



JOURNAL OF IMAGE AND GRAPHICS

主办：中国科学院遥感与数字地球研究所
中国图象图形学学会
北京应用物理与计算数学研究所

中国图象 图形学报

2016
01
VOL.21

ISSN1006-8961
CN11-3758/TB



中国图象图形学报

刊名题字: 宋健

月刊 (1996年创刊)



第21卷第1期 (总第237期)

2016年1月16日

中国精品科技期刊
中国国际影响力优秀学术期刊
中国科技核心期刊
中文核心期刊

版权声明

凡向《中国图象图形学报》投稿, 均视为同意在本刊网站及CNKI等全文数据库出版, 所刊载论文已获得著作权人的授权。本刊所有图片均为非商业目的使用, 所有内容, 未经许可, 不得转载或以其他方式使用。

Copyright

All rights reserved by Journal of Image and Graphics, Institute of Remote Sensing and Digital Earth, CAS. The content (including but not limited text, photo, etc) published in this journal is for non-commercial use.

主管单位 中国科学院

主办单位 中国科学院遥感与数字地球研究所

中国图象图形学学会

北京应用物理与计算数学研究所

主编 李小文

编辑出版 《中国图象图形学报》编辑出版委员会

邮政信箱 北京9718信箱

邮 编 100101

电子信箱 jig@radi.ac.cn

电 话 010-64807995

网 址 www.cjig.cn

广告经营许可证 京朝工商广字第0361号

总 发 行 北京报刊发行局

订 购 全国各地邮局

海外发行 中国国际图书贸易集团有限公司

(邮政信箱: 北京399信箱 邮编: 100048)

印刷装订 北京科信印刷有限公司

Journal of Image and Graphics

Title inscription: Song Jian | Monthly, Started in 1996

Superintended by Chinese Academy of Sciences

Sponsored by Institute of Remote Sensing and Digital Earth, CAS

China Society of Image and Graphics

Institute of Applied Physics and Computational Mathematics

Editor-in-Chief LI Xiaowen

Editor, Publisher Editorial and Publishing Board of Journal of Image and Graphics

P.O.Box 9718, Beijing, P.R.China

Zip code 100101

E-mail jig@radi.ac.cn

Telephone 010-64807995

Website www.cjig.cn

Distributed by Beijing Bureau for Distribution of Newspapers and Journals

Domestic All Local Post Offices in China

Overseas China International Book Trading Corporation

(P.O.Box 399, Beijing 100048, P.R.China)

Printed by Beijing Kexin Printing Co., Ltd.

CN 11-3758/TB

ISSN 1006-8961

CODEN ZTTXFZ

国外发行代号 M1406

国内邮发代号 82-831

国内定价 60.00元

图像处理和编码

空时形状预测与高效编码

朱仲杰, 王玉儿, 蒋刚毅..... 1

第二小方向导数信息熵的兴趣点检测

卢健, 黄杰, 潘峰..... 8

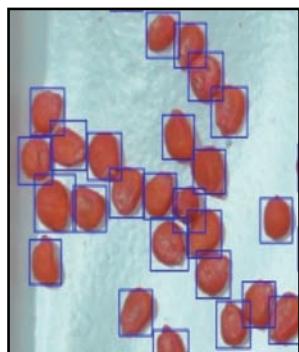
采用面积采样的反走样字符旋转算法

郑凯文, 刘文波..... 17

图像分析和识别

多尺度特征融合与极限学习机的玉米种子检测

柯道, 杜明智..... 24



多尺度特征融合与极限学习机的玉米种子检测
(第0024页)

图像理解和计算机视觉

结合NSCT和压缩感知的红外与可见光图像融合

陈木生..... 39

Plücker直线描述的空间后方交会

盛庆红, 陈姝文, 肖晖, 张斌, 王青, 费利佳..... 45

深度卷积神经网络的显著性检测

李岳云, 许悦雷, 马时平, 史鹤欢..... 53



深度卷积神经网络的显著性
检测(第0053页)

计算机图形学

以优先点为中心的Delaunay三角网生长算法

尤磊, 唐守正, 宋新宇..... 60

医学图像处理

快速数字影像重建的2维/3维医学图像配准

刘坤, 吕晓琪, 谷宇, 于荷峰, 任国印, 张明..... 69

小波-Lagrange方法进行医学图像层间插值

武士想, 尚鹏, 王立功..... 78

遥感图像处理

多主体框架下结合最大期望值和遗传算法的SAR图像分割

张金静, 李玉, 赵泉华..... 86

第十届图像图形技术与应用学术会议

视差互信息引导下的立体航空影像与LiDAR点云自动配准

吴军, 胡彦君, 饶云, 彭智勇..... 95

双树复小波域的MRI图像去噪

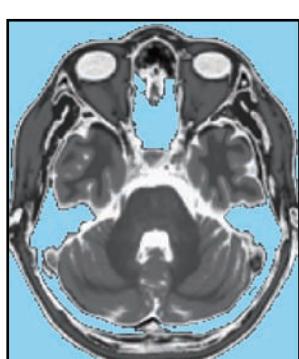
黄学优, 张长江..... 104

快速定位图像尺度和区域的3维跟踪算法

赵奇可, 孙延奎..... 114

局部不变特征点的精度指标

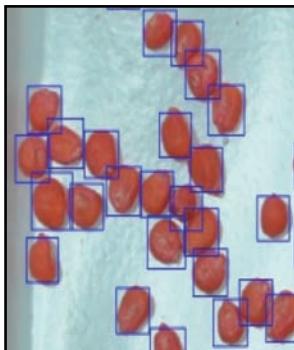
滕日, 周进, 蒋平, 崔雄文..... 122



双树复小波域的MRI图像去
噪(第0104页)

CONTENTS

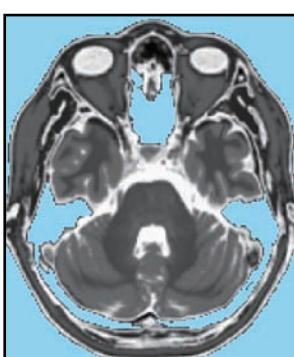
JOURNAL OF IMAGE AND GRAPHICS



Detection of maize seeds based on multi-scale feature fusion and extreme learning machine(P0024)



Saliency detection based on deep convolutional neural network(P0053)



MRI denoising based on dual-tree complex wavelet transform(P0104)

Image Processing and Coding

Spatio-temporal shape prediction and efficient coding Zhu Zhongjie, Wang Yuer, Jiang Gangyi	1
Interest point detection by using information entropy of the second small direction derivative Lu Jian, Huang Jie, Pan Feng	8
Anti-aliasing algorithm for character rotation based on area sampling Zheng Kaiwen, Liu Wenbo	17

Image Analysis and Recognition

Detection of maize seeds based on multi-scale feature fusion and extreme learning machine Ke Xiao, Du Mingzhi	24
--	----

Image Understanding and Computer Vision

Image fusion of visual and infrared image based on NSCT and compressed sensing Chen Musheng	39
Space resection method based on Plücker line Sheng Qinghong, Chen Shuwen, Xiao Hui, Zhang Bin, Wang Qing, Fei Lijiao	45
Saliency detection based on deep convolutional neural network Li Yueyun, Xu Yuelei, Ma Shiping, Shi Hehuan	53

Computer Graphics

Growth algorithm centered on priority point for constructing the Delaunay triangulation You Lei, Tang Shouzheng, Song Xinyu	60
--	----

Medical Image Processing

The 2D/3D medical image registration algorithm based on rapid digital image reconstruction Liu Kun, Lyu Xiaoqi, Gu Yu, Yu Hefeng, Ren Guoyin, Zhang Ming	69
Inter-slice interpolation for medical images by using the wavelet-lagrange method Wu Shixiang, Shang Peng, Wang Ligong	78

Remote Sensing Image Processing

Combining the expectation maximization and genetic algorithms for SAR image segmentation within a MAS framework Zhang Jinjing, Li Yu, Zhao Quanhua	86
---	----

Column of IGIA' 2015

Automatic registration of aerial stereo imagery to LiDAR data through iterative parallax mutual information computation Wu Jun, Hu Yanjun, Rao Yun, Peng Zhiyong	95
MRI denoising based on dual-tree complex wavelet transform Huang Xueyou, Zhang Changjiang	104
Three dimensional tracking with fast locating of image scale and area Zhao Qike, Sun Yankui	114
Extraction precision of local invariant feature points Teng Ri, Zhou Jin, Jiang Ping, Cui Xiongwen	122

中图法分类号: P237 文献标识码: A 文章编号: 1006-8961(2016)01-0045-08

论文引用格式: Sheng Q H, Chen S W, Xiao H, Zhang B, Wang Q, Fei L J. Space resection method based on Plücker line [J]. Journal of Image and Graphics, 2016, 21(1):0045-0052. [盛庆红,陈姝文,肖晖,张斌,王青,费利佳. Plücker 直线描述的空间后方交会[J]. 中国图象图形学报, 2016, 21(1):0045-0052.] [DOI:10.11834/jig.20160106]

Plücker 直线描述的空间后方交会

盛庆红¹, 陈姝文¹, 肖晖², 张斌¹, 王青¹, 费利佳¹

1. 南京航空航天大学航天学院,南京 210016; 2. 南京晓庄学院环境科学学院,南京 211171

摘要: 目的 现有的空间后方交会方法没有充分利用成像光线的几何拓扑关系, 共线条件的几何约束性弱, 提出基于 Plücker 坐标的的空间后方交会方法。方法 将成像光线用 Plücker 直线表示, 通过 Plücker 成像光线在空间中的螺旋位移, 使得物点在像点和投影中心所确定的 Plücker 直线上, 建立基于 Plücker 成像光线的共线条件方程。结果 针对小倾角航空与近景影像, 本文方法与传统的欧拉角法相比求解得到的外方位元素最大线元素误差分别从 0.88 m 降到 0.53 m, 从 0.06 m 降到 0.01 m; 最大角元素误差分别从 0.016 2 弧度降到 0.002 9 弧度, 从 0.087 弧度降到 0.066 弧度。针对大倾角影像, 欧拉角法不收敛而本文方法能正确解算。结论 本文方法由于增强了模型的几何强度, 获得了更高的定位精度, 且对于大倾角影像也同样能够获得正确而稳定的外方位元素解算结果。

关键词: 直线摄影测量; 空间后方交会; Plücker 直线; 共线条件; 螺旋位移

Space resection method based on Plücker line

Sheng Qinghong¹, Chen Shuwen¹, Xiao Hui², Zhang Bin¹, Wang Qing¹, Fei Lijiao¹

1. College of Astronautics, Nanjing University of Astronautics and Aeronautics, Nanjing 210016, China;

2. School of Environmental Science, Nanjing Xiaozhuang University, Nanjing 211171, China

Abstract: Objective Space resection is one of the fundamental issues in the field of digital photogrammetry and computer vision. Traditional methods based on control points limit the robust automation of the space resection procedure. The primary objective of space resection is to effectively and reliably describe the relationship between object points, the corresponding image points, and the projection center. One of the classical solutions to space resection is based on collinearity equations. A solution based on collinearity equations can represent the rotation matrix in many ways, such as Euler angle, Rodriguesmatrix, quaternion, and dual quaternion. Existing space resection methods are mainly based on point primitives, and do not fully consider the geometric topological relations of space lines; the geometric constraint conditions of the collinearity equation are weak. In this paper, a space resection method based on the Plücker line is presented. Method Plücker coordinates, a representation of space lines consisting of six parameters, has the advantages of clear geometric meaning, concise formation, and cost-effective computation. In this method, the imaging ray is represented in Plücker coordinates to obtain the Plücker line. Thereafter, on the basis of the screw movement of Plücker lines in space, the object point is obtained on the line and is identified by the image point and projection center. Finally, a collinearity equation

收稿日期: 2015-04-22; 修回日期: 2015-09-23

基金项目: 国家自然科学基金项目(41101441, 41471381)

第一作者简介: 盛庆红(1978—), 女, 副教授, 2008 年于武汉大学获摄影测量与遥感专业博士学位, 主要从事遥感影像几何定位研究。

E-mail: qhsheng@nuaa.edu.cn

Supported by: National Natural Science Foundation of China (41101441, 41471381)

based on the imaging ray of Plücker line is established. Therefore, the relationship between the control line in object and their corresponding line in image is established. By using the Plücker coordinates of some control lines in the object and corresponding image lines, the exterior orientation elements can be anti-calculated. **Result** The tests performed on aerial images and close-range images with small inclination indicate that the maximum error of the line elements of the exterior orientation elements decreases from 0.88 m to 0.53 m and from 0.06 m to 0.01 m; the maximum error of the angle elements decreases from 0.016 2 radian to 0.002 9 radian and from 0.087 radian to 0.066 radian compared with the traditional Euler method. For images with large inclinations, the space resection method can be used for correct calculations, whereas the Euler method cannot. The Euler method has strong dependence on the initial values of attitude elements and line elements. When the initial values are poor, such as a large attitude, the iterative calculation will slowly converge or even not converge. The Plücker line method uses dual quaternion to represent the rotation matrix, which overcomes the aforementioned issues by uniformly representing the attitude and line elements. **Conclusion** The Plücker line method avoids the complicated process of solving the attitude and position elements separately, thus significantly improving efficiency. Given the enhanced intensity of the geometry of the model, the method obtains high positioning accuracy and can be used for the positioning of the exterior orientation elements of images with large inclination.

Key words: line photogrammetry; space resection; Plücker; collinearity condition; screw displacement

0 引言

空间后方交会是摄影测量与计算机视觉的重要概念,一般通过共线条件方程求解,主要有欧拉角^[1]、角锥体法^[2-3]、直接解算法^[4]、四元数法^[5]和对偶四元数法^[6]方法。前3种方法对位置和姿态的初始值依赖性强,处理大倾角影像时收敛速度慢,甚至不收敛。四元数法^[7]能够降低对初值的依赖性、减少平差运算量,但无法克服位置和姿态分开求解引起的耦合误差。对偶四元数法^[8-9]可统一描述外方位元素,避免了位置和姿态分开求解的复杂过程,程序简洁,计算速度大大提高。但这些方法都没有充分考虑成像光线的几何拓扑关系^[10-11],共线条件的几何约束性弱。

德国著名数学家和物理学家 Plücker 提出了 Plücker 直线的概念,Plücker 直线描述的空间直线,具有几何意义明确、形式简洁、直线变换运算快速等特点^[12-13]。Rooney 等人证明了对偶四元数是最好的描述 Plücker 直线螺旋运动的数学工具^[14-15]。目前,Plücker 直线被广泛应用于直线几何学^[16]、计算机视觉^[17]和导航与控制^[18]等领域^[19-21]。但到目前为止,很少有 Plücker 直线在摄影测量领域中应用的报道。利用 Plücker 直线进行空间后方交会,建立具有强几何约束性的解算模型。

1 Plücker 直线螺旋运动方程

1.1 Plücker 直线

如图 1 所示,Plücker 直线坐标由 6 个参数(L, M, N, L_0, M_0, N_0)组成,矢量 $\mathbf{a} = (L, M, N)$ 和 $\mathbf{b} = (L_0, M_0, N_0)$ 分别是直线的方向矢量和直线相对于原点的矩^[22]。空间两点 (x_1, y_1, z_1) 和 (x_2, y_2, z_2) 组成直线的方向矢量和矩^[21]为

$$\begin{aligned}\mathbf{a} &= (x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1) \\ \mathbf{b} &= (x_1, y_1, z_1) \times (x_2, y_2, z_2) = \\ &\quad (y_1 z_2 - y_2 z_1, z_1 x_2 - z_2 x_1, x_1 y_2 - x_2 y_1)\end{aligned}\quad (1)$$

$\mathbf{p} = (X, Y, Z)$ 是空间任意一点 p 的位置矢量,若点 p 在直线 l 上,则满足关系式

$$\mathbf{b} = \mathbf{p} \times \mathbf{a} \quad (2)$$

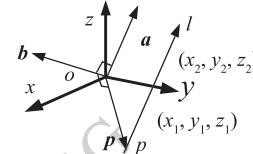


图 1 空间直线的 Plücker 坐标

Fig. 1 Plücker coordinate of an arbitrary line in space

1.2 Plücker 直线表示的空间螺旋运动

为了描述直线在 3 维线空间中的螺旋运动,一般用单位对偶矢量 $\hat{\mathbf{l}}$ 将 Plücker 直线坐标表示为^[6]

$$\hat{\mathbf{l}} = \mathbf{a} + \varepsilon \mathbf{b} \quad (3)$$

式中, ε 为对偶单位, 满足: $\varepsilon^2 = 0, \varepsilon \neq 0$ 。

如图2所示, 设直线 \mathbf{l}_1 的 Plücker 坐标为 $\hat{\mathbf{l}}_1 = \mathbf{a}_1 + \varepsilon \mathbf{b}_1$, \mathbf{l}_1 围绕单位对偶矢量 $\hat{\mathbf{n}}$ (螺旋轴) 螺旋运动 $\hat{\theta}$ (对偶角) 后^[6], 可得到直线 \mathbf{l}_2 , 设 \mathbf{l}_2 的 Plücker 坐标为 $\hat{\mathbf{l}}_2 = \mathbf{a}_2 + \varepsilon \mathbf{b}_2$, 则 Plücker 直线螺旋运动方程为^[18]

$$\hat{\mathbf{l}}_2 = \hat{\mathbf{q}}^{-1} \cdot \hat{\mathbf{l}}_1 \cdot \hat{\mathbf{q}} \quad (4)$$

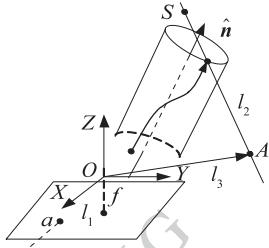


图2 Plücker 直线空间螺旋运动

Fig. 2 The spiral movement of Plücker lines in the space

式中, $\hat{\mathbf{q}}$ 为单位对偶四元数, $\hat{\mathbf{q}}^{-1}$ 为 $\hat{\mathbf{q}}$ 的共轭, 且

$$\hat{\mathbf{q}} = \cos \frac{\hat{\theta}}{2} + \sin \frac{\hat{\theta}}{2} \hat{\mathbf{n}}, \quad \hat{\mathbf{q}}^{-1} = \cos \frac{\hat{\theta}}{2} - \sin \frac{\hat{\theta}}{2} \hat{\mathbf{n}}$$

其向量形式为

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{q}} &= q_0 + q_1 \mathbf{i} + q_2 \mathbf{j} + q_3 \mathbf{k} + \\ &\quad \varepsilon(r_0 + r_1 \mathbf{i} + r_2 \mathbf{j} + r_3 \mathbf{k}) \\ \hat{\mathbf{q}}^{-1} &= q_0 - q_1 \mathbf{i} - q_2 \mathbf{j} - q_3 \mathbf{k} + \\ &\quad \varepsilon(r_0 - r_1 \mathbf{i} - r_2 \mathbf{j} - r_3 \mathbf{k}) \end{aligned} \quad (5)$$

式中, $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ 为虚数单位。

可见, 只需要一个 $\hat{\mathbf{q}}$ 即可描述 \mathbf{l}_1 到 \mathbf{l}_2 的空间螺旋运动, 其优点是模型简洁, 降低了处理问题的复杂度, 同时几何意义更为直观。

2 Plücker 直线坐标空间后方交会

2.1 Plücker 直线共线条件方程

$$\hat{\mathbf{l}}_1 = 0 + x\mathbf{i} + y\mathbf{j} - f\mathbf{k} \quad (6)$$

同样在 $O-XYZ$ 中, 通过 $\hat{\mathbf{q}}$ 对 \mathbf{l}_1 进行螺旋运动, 则可恢复成像光线的正确位置和姿态, 即 $\hat{\mathbf{l}}_2$, 将式(5)(6)代入式(4)展开可得 $\hat{\mathbf{l}}_2$ 的 6 个参数分别为

$$\begin{aligned} L &= c_{11}x + c_{12}y + c_{13}f \\ M &= c_{21}x + c_{22}y + c_{23}f \\ N &= c_{31}x + c_{32}y + c_{33}f \\ L_0 &= c_{41}x + c_{42}y + c_{43}f \\ M_0 &= c_{51}x + c_{52}y + c_{53}f \\ N_0 &= c_{61}x + c_{62}y + c_{63}f \end{aligned} \quad (7)$$

式中

$$\begin{aligned} c_{11} &= q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2; & c_{12} &= 2q_0q_3 + 2q_1q_2 \\ c_{13} &= 2q_0q_2 - 2q_1q_3; & c_{21} &= -2q_0q_3 + 2q_1q_2 \\ c_{22} &= q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2; & c_{23} &= -2q_0q_1 - 2q_2q_3 \\ c_{31} &= 2q_0q_2 + 2q_1q_3; & c_{32} &= 2q_2q_3 - 2q_1q_0 \\ c_{33} &= -q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 \\ c_{41} &= 2(q_0r_0 + q_1r_1 - q_2r_2 - q_3r_3) \\ c_{42} &= 2(q_0r_3 + q_1r_2 + r_0q_3 + r_1q_2) \\ c_{43} &= 2(q_0r_2 - q_1r_3 + r_0q_2 - r_1q_3) \\ c_{51} &= 2(-q_0r_3 + q_1r_2 - r_0q_3 + r_1q_2) \\ c_{52} &= 2(q_0r_0 - q_1r_1 + q_2r_2 - q_3r_3) \\ c_{53} &= 2(-q_0r_1 - q_2r_3 - r_0q_1 - r_2q_3) \\ c_{61} &= 2(q_0r_2 + q_1r_3 + r_0q_2 + r_1q_3) \\ c_{62} &= 2(q_2r_3 - q_1r_0 + r_2q_3 - r_1q_0) \\ c_{63} &= 2(-q_0r_0 + q_1r_1 + q_2r_2 - q_3r_3) \end{aligned}$$

根据中心投影构象的共线条件可知, 此时像点 a 对应的物方点 $A(X, Y, Z)$ 在 \mathbf{l}_2 上, 即满足式(2), 得

$$(L_0, M_0, N_0) = (X, Y, Z) \times (L, M, N) \quad (8)$$

展开式(8)可得基于对偶四元数的 Plücker 直线空间后方交会的 3 个基本方程, 即

$$\begin{aligned} F_X &= L_0 - (YN - ZM) = 0 \\ F_Y &= M_0 - (ZL - XN) = 0 \\ F_Z &= N_0 - (XM - YL) = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

式中, F_X, F_Y, F_Z 分别为点 A 到 \mathbf{l}_2 的距离误差在 X, Y, Z 方向上的分量。

2.2 误差方程式

对式(9)进行泰勒展开取一次项, 可得线性化误差方程式为

$$\left\{ \begin{array}{l} v_X = k_{11}dq_0 + k_{12}dq_1 + k_{13}dq_2 + k_{14}dq_3 + \\ \quad k_{15}dr_0 + k_{16}dr_1 + k_{17}dr_2 + k_{18}dr_3 - l_X \\ v_Y = k_{21}dq_0 + k_{22}dq_1 + k_{23}dq_2 + k_{24}dq_3 + \\ \quad k_{25}dr_0 + k_{26}dr_1 + k_{27}dr_2 + k_{28}dr_3 - l_Y \\ v_Z = k_{31}dq_0 + k_{32}dq_1 + k_{33}dq_2 + k_{34}dq_3 + \\ \quad k_{35}dr_0 + k_{36}dr_1 + k_{37}dr_2 + k_{38}dr_3 - l_Z \end{array} \right. \quad (10)$$

式中

$$\begin{aligned} k_{11} &= 2[xr_0 + yr_3 + fr_2 - Y(xq_2 - yq_1 - fq_0) + \\ &\quad Z(-xq_3 + yq_0 - fq_1)] \\ k_{12} &= 2[xr_1 + yr_2 - fr_3 - Y(xq_3 - yq_0 + fq_1) + \\ &\quad Z(xq_2 - yq_1 - fq_0)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
k_{13} &= 2[-xr_2 + yr_1 + fr_0 - Y(xq_0 + yq_3 + fq_2) + \\
&\quad Z(xq_1 + yq_2 - fq_3)] \\
k_{14} &= 2[-xr_3 + yr_0 - fr_1 - Y(xq_1 + yq_2 - fq_3) + \\
&\quad Z(-xq_0 - yq_3 - fq_2)] \\
k_{15} &= 2[xq_0 + yq_3 + fq_2] \\
k_{16} &= 2[xq_1 + yq_2 - fq_3] \\
k_{17} &= 2[-xq_2 + yq_1 + fq_0] \\
k_{18} &= 2[-xq_3 + yq_0 - fq_1] \\
k_{25} &= 2[-xq_3 + yq_0 - fq_1] \\
k_{26} &= 2[xq_2 - yq_1 - fq_0] \\
k_{27} &= 2[xq_1 + yq_2 - fq_3] \\
k_{28} &= 2[-xq_0 - yq_3 - fq_2] \\
k_{21} &= 2[-xr_3 + yr_0 - fr_1 + X(xq_2 - yq_1 - fq_0) - \\
&\quad Z(xq_0 + yq_3 + fq_2)] \\
k_{22} &= 2[xr_2 - yr_1 - fr_0 + X(xq_3 - yq_0 + fq_1) - \\
&\quad Z(xq_1 + yq_2 - fq_3)] \\
k_{23} &= 2[xr_1 + yr_2 - fr_3 + X(xq_0 + yq_3 + fq_2) - \\
&\quad Z(-xq_2 + yq_1 + fq_0)] \\
k_{24} &= 2[-xr_0 - yr_3 - fr_2 + X(xq_1 + yq_2 - fq_3) - \\
&\quad Z(-xq_3 + yq_1 - fq_1)] \\
k_{31} &= 2[xr_2 - yr_1 - fr_0 - X(-xq_3 + yq_0 - fq_1) + \\
&\quad Y(xq_0 + yq_3 + fq_2)] \\
k_{32} &= 2[xr_3 - yr_0 + fr_1 - X(xq_2 - yq_1 - fq_0) + \\
&\quad Y(xq_1 + yq_2 - fq_3)] \\
k_{33} &= 2[xr_0 + yr_3 + fr_2 - X(xq_1 + yq_2 - fq_3) + \\
&\quad Y(-xq_2 + yq_1 + fq_0)] \\
k_{34} &= 2[xr_1 + yr_2 - fr_3 - X(-xq_0 - yq_3 - fq_2) + \\
&\quad Y(-xq_3 + yq_1 - fq_1)] \\
k_{35} &= 2[xq_2 - yq_1 - fq_0] \\
k_{36} &= 2[xq_3 - yq_0 + fq_1]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
k_{37} &= 2[xq_0 + yq_3 + fq_2] \\
k_{38} &= 2[xq_1 + yq_2 - fq_3] \\
l_x &= 0 - (F_x) \\
l_y &= 0 - (F_y) \\
l_z &= 0 - (F_z)
\end{aligned}$$

(F_x) 、 (F_y) 、 (F_z) 是将未知数 F_x 、 F_y 、 F_z 的近似值代入方程式(9)计算得到的。

3 实验结果及其分析

分别应用欧拉角法(Euler)和本文算法进行航空影像、近景影像以及大倾角模拟影像的空间后方交会实验，并分析比较两种方法平差解算的迭代次数、倾角大小对算法稳定性的影响，以及像点量测误差对解算精度的影响。以下4组实验在平差计算过程中均认为所有像点坐标的观测值是等权的，因此权矩阵 P_x 为单位阵，又由于无先验的位置和姿态信息，所以位姿初始值全取0。

3.1 正确性验证实验

为了验证提出的基于 Plücker 直线的空间后方交会模型的正确性与有效性，利用模拟影像数据进行了实验。根据相机标定数据生成模拟数据，即直接取已经进行相机标定的实际影像的外方位元素和相机参数等作为模拟数据的计算参数，利用共线方程将控制点投影到影像，获取相应的像点坐标，使得模拟结果更能反映实际情况，提升模拟的可信度。模拟影像的相机焦距为 28 mm，像素大小为 8 μm ，航高约为 1 000 m，像幅为 1 024 \times 1 280 个像元，后续实验中模拟影像的相机参数不变。模拟影像的外方位元素理论值与空间后方交会解算结果如表 1 所示。模拟影像的外方位元素视为真值，将本文解算结果与之相比，差值即视为空间后方交会解算误差。

表 1 模拟影像实验结果

Table 1 The experimental results of simulative images

影像	方法	X/m	Y/m	Z/m	$\varphi/(^\circ)$	$\omega/(^\circ)$	$\kappa/(^\circ)$
1	理论值	0	75	1 000	0	0	0
	Plücker	-0.001 6	74.999 8	1 000.034 9	0.000 9	-0.000 1	0.0033
2	理论值	200	75	1 000	0	0	0
	Plücker	200.035 3	74.993 5	1 000.012 8	-0.003 2	0.000 6	0.0020
3	理论值	400	75	1 000	0	0	0
	Plücker	400.001 3	74.966 2	999.983 2	-0.000 5	0.003 5	-0.000 2

模拟影像外方位元素解算结果表明, 提出的 Plücker 直线空间后方交会模型可以正确求解影像外方位元素, 求解精度高, 外方位线元素解算结果差值不超过 0.05 m, 外方位角元素解算结果差值不超过 0.004°。

3.2 小倾角影像实验

采用高山地区的航空影像, 控制点的地面坐标由野外 GPS 测量得到, 控制点均匀分布, 航空影像由

数字航摄仪 RC30 获取, 像点坐标采用人工在立体环境下量测得到。近景影像目标是高大建筑物立面, 控制点的地面坐标由摄影全站仪测量得到, 控制点均匀分布, 近景影像由相机 Canon EOS 5D 拍摄, 像点坐标采用自动匹配技术得到。两者的具体参数如表 2 所示, 控制点布设均严格按照四周与中心布设原则。实验解算精度如表 3 所示, 表中 m_0 为中误差, $m_i (i = X_s, Y_s, Z_s, \varphi, \omega, \kappa)$ 为外方位元素的误差。

表 2 实验影像技术参数

Table 2 Technical parameters of images in the experiments

影像	航高/m	焦距/mm	像素大小/ μm	像幅大小/像素	控制点个数
航空	2 290	152.7	45	5 120 × 5 120	5
近景	1 000	51.8	6.4	3 732 × 4 684	7

表 3 小倾角影像实验精度

Table 3 The experimental accuracy of images with small inclination

影像	方法	m_0/m	m_{X_s}/m	m_{Y_s}/m	m_{Z_s}/m	m_φ/rad	m_ω/rad	m_κ/rad
航空	Euler	0.000 011 0	0.677 867 7	0.878 246 3	0.266 311 2	0.014 563 3	0.016 187 5	0.005 025 3
	Plücker	0.000 008 7	0.421 614 7	0.527 675 1	0.165 743 8	0.009 019 4	0.001 609 5	0.002 913 5
近景	Euler	0.000 007 0	0.059 601 8	0.038 614 6	0.064 934 1	0.087 257 3	0.055 512 5	0.014 892 1
	Plücker	0.000 006 4	0.010 860 0	0.010 111 8	0.063 018 2	0.065 765 5	0.033 657 4	0.010 620 4
模拟	Euler	1.9×10^{-9}	0.002 995 0	0.003 544 7	0.001 886 2	0.000 017 0	0.000 020 2	0.000 010 3
	Plücker	1.7×10^{-9}	0.002 333 6	0.002 779 7	0.001 395 7	0.000 013 0	0.000 001 1	0.000 007 5

表 3 结果表明, 相比于传统的欧拉角法, 对于航空和近景影像, Plücker 直线方法的外方位元素中误差均减小了 30% 左右; 对于模拟影像, Plücker 直线方法的线元素中误差略低, 角元素的中误差减少了 25% 左右。这是由于利用传统共线条件方程的空间后方交会算法^[6]是在像方建立 x 和 y 方向的两个误差方程式, 而方程式(9)中的 F_x, F_y, F_z 分别表示物方点到成像光线的距离矢量在 X, Y, Z 方向的投影, 即在物方 X, Y 和 Z 3 个方向同时建立误差方程式, 具有更明确的空间几何拓扑关系和更强的几何约束性。

3.3 大倾角数据实验

由于抗震救灾、受灾区重建等摄影测量作业的需要, 无人飞机、飞艇等小型遥感平台被广泛使用。这类平台相对于传统航拍飞机、卫星平台, 质量轻, 稳定性差, 通过其获得的影像在一般情况下旋转角较大, 这使传统的摄影测量方法无法获得理想的处

理精度。因此为了进一步验证本文算法在影像倾角较大的情况下的正确性, 模拟实际影像的成像过程, 生成了 4 组大倾角模拟影像, 进行空间后方交会实验。

大倾角模拟影像外方位元素见表 4, 控制点根据四周与中心布设原则布设, 模拟影像空间后方交会实验结果和精度见表 5 和表 6。

表 4 大倾角模拟影像外方位元素

Table 4 Exterior orientation elements of simulative images with large inclination

影像	X_s/m	Y_s/m	Z_s/m	$\varphi/(^\circ)$	$\omega/(^\circ)$	$\kappa/(^\circ)$
1	0	75	1 000	25	75	5
2	0	75	1 000	40	75	35
3	0	75	1 000	50	70	35
4	0	75	1 000	65	60	45

分析表 5 和表 6 有以下结论:

1) 当影像 1 的 φ 和 κ 较小时, 欧拉角法与 Plücker 直线法均能正确结算, 但在迭代次数与解算精度上 Plücker 直线法具有明显优势。

2) 当影像姿态角较大时, 欧拉角法误差方程系数矩阵的列向量之间存在的线性关系, 即回归分析中所谓的复共线性, 导致了误差方程式解算时的病态。在此情况下, 最小二乘估计的均方差较大, 不再是最优估计, 迭代无法收敛。而 Plücker 直线法利用对偶四元数在一定程度上减小了外方

位元素之间的相关性, 克服了误差方程式出现的病态问题。因此, 实验中在影像倾角为 60° 左右时, Plücker 直线法能够正确地解算出外方位元素, 且能够保证良好的精度, 与影像外方位元素的模拟值相比, 线元素差值小于 0.03 m , 角元素的差值小于 $0.000\ 06^\circ$ 。

3) 由于无先验的位置和姿态信息, 实验中位姿初始值全取 0, 进一步说明强几何约束的 Plücker 直线空间后方交会方法不依赖初值。

表 5 大倾角影像实验结果

Table 5 The experimental results of images with large inclination

影像	方法	迭代次数	X_s/m	Y_s/m	Z_s/m	$\varphi/(\text{°})$	$\omega/(\text{°})$	$\kappa/(\text{°})$
1	Euler	20	0.019 188	74.982 26	999.943 0	24.909 96	75.040 04	4.979 947
	Plücker	8	0.017 478	74.991 63	999.993 2	24.999 79	75.000 06	5.000 075
2	Euler				迭代不收敛			
	Plücker	8	0.009 951	74.994 54	999.997 1	39.999 99	75.000 02	34.999 95
3	Euler				迭代不收敛			
	Plücker	9	-0.005 412	74.998 93	999.995 1	60.000 02	60.000 00	39.999 99
4	Euler				迭代不收敛			
	Plücker	9	-0.026 851	75.022 51	1 000.006	64.999 97	59.999 92	45.000 22

表 6 大倾角影像实验精度

Table 6 The experimental accuracy of images with large inclination

影像	方法	$m_0/10^{-8}\text{m}$	m_{X_s}/m	m_{Y_s}/m	m_{Z_s}/m	$m_\varphi/(\text{°})$	$m_\omega/(\text{°})$	$m_\kappa/(\text{°})$
1	Euler	7	0.017 177	0.006 865	0.005 921	0.000 058	0.000 042	0.000 072
	Plücker	2	0.003 071	0.005 426	0.005 040	0.000 005	0.000 005	0.000 007
2	Euler				迭代不收敛			
	Plücker	3	0.002 615	0.002 674	0.003 002	0.000 001	0.000 003	0.000 002
3	Euler				迭代不收敛			
	Plücker	2	0.018 407	0.012 242	0.016 276	0.000 010	0.000 018	0.000 032
4	Euler				迭代不收敛			
	Plücker	5	0.009 150	0.005 043	0.008 014	0.000 003	0.000 007	0.000 013

3.4 不同像点坐标量测误差实验

在实际应用中, 像点坐标的量测会存在一定的量测误差, 为了讨论这一量测误差对空间后方交会精度的影响, 在各种拍摄条件(相机内外方位元素、控制点位置等)完全一致的情况下, 利用高斯随机函数生成零均值和一定标准差的高斯误差, 并将其

赋予每个像点坐标的 x 和 y 坐标, 要求 x 和 y 的随机误差分别生成, 以保证它们的独立性。这里取的标准差分别为 $0.1, 0.5, 1.0, 1.5, 2$ 个像素。模拟立体像对的外方位元素如表 7 所示, 表 8 是模拟数据在引入不同像点随机误差后的空间后方交会精度, 其中 σ 代表高斯函数的标准差, 单位为像素。

表7 模拟立体像对外方位元素

Table 7 Exterior orientation elements of simulative stereo images

影像	X _s /m	Y _s /m	Z _s /m	$\varphi/(^{\circ})$	$\omega/(^{\circ})$	$\kappa/(^{\circ})$
左	0	75	1 000	5	5	5
右	200	75	1 000	5	5	5

表8 模拟立体像对实际精度

Table 8 The experimental results of simulative stereo images

	$\sigma = 0.1$	$\sigma = 0.5$	$\sigma = 1.0$	$\sigma = 1.5$	$\sigma = 2$
平面精度 / μm	2.33	26.19	46.10	58.61	65.34
高程精度 / μm	9.19	157.42	326.47	406.68	445.82

从表8可以看出, σ 从0.1增大到2个像素时, 平面、高程方向的实际精度分别降低了0.063 mm和0.44 mm。

为了更加直观地比较实际精度随引入误差的变化关系, 分别将平面、高程方向的实际精度作为纵坐标, σ 作为横坐标作图。图3的结果表明, 实际精度随着 σ 的增大而降低, 但降低幅度逐渐减小, 进一步说明了本文算法的正确性与稳定性。

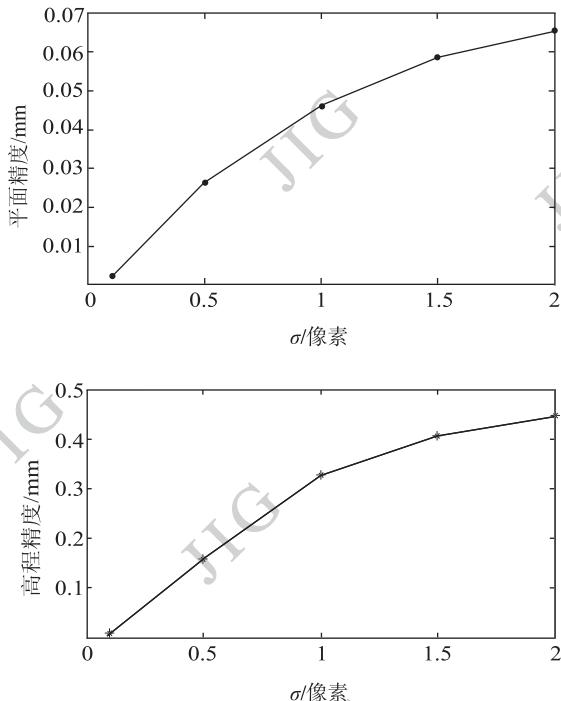


图3 模拟立体像对实验精度与随机误差关系

Fig. 3 The relationship between random error and accuracy of the simulative stereo images

4 结 论

本文详细讨论了基于Plücker直线的空间后方交会方法, 推导了Plücker直线空间后方交会的误差方程式, 获得了影像外方位元素, 并验证了该方法的有效性和可靠性。由于Plücker直线可以直观明了地表示空间矢量的螺旋运动, 其模型简洁, 几何意义明确。根据Plücker直线螺旋运动方程构建的共线性拓扑条件, 更强地发挥了直线的几何约束性, 因此空间后方交会解算精度更高、结果更稳定, 实验结果表明, 该方法不仅适用于姿态角较小的影像, 而且对于大倾角影像也具有迭代次数少和收敛速度快的优点。

参考文献(References)

- [1] Chen Y, Lu J, Zheng B. Application of total least squares to space resection[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2009, 33(12):1271-1274. [陈义, 陆珏, 郑波. 总体最小二乘方法在空间后方交会中的应用[J]. 武汉大学学报:信息科学版, 2009, 33(12):1271-1274.] [DOI: 10.13203/j.whugis2008.12.001]
- [2] Guan Y L, Zhou S J, Zhou M, et al. The improved algorithm of space resection based on pyramid principle[J]. Science of Surveying and Mapping, 2006, 31(2):27-28. [官云兰, 周世健, 周铭, 等. 基于角锥体原理的空间后方交会改进算法[J]. 测绘科学, 2006, 31(2):27-28.] [DOI: 10.3771/j.issn.1009-2307.2006.02.007]
- [3] Zhang Y J, Kong W. Pose determination of space object with single image[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2009, 43(9):56-61. [张永军, 孔胃. 利用单幅影像的空间目标姿态测定方法[J]. 西安交通大学学报, 2009, 43(9):56-61.] [DOI: 10.3321/j.issn:0253-987X.2009.09.013]
- [4] Yu Z L, Yao J L, Lv C G. The direct-solution of spatial-resection based on Rodriguez matrix[J]. Engineering of Surveying and Mapping, 2005, 14(2):50-52. [于志路, 姚吉利, 吕长广. 罗德里格矩阵在空间后方交会直接解法中的应用[J]. 测绘工程, 2005, 14(2):50-52.] [DOI: 10.3969/j.issn.1006-7949.2005.02.016]
- [5] Yan L, Nie Q, Zhao Z. Space resection of line scanner CCD image based on the description of quaternions[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2010, 35(2):210-204. [闫利, 聂倩, 赵展. 利用四元数描述线阵CCD影像的空间后方交会[J]. 武汉大学学报:信息科学版, 2010, 35(2):210-204.] [DOI: 10.13203/j.whugis2010.02.011]

- [6] Ji T, Sheng Q H, Wang H N, et al. Dual quaternion of space re-section with single-image [J]. Journal of Image and Graphics, 2012, 17(4):494-503. [姬亭, 盛庆红, 王惠南, 等 . 对偶四元数单片空间后方交会算法 [J]. 中国图象图形学报, 2012, 17(4):494-503.] [DOI: 10.11834/jig.20120407]
- [7] Wang Y B, Yang H C, Liu Y H. Linear-feature-constrained registration of LiDAR point cloud via quaternion [J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2013, 38(9):1057-1062. [王永波, 杨化超, 刘燕华, 等 . 线状特征约束下基于四元数描述的 LiDAR 点云配准方法 [J]. 武汉大学学报: 信息科学版, 2013, 38(9):1057-1062.] [DOI: 10.13203/j.whugis2013.09.020]
- [8] Sheng Q H, Ji T, Liu W W, et al. Geo-positioning line-array CCD images with dual quaternion [J]. Journal of Image and Graphics, 2012, 17(10):1319-1326. [盛庆红, 姬亭, 刘微微, 等 . 对偶四元数线阵遥感影像几何定位 [J]. 中国图象图形学报, 2012, 17(10):1319-1326.] [DOI: 10.11834/jig.20121018]
- [9] Martinez J, Duffy J. The principle of transference: history, statement and proof [J]. Mechanisms and Machine Theory, 1993, 26(1):165-177.
- [10] Xie W H, Zhang Z X. Camera calibration based on vanishing points of multi-image [J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2004, 33(4):335-340. [谢文寒, 张祖勋 . 基于多像灭点的相机定标 [J]. 测绘学报, 2004, 33(4):335-340.] [DOI: 10.3321/j.issn:1001-1595.2004.04.011]
- [11] Zhang P Q, Yu X C, Han L, et al. Automatic registration of images sequence based on line matching approach [J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2007, 32(8):676-679. [张鹏强, 余旭初, 韩丽, 等 . 基于直线特征匹配的序列图像自动配准 [J]. 武汉大学学报: 信息科学版, 2007, 32(8):676-679.] [DOI: 10.13203/j.whugis2007.08.021]
- [12] Roberts K S. A new representation for a line [C]//Proceedings of Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Los Alamitos: IEEE Computer Society Press, 1988:635-640.
- [13] Wang X, Zhu H. On the comparisons of unit dual quaternion and homogeneous transformation matrix [J]. Advances in Applied Clifford Algebras, 2014, 24(1):213-229. [DOI: 10.1007/s00006-013-0436-y]
- [14] Joswig M, Theobald T. Plücker coordinates and lines in space [M]. Polyhedral and Algebraic Methods in Computational Geometry. London: Springer, 2013:193-207. [DOI: 10.1007/978-1-4471-4817-3_12]
- [15] Brand L. Vector and Tensor Analysis [M]. New York: John Wiley, 1947:103-117.
- [16] Niu X W. Plücker coordinates representation of the relations and operations between linear subspaces [J]. Journal of Mathematical Research and Exposition, 2001, 21(1):143-147. [牛兴文 . 线性子空间关系运算的 Plücker 坐标表示 [J]. 数学研究与评论, 2001, 21(1):143-147.] [DOI: 10.3770/j.issn.2095-2651.2001.01.025]
- [17] Kneip L, Li H D. Efficient computation of relative pose for multi-camera systems [C]//Computer Vision and Pattern Recognition. Los Alamitos: IEEE Computer Society Press, 2014:446-453. [DOI: 10.1109/CVPR.2014.64]
- [18] Li J, Wang H N, Liu H Y. Plucker linear based relative position and attitude determination algorithm for RVD [J]. Chinese Space Science and Technology, 2013, 1(1):69-74. [李静, 王惠南, 刘海颖 . 基于普吕克直线的交会对接相对位姿确定算法 [J]. 中国空间科学技术, 2013, 1(1):69-74.] [DOI: 10.3780/j.issn.1000-758X.2013.01.010]
- [19] Ortuno J E, Perez D E, Arenal A, et al. Registration and fusion of contrast-enhanced MRI myocardial substrate maps and X-ray angiograms [C]//Computing in Cardiology. Los Alamitos: IEEE Computer Society Press, 2013:563-566.
- [20] Chirivi R, Maffei A. Plucker relations and spherical varieties applications to model varieties [J]. Transformation Groups, 2014, 19(4):979-997. [DOI: 10.1007/s00031-014-9285-6]
- [21] Chen G L, Wang H, Lin Z Q, et al. The principal axes decomposition of spatial stiffness matrices [J]. IEEE Transactions on Robotics, 2015, 31(1):191-207. [DOI: 10.1109/TRO.2015.2389415]
- [22] Rooney J. A comparison of representations of general spatial screw displacement [J]. Environment and Planning B, 1978, 5(1):45-88.