

# 基于物理模型的实时卡通烟雾模拟算法

湛永松 石民勇 费广正

(中国传媒大学数字技术与艺术研发中心, 北京 100024)

**摘要** 提出一种流体力学模型结合粒子系统的卡通烟雾实时模拟算法。通过 Navier-Stokes 方程建立烟雾流体场的物理模型, 以保证运动轨迹真实感。为粒子属性引入浓度函数和作用半径, 从而只需少量粒子就可快速获得浓度场分布。为了实现卡通化效果, 使用代表动画师个人风格的卡通图元在不同浓度区域进行纹理贴图。试验结果证明, 该算法高效快速, 能实时生成自然生动的卡通烟雾效果。

**关键词** 卡通烟雾 Navier-Stokes 方程 粒子系统 计算机动画

中图分类号: TP391.41 文献标识码: A 文章编号: 1006-8961(2007)02-0261-05

## Physically Based Real Time Cartoon Smoke Simulation

ZHAN Yong-song, SHI Min-yong, FEI Guang-zheng

(Digital Technology and Digital Art R&D Center, Communication University of China, Beijing 100024)

**Abstract** This paper presents a real time cartoon smoke simulation algorithm based on fluid dynamics and particle system. The smoke path is controlled by the Navier-Stokes equation to get an impressive effect. The density function and working radius are added to the particle properties, thus very little particles are needed to generate the smoke density field. To get the cartoon effect, primitives designed by animators are mapped to the scene according to the smoke density during the rendering process. Experimental results show that the algorithm is simple and effective to achieve real time cartoon smoke simulation.

**Keywords** cartoon smoke, Navier-Stokes equation, particle system, computer animation

## 1 引言

烟雾是常见的自然现象, 在日常生活中随处可见。与真实感烟雾不同, 卡通烟雾呈现出的是手绘效果, 它能烘托卡通动画的环境气氛, 有效提升整个动画的生动性。在传统的动画开发环境下, 动画师手工绘制每一帧烟雾动画, 所需工作量巨大, 效果也较为机械。用计算机生成卡通烟雾能减轻人们负担, 但这是一项具有挑战性的课题, 主要原因是烟雾属于流体物质, 具有随机变化的形状, 难以用传统的造型方法来描述; 此外, 如何体现卡通化效果也并非容易解决的问题。

早在 1983 年 Reeves<sup>[1]</sup> 就提出粒子系统模拟烟雾效果, 但此后该领域研究进展缓慢。烟雾的物理运动规律遵循 NS (Navier-Stokes)<sup>[2]</sup> 方程。Stam<sup>[3]</sup> 结合半拉格朗日法对 NS 方程进行隐式求解, 有力地推动了真实感流体模拟的发展。Fedkiw<sup>[4]</sup> 采用 Monotonic Cubic Interpolation 插值和漩涡限制法 (Vorticity Confinement) 改进前者工作, 从而生成了极具真实感的烟雾效果。于金辉<sup>[5]</sup> 根据艺术家绘制的烟雾画面提取烟雾运动骨架, 然后在骨架上设计不同的烟团并绘制。虽然其算法能获得生动的卡通烟效果, 但它属于一种过程描述模型, 设计方法比较繁琐。Selle<sup>[6]</sup> 直接基于 Fedkiw<sup>[4]</sup> 模拟卡通烟雾, 通过图像缓存中的深度差信息求取卡通烟轮廓, 但

基金项目: 教育部科技司重大项目 (JK2G02035)

收稿日期: 2006-10-13; 改回日期: 2006-11-06

第一作者简介: 湛永松 (1979 ~ ), 男。2003 年获中国传媒大学信号与信息处理专业硕士学位, 现为中国传媒大学计算机图形图像技术专业博士研究生。主要研究方向为计算机流体动画技术、计算机图形学、计算机视觉等。E-mail: zhanys227@bbsi.edu.cn

其算法需要使用大量粒子,影响了模拟速度。

本文根据 NS 方程定义烟雾骨架,并使用文献[7]提出的方法对传统的粒子系统进行扩展,在其属性中定义了一个浓度函数和作用半径,从而以少量粒子生成连续的烟雾浓度分布。为了实现卡通效果,在动画师指导下预先定义了一系列卡通风格的烟团作为纹理,这些烟团能体现不同浓度的卡通烟雾特征。渲染过程中,系统为场景内不同浓度区域贴上相应烟团纹理,最终生成实时快速的卡通烟雾动画。

## 2 本文算法

本算法可按功能划分为两个模块:首先是运动路径定义模块,它确定了卡通烟雾的运动轨迹;其次为形状绘制模块,它负责生成烟雾浓度场并进行卡通化绘制。

### 2.1 运动路径定义

影响烟雾运动的因素除了外力作用,还有平移和扩散等自身特性。烟雾的运动过程包含有很大的随机成分,会破坏关键帧之间物体各部分的一一对应关系,因此关键帧插值法并不适用于烟雾动画。如果根据手绘烟雾画面设计数学表达式来建立烟雾骨架,设计过程会比较繁琐,而且缺乏通用性。从表现方式来说,卡通烟雾与真实感烟雾的视觉效果并不一样。但在运动方式上,即使卡通化烟雾经过了人为的夸张处理,它仍保持了流体物质的自然流动特征。为了捕获这种特征,考虑将流体物理模型用于描述卡通化烟雾的运动骨架。

在流体力学中,NS<sup>[2]</sup>方程是表达不可压缩流体的最全面的微分方程式。一个浓度和温度守恒的流体场可以由速度场  $u$  和压力场  $p$  来表示,这两个场由边界条件决定并随着时间和空间变化。NS 方程形式如下:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -(u \cdot \nabla)u - \frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 u + f \quad (1)$$

$$\nabla \cdot u = 0 \quad (2)$$

式(1)、式(2)分别称为不可压缩流体的动量方程和连续方程。其中  $u$  为速度,  $p$  为压强,  $\nu$  为运动粘度系数,  $\rho$  为密度,  $f$  为体积力, “ $\nabla$ ” 为微分算子。

对流项  $-(u \cdot \nabla)u$  表示流体随着速度场水平传送,  $\nabla \cdot u$  代表速度场散度, 式(2)表明速度场为无散场, 即流体具有连续性。

NS 方程的工程求解方法非常复杂, 通常不能在计算机上实时生成图像。为此, 烟雾模拟需建立在简化的 NS 方程求解算法上。Stam<sup>[3]</sup> 提出了一种实时、无条件的算法, 采用欧拉方程来简化求解过程, 能够模拟出真实感的烟雾效果。欧拉法是一种基于网格的方法, 需要将场景划分为如图 1 所示的网格, 速度和浓度定义于网格中心点位置。

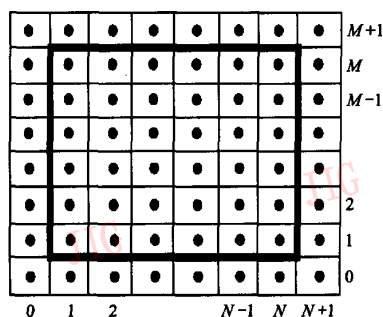


图1 流体场网格划分

Fig. 1 Fluid field defined in the center of each voxel

根据 Stam 方法<sup>[3]</sup>, 烟雾可以通过速度场和浓度场的变化来描述, 其物理方程为

$$\frac{\partial u}{\partial t} = P(- (u \cdot \nabla)u + \nu \nabla^2 u + f) \quad (3)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = - (u \cdot \nabla)\rho + k \nabla^2 \rho + s \quad (4)$$

式(3)、式(4)分别描述了烟雾速度场和浓度场随时间变化的过程。式(3)相对于式(1)引入了投射算子  $P$ , 根据 Helmholtz-Hodge 分解, 任意矢量场都可以被分解为

$$w = u + \nabla q \quad (5)$$

其中,  $u$  是满足  $\nabla \cdot u = 0$  的矢量场,  $q$  是标量场。投射算子  $P$  将矢量场  $w$  投射为它的分量  $u$ , 即  $u = Pw$ 。

NS 方程求解过程被简化为 4 个步骤, 如图 2 所示。烟雾从当前状态转换到下一个状态需要受到外力、对流、粘度和投射等 4 个因素影响, 各因素独立发生作用。速度场的求解过程如图 2 所示。

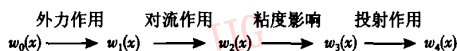


图2 速度场方程计算过程

Fig. 2 Evolution of velocity field

(1) 考虑外力  $f$  对速度场的影响。假设在  $\Delta t$  时间内, 外力恒定不变, 则在  $\Delta t$  时间中外力  $f$  对速度场的影响可以近似计算为

$$w_1(x) = w_0(x) + \Delta t f(x, t)$$

(2) 考虑对流项  $-(u \cdot \nabla)u$  对速度场的影响。采用半拉格朗日法,即将流体视为粒子的集合,每个粒子在一个时间段中的运动路径  $p(x, t)$  为一条流线。在理想状态下,位于  $x$  点处的粒子在时间点  $t + \Delta t$  时刻的速度,等于该粒子在时间点  $t$  时所处位置的速度,即  $w_2(x) = w_1(p(x, -\Delta t))$ 。

(3) 考虑粘度  $v$  的影响。需要求解微分方程  $\frac{\partial w_2}{\partial t} = v \nabla^2 w_2$ , 其稳定解法为

$$(I - v \Delta t \nabla^2) w_3(x) = w_2(x)$$

(4) 引入投射算子  $P$ , 求解 Poisson 方程  $\nabla^2 q = \nabla \cdot w_3$ ,  $w_4 = w_3 - q$ 。投射算子  $P$  能保持流体速度场的涡流特性。

流体物理模型的优点是能生成自然生动的运动轨迹,动画师通过调整该方程中的风力(即  $f$ )参数就可以随心所欲地改变运动轨迹,从而方便快捷地实现自己的设计意图。当烟源位置和风力方向发生改变时,运动路径亦相应变化。图3所示是本系统生成的烟雾运动路径图。定义的烟源位于图片正下方,烟源处有周期性向上吹拂的风力,路径通过速度场流线表示,图3是在模拟过程中任意截取的两幅图。从图中可以看到,系统生成的烟雾运动轨迹呈现比较自然的流动特性,且为自动产生,无需繁琐的人工设计。

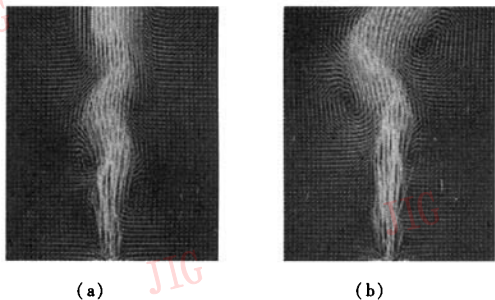


图3 计算机自动生成的烟雾运动路径

Fig. 3 Smoke path generated by computer

## 2.2 形状绘制

卡通烟雾并不追求真实的绘制效果,它呈现的是带有手绘特征的卡通风格。在传统的手绘烟雾中,动画师通常在烟雾密集的地方绘制深色大烟团,在烟雾稀薄的地方绘制浅色小烟团。烟团的具体绘制方式取决于动画师的个人艺术风格,例如有的动

画师倾向于将烟团绘制为边缘平滑的椭圆状,有的则喜欢为烟团边缘加上一些随机特征,使之呈现出 irregular 效果。动画师的绘制风格决定了手绘烟雾所体现的卡通艺术效果。

为了让计算机自动生成卡通化烟雾动画,需要重点考虑以下两个问题:首先,烟雾浓度在运动路径上的分布情况;其次,如何根据烟雾浓度分布来实现卡通艺术效果。

由于烟雾并不具有固定的形状,其浓度分布实时变化。为了描述卡通烟雾在运动路径上的浓度分布,粒子系统是一个好的解决方法。粒子系统具有良好的控制性,非常适合描述烟雾等流体物质,但缺陷是通常需要大量粒子,影响模拟速度。为了以少量粒子来获得连续的烟雾浓度场分布,采用文献[7]的方法为粒子引入两个属性:作用半径  $R$  以及浓度函数  $f(r, t)$ 。这样本系统中,粒子的主要属性包括:位置  $p$ 、速度  $v$ 、年龄  $T$ 、作用半径  $R$  以及浓度函数  $f(r, t)$ 。浓度函数定义为

$$f(r, t) = \frac{1}{(2a \sqrt{\pi(t-t_0)})^3} e^{-\frac{r^2}{4a^2(t-t_0)}} \quad t > t_0 \quad (6)$$

其中,  $a$  为事先给定的扩散系数,  $r$  为空间点到粒子位置的距离。从式(6)可看到,一个粒子出生后各时刻的浓度遵循高斯分布,随着粒子年龄  $T$  增长 ( $T = t - t_0$ ), 粒子浓度分布变得平坦。为了求取粒子作用半径  $R$ , 需要先为系统设定一个浓度阈值  $\rho_0$ , 通过求解方程  $f(R, t) = \rho_0$  来获得某年龄段下的作用半径  $R$ 。显然,  $R$  是随着粒子年龄  $T$  增大而增大。

于是,本算法中每个粒子都对应一张年龄表、一张作用半径表以及多张浓度表。年龄表由粒子的各个年龄段组成,每一年龄段对应一条作用半径,各作用半径组成一张作用半径表。每一作用半径又对应一张浓度函数表,表中存放该作用半径内各采样距离处的浓度值。表中取值都是预先生成,各表关系如图4所示。

将场景划分为一个网格区域,烟雾浓度定义于每个网格点的中心处。当计算某一网格点浓度时,如果粒子的作用半径  $R$  大于它与网格点之间的距离,即该网格点位于粒子的作用域内,则粒子对该点的浓度值有贡献,浓度大小为粒子在该年龄段下,相应采样距离处的浓度值,可由查表获得。通过将所有作用粒子贡献的浓度叠加,从而求取该网格点的浓度值。这种预处理方式有利于减少实时运算量,提高模拟速度。





的4幅画面。因为烟雾运动骨架由NS方程支配,其运动形态较为自然。烟雾的中轴线区域为高浓度区,因此其绘制使用了跟背景颜色反差最大的烟团纹理。由于烟雾具有扩散特性,其边缘和高处的浓度在逐渐减小,这些区域的颜色也趋近于背景色,而且高处相比低处是处于明显的扩散状态。系统在烟雾的轮廓边界处采用星形烟团纹理,以突出卡通烟雾的坚固边缘特性。从图7可以看到,本文试验结果与算法思想具有较好的吻合性。但本系统目前只实现了实时的2维卡通烟雾效果,虽然3维卡通烟雾只需增加考虑深度信息,但由此会带来庞大的计算量,从而影响模拟实时性。因此,实时的3维卡通烟雾模拟尚有待继续深入研究。

## 4 结 论

本文将改进的粒子系统与NS方程相结合,通过查表快速生成烟雾浓度场,并巧妙利用卡通纹理贴图来生成卡通化的烟雾效果。本文的主要贡献是充分利用现有的真实感烟雾模拟技术,提出了一种新颖的卡通化烟雾实时模拟方法。

卡通化烟雾模拟难度较大,目前相关研究不多。由于它并非是真实存在的自然现象,缺乏统一的评价标准,模拟效果可以多种多样。卡通化烟雾的表现方式与动画师的个人风格密切相关,动画师只有对设计过程具备足够控制权,才能体现出自身设计意图。在未来的工作中,将重点研究以下两个方面

的内容。首先,对本系统进行扩展,以实现3维卡通烟雾效果并保证实时性;其次,将致力于寻找一套高层语义参数来提高动画师的交互控制权,以生成更加生动有趣的卡通烟雾效果。

## 参考文献 (References)

- 1 Reeves W. Particle Systems-A technique for modeling a class of fuzzy objects [A]. In: Proceedings of SIGGRAPH [C], Detroit, Michigan, USA, 1983: 359 ~ 376.
- 2 Liu Dao-zhi. Computational Fluid Dynamics [M]. Beijing: Beihang University Press, 1989. [刘导治著. 计算流体力学基础 [M]. 北京:北京航空航天大学出版社,1989.]
- 3 Stam J. Stable fluids [A]. In: Proceedings of SIGGRAPH [C], Los Angeles, California, USA, 1999: 121 ~ 128.
- 4 Fedkiw R, Stam J, Jensen H. Visual simulation of smoke [A]. In: Proceedings of SIGGRAPH [C], Los Angeles, California, USA, 2001: 15 ~ 22.
- 5 Yu Jin-hui, Xu Xiao-gang, Peng Qun-sheng. Computer generation of cartoon smoke [J]. Journal of Computers, 2000, 23(9): 987 ~ 990. [于金辉,徐晓刚,彭群生. 计算机生成卡通烟雾动画 [J]. 计算机学报, 2000, 23(9): 987 ~ 990.]
- 6 Selle A, Mohr A, Chenney S. Cartoon rendering of smoke animations [A]. In: Proceedings of the 3rd international symposium on Non-photorealistic Animation and Rendering [C], Annecy, France, 2004: 57 ~ 60.
- 7 Tong Ruo-feng, Chen Lin-jun, Wang Guo-zhao. A method for quick smog simulation [J]. Journal of Software, 1999, 10(6): 647 ~ 651. [童若锋,陈凌均,王国昭. 烟雾的快速模拟 [J]. 软件学报, 1999, 10(6): 647 ~ 651.]