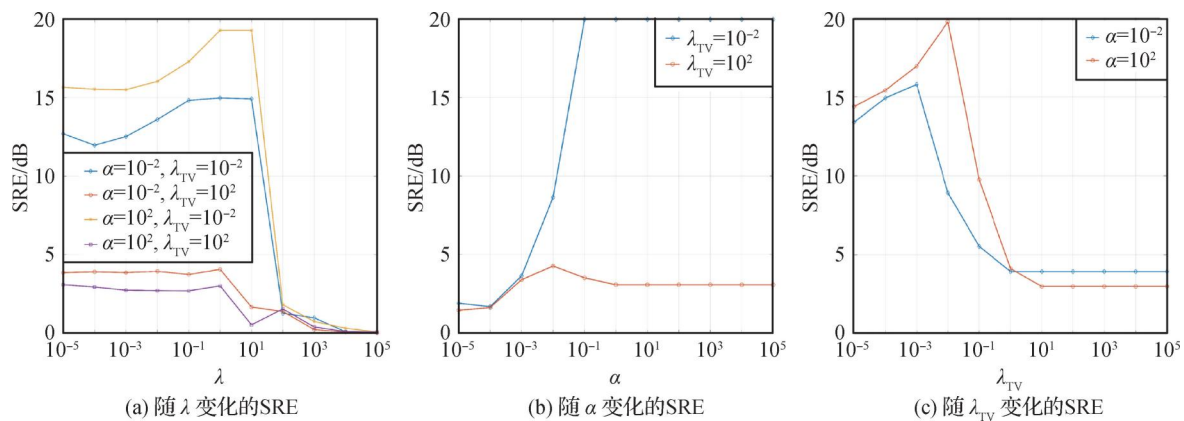
Fig. 1 Estimated abundance maps by different unmixing methods on DC1 dataset

((a) ground truth; (b) CLSUnSAL; (c) CSUnL0; (d) SUnSAL-TV; (e) RSSUn-TV; (f) SUBM; (g) RUnSCA)

3.3.1 超参数分析

为了确保原始残差与对偶残差之间的比率维持在一定区间内, 初始参数值 $\mu = 10^{-2}$, 迭代过程中不断更新参数 μ 。图 2 为 RUnSCA 在 DC1 数据集

上使用不同正则化参数 λ 、 α 和 λ_{TV} 的解混性能结果。图 2(a) 为 RUnSCA 在不同的正则化参数 λ 下的 SRE。可以看到, 当 $\lambda < 10^1$ 时, $\lambda_{\text{TV}} = 10^{-2}$ 的 SRE 明显优于 $\lambda_{\text{TV}} = 10^2$ 的 SRE, 说明较大的 λ_{TV} 会

图2 RUnSCA 在 DC1 数据集上使用不同的正则化参数 λ 、 α 和 λ_{TV} 得到的 SREFig. 2 SRE of RUnSCA with different regularization parameters λ , α and λ_{TV} on DC1 dataset(a) varying with λ ; (b) varying with α ; (c) varying with λ_{TV}

降低 RUnSCA 的解混精度; 当 $\lambda > 10^1$ 时, 4 条曲线接近一致。设置 $\mu = 10^{-2}$, $\lambda = 10^0$, 不同的 α 和 λ_{TV} 对 RUnSCA 的影响如图 2(b)(c) 所示。可以看出, 较小的 λ_{TV} 带来更高的 SRE, 在 $\alpha > 10^{-1}$ 或 $\lambda_{TV} > 10^1$ 时, SRE 保持不变。

3.3.2 多种噪声强度下的有效性

对 DC1 数据集加噪, 改变高斯噪声的强度, 可得到平均信噪比不同的数据集。图 3 为不同信噪比条件下各种方法对比。

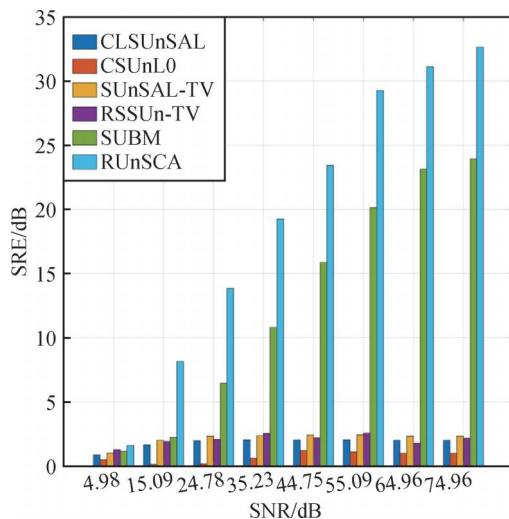


图3 不同方法在不同信噪比条件下在 DC1 数据集上得到的 SRE

Fig. 3 SRE of different methods on DC1 dataset with different SNR

从图 3 可以看到, 随着信噪比的增大, 所有方法的 SRE 都随之提高, 但 RUnSCA 的 SRE 始终高于其

余对比方法。

3.4 模拟数据集 2 (DC2) 实验

在 DC2 数据集上进行实验。图 4 为混合噪声条件下不同方法在 DC2 数据集上解混的丰度图。图 4 中第 1 列为 5 种端元的真实丰度图。可以看出, CLSUnSAL、CSUnL0、SUnSAL-TV 和 RSSUn-TV 的丰度图与真实丰度图差距较大, SUBM 和 RUnSCA 的结果与真实丰度图十分接近, 说明考虑各波段高斯噪声的不同强度以及稀疏噪声建模可以有效提升解混性能。总的来说, 与其他方法相比, RUnSCA 的结果最接近真实丰度图。

3.4.1 $\ell_{2,0}$ 与 TV 正则项的有效性

表 1 展示了 RUnSCA 在 DC2 数据集上使用不同参数得到的 SRE。可以看到, 在 $\lambda = 0$ 和 $\lambda_{TV} = 0$ 的情况下, RUnSCA 获得了更低的 SRE, 证明了 $\ell_{2,0}$ 范数和 TV 正则项的有效性。

3.4.2 关于 $\ell_{2,0}$ 、 ℓ_1 与各向异性 TV 正则项的选择

1) 利用丰度矩阵的低秩性 (Zhao 和 Yang, 2015), 本文将式 (11) 中的 $\ell_{2,0}$ 正则项替换为低秩正则项, 使用加权核范数求解相关子问题, 该方法称为 RUnSCA-Rank。

2) 由于稀疏噪声存在于高光谱数据中的少数波段, 因此可以认为稀疏噪声也具有行稀疏性。本文将式 (11) 中的 ℓ_1 正则项替换为 $\ell_{2,0}$ 正则项, 该方法称为 RUnSCA-Row。

3) 各向同性 TV (isotropic TV) 与本文采用的各向异性 TV (anisotropic TV) 分别计算为

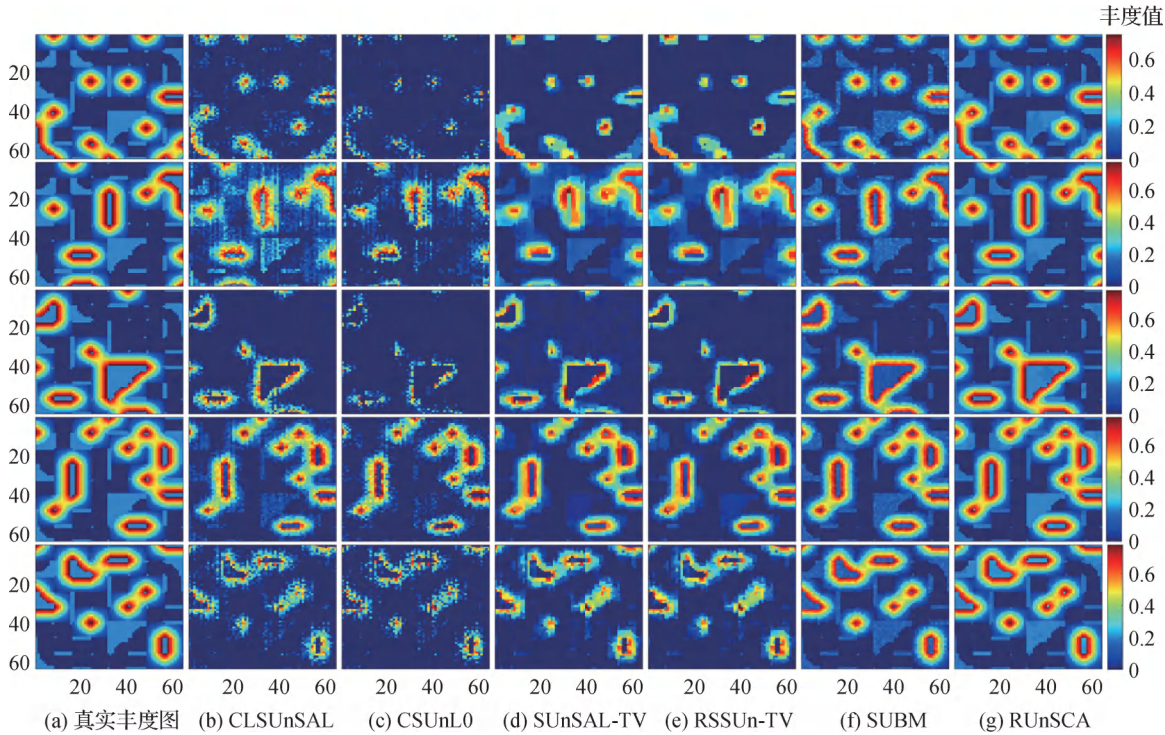


图4 不同方法在 DC2 数据集上得到的丰度图

Fig. 4 Estimated abundance maps by different methods on DC2 dataset

((a) ground truth; (b) CLSUnSAL; (c) CSUnL0; (d) SUnSAL-TV; (e) RSSUn-TV; (f) SUBM; (g) RUnSCA)

表 1 RUnSCA 在 DC2 数据集上使用不同参数得到的 SRE
Table 1 SRE of RUnSCA with different parameters on DC2 dataset

参数	SRE/dB
$\lambda = 0$	0.57
$\lambda_{TV} = 0$	11.25
$\lambda \neq 0, \lambda_{TV} \neq 0$	13.77

注:加粗字体为最优结果。

$$\|X\|_{TV}^{iso} = \sum_{i=1}^P \sqrt{(H_v X)^2 + (H_h X)^2} \quad (36)$$

$$\|X\|_{TV}^{ami} = \sum_{i=1}^P |H_v X| + |H_h X| \quad (37)$$

本文将式(11)中的各向异性 TV 替换为各向同性 TV,该方法称为 RUnSCA-Iso。

图 5 展示了上述 3 种方法与 RUnSCA 在混合噪声条件下的对比。可以看到,RUnSCA-Iso 与 RUnSCA 的结果十分接近,在高信噪比情况下几乎一致。但从整体上看,RUnSCA-Iso 仍然微弱于 RUnSCA,说明在混合噪声情况下,各向异性 TV 优于各向同性 TV,但差距不大。此外,在低信噪比情况下,RUnSCA-Rank 的 SRE 接近 RUnSCA,RUnSCA-Row

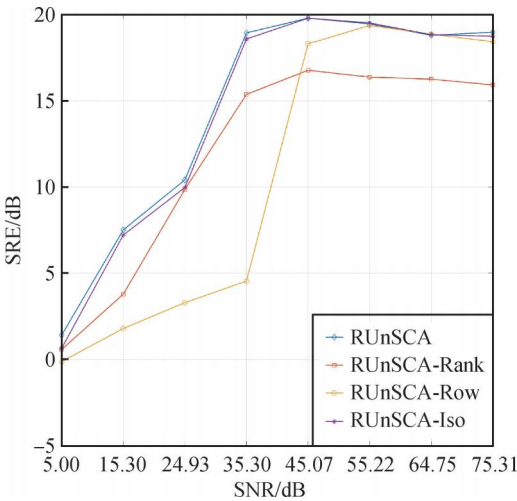


图 5 不同方法在不同信噪比条件下在 DC2 数据集上得到的 SRE

Fig. 5 SRE of different methods on DC2 dataset with different SNR

的 SRE 明显弱于 RUnSCA,然而在高信噪比时情况相反,说明低秩正则项能有效抑制噪声,但无法取得比 $\ell_{2,0}$ 正则项更稀疏的结果,并且 $\ell_{2,0}$ 正则项对高强度噪声较为敏感。总体来看,RUnSCA 方法优于其余对比方法。

3.4.3 不同类型噪声下的有效性

表 2 为不同方法在不同噪声情况下在 DC2 数据集上得到的 SRE。可以看出,当高光谱数据仅被高斯噪声污染时,RUnSCA 获得了最高的 SRE,这是因为其考虑了高斯噪声在不同波段上的变化。当只被脉冲噪声或死线噪声污染时,RUnSCA 的 SRE 同样最高,原因在于 RUnSCA 考虑了脉冲、死线等稀疏噪声,同时针对它们的潜在稀疏性进行建模,证明了对稀疏噪声建模可以有效提高解混的精度。可以看到,基于 TV 正则化的方法 (SUnSAL-TV、RSSUn-TV) 获得的 SRE 比基于协同稀疏的方法 (CLSun-

SAL、CSUnL0) 高,说明 TV 正则化具有更好的抗噪性能。此外,RSSUn-TV 获得了比 SUnSAL-TV 更高的 SRE,因为除了采用 TV 正则化之外,RSSUn-TV 还采用 $\ell_{2,0}$ 范数来表示丰度的全局行稀疏性。然而,在大多数情况下,CSUnL0 的 SRE 比 CLSunSAL 低,这说明与 $\ell_{2,1}$ 范数相比, $\ell_{2,0}$ 范数对高强度的噪声更加敏感。在同时存在高斯、脉冲和死线噪声时,RUnSCA 的 SRE 最高,说明 RUnSCA 的抗噪性能最好。总结来看,在不同条件下,RUnSCA 都能得到最高的 SRE,说明其对混合噪声具有鲁棒性。

表 2 不同方法在不同噪声情况下在 DC2 数据集上得到的 SRE

Table 2 SRE of different methods on DC2 dataset

方法	噪声类型						
	高斯	脉冲	死线	高斯 + 脉冲	高斯 + 死线	脉冲 + 死线	高斯 + 脉冲 + 死线
CLSunSAL	3.68	1.43	1.57	1.32	1.43	0.90	1.07
CSUnL0	2.79	1.28	2.16	1.05	2.17	0.58	0.84
SUnSAL-TV	6.28	2.69	1.92	2.39	1.98	1.14	1.23
RSSUn-TV	8.44	5.31	3.10	4.30	4.64	1.27	1.88
SUBM	10.28	14.14	14.71	8.61	8.28	10.76	8.58
RUnSCA	15.18	18.39	18.2	12.72	13.11	15.11	12.67

注:加粗字体为各列最优结果。

3.4.4 收敛性分析

图 6 为不同方法在 DC2 数据集上的收敛曲线。可以看到,所有方法都在 100 次迭代以内快速收敛,

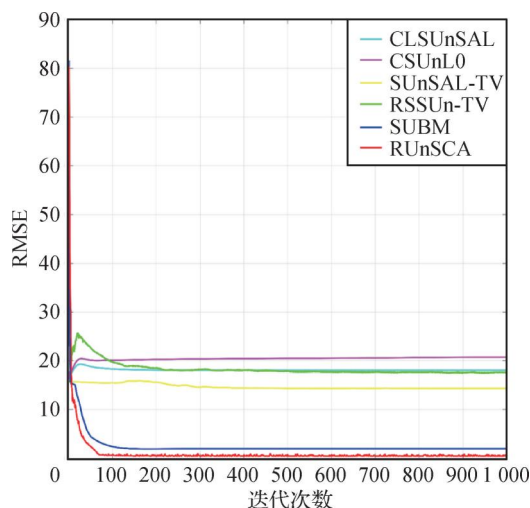


图 6 不同方法在 DC2 数据集上的收敛曲线

Fig. 6 Convergence curves of different methods on the DC2 dataset

然后趋于稳定。尽管 RUnSCA 的收敛曲线有小幅波动,但整体来讲,收敛效果比其余方法更好。

3.4.5 单条光谱解混的有效性

提取 DC2 数据集中单条光谱像元曲线作为输入数据,即 $y \in \mathbf{R}^{224}$ 。图 7 为原始光谱、含噪光谱以及不同方法重构后的光谱,表 3 为不同方法重构该光谱得到的 RMSE。可以看出,图 7(h) 中 RUnSCA 重构后的光谱最接近原始光谱,表 3 中 RUnSCA 的 RMSE 最小,综合说明 RUnSCA 能较好地去除高斯和稀疏噪声,重构性能较好。

3.5 真实数据集实验

图 8 显示了不同方法在 Cuprite 数据集上得到的 3 种矿物 alunite、buddingtonite、chalcedony 的丰度图。图 8(a) 是用 Tetracorder 软件得到的 3 种矿物的分类图,其将每个像素分类为特定矿物,这里仅用做比较分析。图 8(g) 是 RUnSCA 的解混结果,色调越热表示该矿物的含量越高。可以看出,SUBM 和

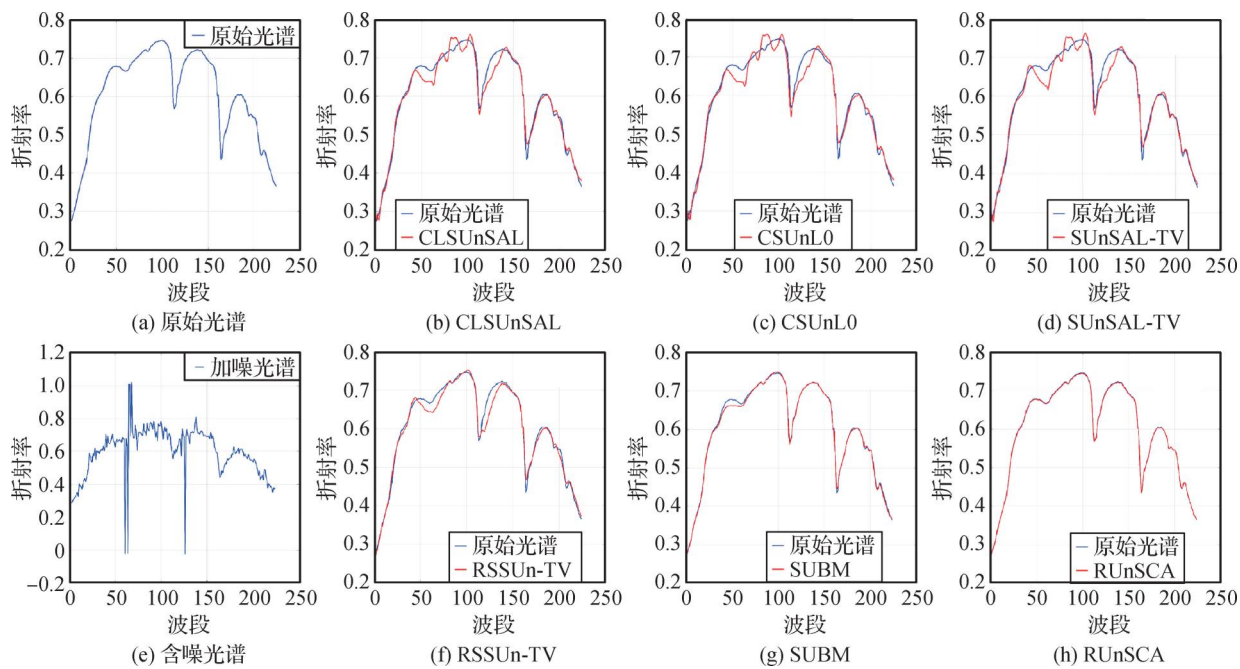


图7 DC2 数据集中单个像素的原始光谱、含噪光谱以及不同方法的重构结果

Fig. 7 The original spectrum, noisy spectrum and reconstruction results of different methods for one pixel on the DC2 dataset ((a) original; (b) CLSUnSAL; (c) CSUnL0; (d) SUnSAL-TV; (e) noised; (f) RSSUn-TV; (g) SUBM; (h) RUnSCA)

表3 不同方法重构单条光谱得到的 RMSE
Table 3 The RMSE of different methods reconstruct a spectrum

方法	RMSE
CLSUnSAL	0.034 4
CSUnL0	0.038 2
SUnSAL-TV	0.035 3
RSSUn-TV	0.033 1
SUBM	0.009 5
RUnSCA	0.001 1

注:加粗字体为最优结果。

RUnSCA 得到的丰度图相比其他方法蕴含更多细节。从视觉效果上看,RUnSCA 得到的丰度图具有可比性,证明 RUnSCA 是有效的。

图 9 显示了 RUnSCA 对 Cuprite 数据集上单条混合像元光谱曲线进行解混和重构的结果。图 9 (a) 为该混合像元的光谱以及使用 RUnSCA 重构的光谱。图 9 (b) 为该混合像元解混后的前 5 个端元,分别为 Cheatgrass、Hydroxyl-Apatite、Kaolin/Smect、Alunite 和 Erionite + Merlinot,对应的丰度系数分别为 0.131 0, 0.091 0, 0.073 2, 0.053 2 和 0.052 9。

不同方法在 DC1、DC2 和 Cuprite 数据集上迭代

100 次的运行时间如表 4 所示。由于需要进行差分计算,因此 SUnSAL-TV、RSSUn-TV 和 RUnSCA 的时间最长,其中 RUnSCA 的运行时间最多。总体而言,运行时间在可接受范围内。

4 结 论

考虑到高光谱数据中存在混合噪声,且不同波段高斯噪声强度不同,本文对高光谱图像进行非负稀疏分量分解建模。该模型基于最大后验概率框架,对稀疏结构性噪声建模,同时基于丰度的行稀疏性与相邻像素之间的局部空间平滑特性,用 $\ell_{2,0}$ 促进丰度的行稀疏性,TV 正则项促进丰度图的分段平滑。最后采用 ADMM 优化算法迭代求解,设计了一种新的解混方法。在模拟数据集和真实数据集开展了收敛性、鲁棒性和单条光谱解混等多组实验。实验结果表明,与代表性解混方法相比,提出方法在混合噪声条件下表现出了优异的解混效果。同时,实验综合分析了丰度的行稀疏性与全局低秩性、各向异性 TV 与各向同性 TV,以及稀疏噪声的 ℓ_1 范数与 $\ell_{2,0}$ 范数对解混性能的影响,表明本文模型具有较好的噪声稳健性和盲源分离性能。应该看到,本文

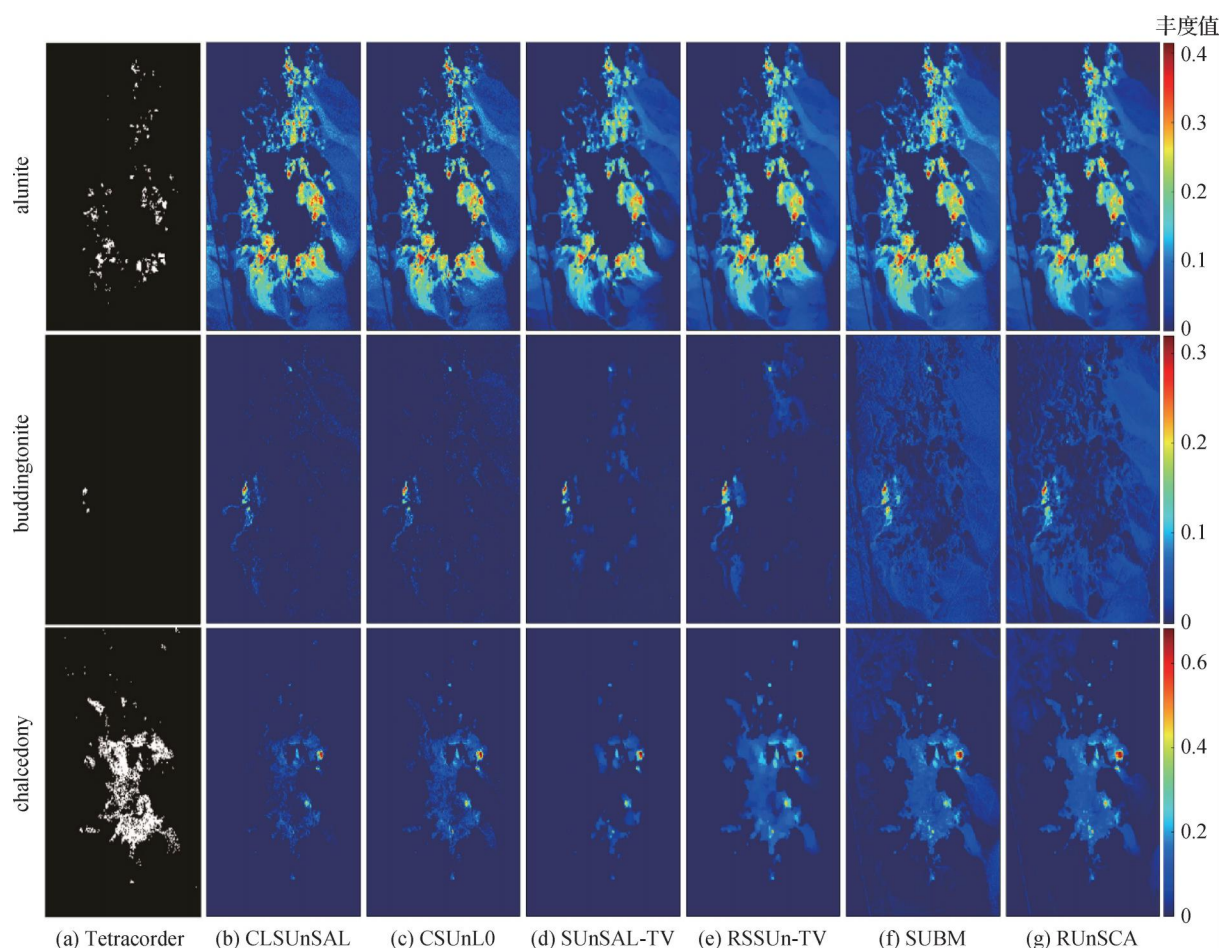
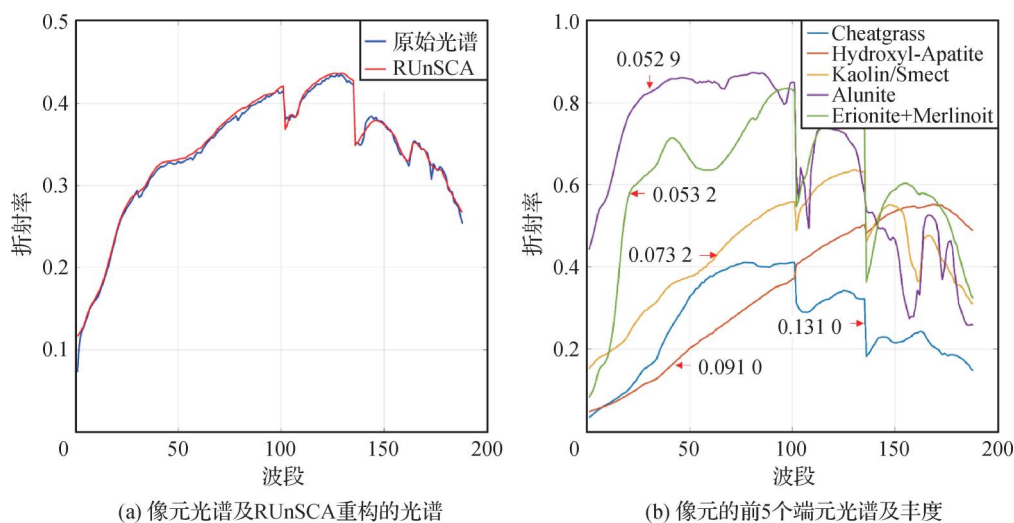


图8 不同方法在 Cuprite 数据集上得到的 3 种矿物的丰度图

Fig. 8 Estimated abundance maps of three endmembers by different methods on Cuprite dataset

((a) Tetracorder; (b) CLSUnSAL; (c) CSUnL0; (d) SUnSAL-TV; (e) RSSUn-TV; (f) SUBM; (g) RUnSCA)



(a) 像元光谱及RUnSCA重构的光谱

(b) 像元的前5个端元光谱及丰度

图9 对 Cuprite 数据集上单条像元光谱解混和重构的结果

Fig. 9 Results of unmixing and reconstruction of the spectrum on the Cuprite dataset

((a) the original and reconstructed spectrum of one pixel; (b) the spectra and abundance of the first 5 endmembers)

表4 不同方法在 DC1、DC2 和 Cuprite
数据集上的运行时间

Table 4 Running time of different methods on
DC1, DC2 and Cuprite datasets

方法	DC1 数据集	DC2 数据集	Cuprite 数据集
CLSunSAL	2. 26	1. 80	35. 10
CSUnL0	2. 42	2. 09	33. 83
SUnSAL-TV	30. 13	19. 46	381. 45
RSSUn-TV	32. 98	20. 23	386. 25
SUBM	20. 62	11. 73	161. 88
RUUnSCA	46. 36	25. 49	468. 72

注:加粗字体为各列最优结果。

研究是聚焦于在线性混合模型假设下的结果,因此一方面可以进一步考虑拟线性和非线性混合假设下的理论与算法推广;另一方面可以有效结合数学模型解混和深度先验学习,进一步挖掘高光谱图像的非线性复杂结构特征,从而设计模型启发的高光谱解混深度网络算法。

参考文献 (References)

- Bateson C A, Asner G P and Wessman C A. 2000. Endmember bundles: a new approach to incorporating endmember variability into spectral mixture analysis. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 38(2): 1083-1094 [DOI: 10.1109/36.841987]
- Bioucas-Dias J M. 2009. A variable splitting augmented Lagrangian approach to linear spectral unmixing//*Proceedings of the 1st Workshop on Hyperspectral Image and Signal Processing: Evolution in Remote Sensing*. Grenoble, France: IEEE: 1-4 [DOI: 10.1109/WHISPERS.2009.5289072]
- Bioucas-Dias J M and Figueiredo M A T. 2010. Alternating direction algorithms for constrained sparse regression; application to hyperspectral unmixing//*Proceedings of the 2nd Workshop on Hyperspectral Image and Signal Processing: Evolution in Remote Sensing*. Reykjavik, Iceland: IEEE: 1-4 [DOI: 10.1109/WHISPERS.2010.5594963]
- Bioucas-Dias J M and Nascimento J M P. 2008. Hyperspectral subspace identification. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 46(8): 2435-2445 [DOI: 10.1109/TGRS.2008.918089]
- Bioucas-Dias J M, Plaza A, Dobigeon N, Parente M, Du Q, Gader P and Chanussot J. 2012. Hyperspectral unmixing overview: geometrical, statistical, and sparse regression-based approaches. *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, 5(2): 354-379 [DOI: 10.1109/JSTARS.2012.2194696]
- Bruckstein A M, Elad M and Zibulevsky M. 2008. On the uniqueness of nonnegative sparse solutions to underdetermined systems of equations. *IEEE Transactions on Information Theory*, 54(11): 4813-4820 [DOI: 10.1109/TIT.2008.929920]
- Chen J, Ma L, Chen X H and Rao Y H. 2016. Research progress of spectral mixture analysis. *Journal of Remote Sensing*, 20(5): 1102-1109 (陈晋, 马磊, 陈学泓, 饶玉晗. 2016. 混合像元分解技术及其进展. *遥感学报*, 20(5): 1102-1109) [DOI: 10.11834/jrs.20166169]
- Chen S X and Chu C Q. 2019. Hyperspectral unmixing based on sparse and orthogonal constrained non-negative matrix factorization. *Journal of Computer Applications*, 39(8): 2276-2280 (陈善学, 储成泉. 2019. 基于稀疏和正交约束非负矩阵分解的高光谱解混. *计算机应用*, 39(8): 2276-2280) [DOI: 10.11772/j.issn.1001-9081.2019010105]
- Gasso G, Rakotomamonjy A and Canu S. 2009. Recovering sparse signals with a certain family of nonconvex penalties and DC programming. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 57(12): 4686-4698 [DOI: 10.1109/TSP.2009.2026004]
- Heinz D C and Chang C I. 2001. Fully constrained least squares linear spectral mixture analysis method for material quantification in hyperspectral imagery. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 39(3): 529-545 [DOI: 10.1109/36.911111]
- Huang W, Wu F Y and Sun L. 2020. Hyperspectral sparse unmixing based on local weighted low-rank prior. *Journal of Applied Sciences*, 38(6): 890-905 (黄伟, 伍飞扬, 孙乐. 2020. 基于局部加权低秩先验的高光谱稀疏解混方法. *应用科学学报*, 38(6): 890-905) [DOI: 10.3969/j.issn.0255-8297.2020.06.006]
- Iordache M D, Bioucas-Dias J M and Plaza A. 2011. Sparse unmixing of hyperspectral data. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 49(6): 2014-2039 [DOI: 10.1109/TGRS.2010.2098413]
- Iordache M D, Bioucas-Dias J M and Plaza A. 2012. Total variation spatial regularization for sparse hyperspectral unmixing. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 50(11): 4484-4502 [DOI: 10.1109/TGRS.2012.2191590]
- Iordache M D, Bioucas-Dias J M and Plaza A. 2014. Collaborative sparse regression for hyperspectral unmixing. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 52(1): 341-354 [DOI: 10.1109/TGRS.2013.2240001]
- Jia Q, Liao S Y, Zhang Z Y and Yang X J. 2020. Reweighted sparse nonnegative matrix decomposition for hyperspectral unmixing. *Infrared and Laser Engineering*, 49(S2): #20200152 (贾麒, 廖守亿, 张作宇, 杨薪洁. 2020. 重加权稀疏非负矩阵分解的高光谱解混. *红外与激光工程*, 49(S2): #20200152) [DOI: 10.3788/irla20200152]
- Lan J H, Zou J L, Hao Y S, Zeng Y L, Zhang Y Z and Dong M W. 2018. Research progress on unmixing of hyperspectral remote sens-

- ing imagery. *Journal of Remote Sensing*, 22(1): 13-27 (蓝金辉, 邹金霖, 郝彦爽, 曾溢良, 张玉珍, 董铭巍. 2018. 高光谱遥感影像混合像元分解研究进展. *遥感学报*, 22(1): 13-27) [DOI: 10.11834/jrs.20186502]
- Li C, Liu Y, Cheng J, Song R C, Ma J Y, Sui C and Chen X. 2020. Sparse unmixing of hyperspectral data with bandwise model. *Information Sciences*, 512: 1424-1441 [DOI: 10.1016/j.ins.2019.10.036]
- Li J and Bioucas-Dias J M. 2009. Minimum volume simplex analysis: a fast algorithm to unmix hyperspectral data//2008 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium. Boston, USA; IEEE; III-250-III-253 [DOI: 10.1109/IGARSS.2008.4779330]
- Miao L D and Qi H R. 2007. Endmember extraction from highly mixed data using minimum volume constrained nonnegative matrix factorization. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 45(3): 765-777 [DOI: 10.1109/TGRS.2006.888466]
- Nascimento J M P and Dias J M B. 2005. Vertex component analysis: a fast algorithm to unmix hyperspectral data. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 43(4): 898-910 [DOI: 10.1109/TGRS.2005.844293]
- Seneviratne A J. 2012. *L0 Sparse Signal Processing and Model Selection with Applications*. Sydney, Australia; University of New South Wales
- Shi Z W, Shi T Y, Zhou M and Xu X. 2018. Collaborative sparse hyperspectral unmixing using l_0 norm. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 56(9): 5495-5508 [DOI: 10.1109/TGRS.2018.2818703]
- Song X R, Wu L D and Meng X L. 2020. Unsupervised hyperspectral unmixing based on robust non-negative matrix factorization. *Journal of Image and Graphics*, 25(4): 801-812 (宋晓瑞, 吴玲达, 孟祥利. 2020. 利用稳健非负矩阵分解实现无监督高光谱解混. *中国图象图形学报*, 25(4): 801-812) [DOI: 10.11834/jig.190354]
- Sun L, Zhan T M, Wu Z B and Jeon B. 2018. A novel 3D anisotropic total variation regularized low rank method for hyperspectral image mixed denoising. *ISPRS International Journal of Geo-Information*, 7(10): 412 [DOI: 10.3390/ijgi7100412]
- Wang J J, Huang T Z, Huang J, Dou H X, Deng L J and Zhao X L. 2019. Row-sparsity spectral unmixing via total variation. *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, 12(12): 5009-5022 [DOI: 10.1109/JSTARS.2019.2950700]
- Winter M E. 1999. N-FINDR: an algorithm for fast autonomous spectral end-member determination in hyperspectral data//*Proceedings Volume 3753, Imaging Spectrometry V*. Denver, United States; SPIE; 266-275 [DOI: 10.1117/12.366289]
- Yuan J, Zhang Y J and Gao F P. 2018. An overview on linear hyperspectral unmixing. *Journal of Infrared and Millimeter Waves*, 37(5): 553-571 (袁静, 章毓晋, 高方平. 2018. 线性高光谱解混模型综述. *红外与毫米波学报*, 37(5): 553-571) [DOI: 10.11972/j.issn.1001-9014.2018.05.008]
- Zhang B. 2016. Advancement of hyperspectral image processing and information extraction. *Journal of Remote Sensing*, 20(5): 1062-1090 (张兵. 2016. 高光谱图像处理与信息提取前沿. *遥感学报*, 20(5): 1062-1090) [DOI: 10.11834/jrs.20166179]
- Zhang H Y, He W, Zhang L P, Shen H F and Yuan Q Q. 2014. Hyperspectral image restoration using low-rank matrix recovery. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 52(8): 4729-4743 [DOI: 10.1109/TGRS.2013.2284280]
- Zhang L P and Li J Y. 2016. Development and prospect of sparse representation-based hyperspectral image processing and analysis. *Journal of Remote Sensing*, 20(5): 1091-1101 (张良培, 李家艺. 2016. 高光谱图像稀疏信息处理综述与展望. *遥感学报*, 20(5): 1091-1101) [DOI: 10.11834/jrs.20166050]
- Zhao Y Q and Yang J X. 2015. Hyperspectral image denoising via sparse representation and low-rank constraint. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 53(1): 296-308 [DOI: 10.1109/TGRS.2014.2321557]
- Zhu L, Li M, Qin K and Pan C Y. 2020. Review of research progress on mineral hyperspectral unmixing. *Remote Sensing Information*, 35(3): 15-23 (朱玲, 李明, 秦凯, 潘澄雨. 2020. 矿物高光谱解混进展研究综述. *遥感信息*, 35(3): 15-23) [DOI: 10.3969/j.issn.1000-3177.2020.03.002]

作者简介

汪顺清,男,硕士研究生,主要研究方向为遥感图像处理。

E-mail: wangsq@njust.edu.cn

肖亮,通信作者,男,教授,主要研究方向为计算机视觉、机器学习和遥感图像处理。E-mail: xiaoliang@mail.njust.edu.cn

杨劲翔,男,讲师,主要研究方向为机器学习、深度学习和遥感图像处理。E-mail: yang123jx@njust.edu.cn

邵远天,男,硕士研究生,主要研究方向为遥感图像处理。

E-mail: alvin_s@njust.edu.cn