

# 基于主动轮廓模型和水平集方法的 图像分割技术

罗红根 朱利民 丁 汉

(上海交通大学机器人研究所, 上海 200030)

**摘要** 图像分割是计算机底层视觉中首要解决的关键问题。为了使人们对该领域现状有个概略了解, 首先回顾了近十几年来基于主动轮廓模型的图像分割技术的发展概况; 然后分类介绍了基于边界、基于区域和基于边界与区域的主动轮廓模型技术的演变及各自的优缺点, 以及相应的能处理轮廓拓扑变化的稳定数值求解方法——水平集方法; 最后展望了主动轮廓模型在图像对准中的应用。

**关键词** 计算机视觉 图像分割 水平集 曲线演化 主动轮廓 Snakes 模型 Mumford-Shah 泛函 图像对准  
**中图分类号**: TP391.41 **文献标识码**: A **文章编号**: 1006-8961(2006)03-0301-09

## A Survey on Image Segmentation Using Active Contour and Level Set Method

LUO Hong-gen, ZHU Li-min, DING Han

(Robotics Institute, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200030)

**Abstract** Image segmentation is a classical and crucial problem in the fields of computer vision and image understanding. This paper gives a review on the variation based active contour model and level set method developed in recent years for image segmentation. The basic ideas of three types of active contour models, i. e., edge based, region based and edge-region based models, are presented, their advantages and disadvantages are summarized, and a number of improvements are analyzed in detail. The level set method, which is numerically stable and capable of describing the topology change of the contour, is briefly introduced as an advanced numeric algorithm to solve these models. Finally, the potential application of active contour in image registration is discussed.

**Keywords** computer vision, image segmentation, level set, curve evolution, active contour, Snakes model, Mumford-Shah functional, image registration

## 1 引言

图像分割技术就是把图像分割成具有相同的强度、颜色或纹理特性的若干子区域, 并使它们对应不同的物体或物体的不同部分的技术。传统的图像分割技术主要分为基于边缘检测的分割<sup>[1]</sup>和基于区

域增长与分裂的分割<sup>[2]</sup>两类。前者是通过局部滤波来实现边缘检测, 虽然其已充分利用了图像的局部信息, 但在建立边缘轮廓连通性时仍具有一定的困难; 后者虽然利用了区域内的统计信息, 但容易生成一些非正则边界和小孔。

20世纪80年代末, Kass, Witkin 和 Terzopoulos 从一个全新角度来考虑图像边缘检测, 提出了

基金项目: 国家自然科学基金项目(50390063, 50475022); 上海市科委项目(04JC14050, 03XD14008); 上海市青年科技启明星计划资助项目(04QMX1415)

收稿日期: 2004-02-26; 改回日期: 2005-04-13

第一作者简介: 罗红根(1979 - ), 男。2001年获石家庄铁道学院学士学位。现为上海交通大学机械电子工程专业硕博连读研究生。目前研究方向为机器视觉定位与测量和精密运动控制。E-mail: hgluo@sjtu.edu.cn

Snakes 或主动轮廓模型<sup>[3]</sup>,即直接用连续曲线模型来定位图像边缘;之后 Caselles 等人<sup>[4]</sup>和 Kichenassamy 等人<sup>[5]</sup>又将水平集方法应用于主动轮廓描述和模型求解,不仅使曲线在演化时能进行拓扑变化,而且大大拓宽了 Snakes 模型的应用范围<sup>[4-6]</sup>。近十多年来,这一方法引起了国外学者的广泛关注,对其进行了大量研究,并提出了各种不同的模型,按其能量泛函定义的类型可分成基于边界、基于区域以及基于边界与区域的主动轮廓模型 3 大类。相比之下,国内的研究还开展得较少,目前主要工作集中在基于边界的和基于区域的模型的应用方面<sup>[7-9]</sup>。本文将对近些年来基于主动轮廓模型和水平集方法的图像分割技术研究的进展进行评述,同时指出已有方法的特点和局限性,并展望将来的研究方向。

## 2 曲线演化和水平集方法

曲线演化起源于对晶体增长、火焰燃烧等物理现象的边界跟踪。如图 1 所示,  $C_0(p)$  为用参数  $p$  表示的初始平面闭曲线,  $C(p, t)$  为  $C_0(p)$  沿着法向  $N$  以速率  $F(k)$  运动产生的曲线族,其演化方程如下:

$$\begin{cases} \frac{\partial C(p, t)}{\partial t} = F(k)N \\ C(p, 0) = C_0(p) \end{cases} \quad (1)$$

其中,  $k$  表示曲率,  $t$  表示演化时间,  $p$  是参数化变量,  $0 \leq p \leq 1$ , 且  $C(0, t) = C(1, t)$ 。采用有限差分方法求解上述曲线演化方程有以下 4 个缺点:(1) 由于计算中的位置误差将通过曲率项被放大,所以必须使用极小的时间步长,否则很容易引起算法的不稳定性;(2) 由于没有光滑曲率项(即粘性项)的约束,因此边界演化时会出现奇异现象,此时必须使用熵条件来提取弱解;(3) 演化模型不能自然处理运动边界的拓扑变化,必须利用外加步骤来检测和处理曲线的合并与分裂;(4) 该方法推广到 3 维情形时需做较大的修改。

早期 Sethian 对曲线演化方程做了大量的研究<sup>[10,11]</sup>,1988 年, Osher 和 Sethian 共同提出了水平集方法——一种能自然处理边界拓扑变化的稳定数值求解方法<sup>[12]</sup>,其核心思想是将演化边界  $C(p, t)$  表示成函数  $\varphi(x, y, t)$  的零水平集(即  $\varphi(x, y, t) = 0$ )。如图 2 所示,函数  $\varphi(x, y, t)$  定义如下:

$$\varphi(x, y, t) : \mathbf{R}^2 \times [0, T) \rightarrow \mathbf{R}$$

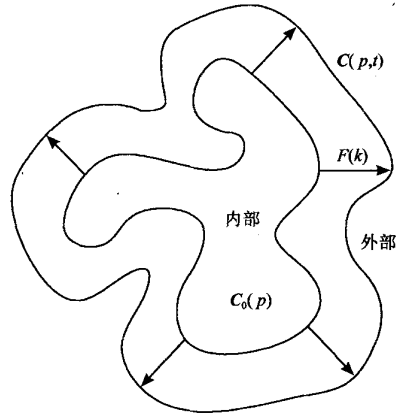


图 1 曲线演化  
Fig. 1 Curve evolution

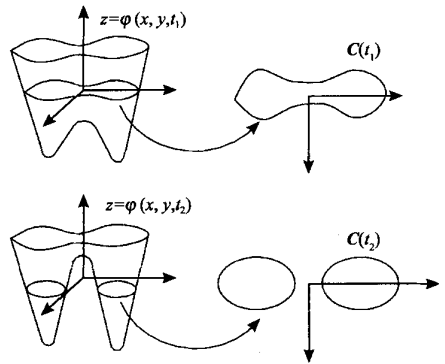


图 2 水平集函数的演化  
Fig. 2 Evolution of level set function

其中,  $0 \leq t < T$ 。

由于其值通常取为平面内点到边界曲线的代数距离,即曲线内部点距离为负,曲线外部点距离为正,曲线上的点距离为零,因此  $\varphi(x, y, t) = 0$  给出了曲线  $C(p, t)$  的隐式表示,即有

$$\begin{cases} C(p, 0) = \{(x, y) : \varphi(x, y, 0) = 0\} \\ C(p, t) = \{(x, y) : \varphi(x, y, t) = 0\} \end{cases}$$

设  $\varphi_t$  是  $\varphi$  关于时间  $t$  的偏导数,则由链式求导规则可得

$$\varphi(C(t), t) = 0 \Rightarrow \frac{\partial \varphi}{\partial C} \cdot \frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial \varphi}{\partial t} = 0 \quad (2)$$

若将边界曲线的法向量  $N = -\nabla \varphi / \|\nabla \varphi\|$  代入到式(2),则可得到以下  $\varphi$  的运动方程

$$\begin{aligned} \varphi_t = -\langle \nabla \varphi, F(k)N \rangle &= -F(k) \langle \nabla \varphi, -\nabla \varphi / \|\nabla \varphi\| \rangle \\ &= F(k) \|\nabla \varphi\| \end{aligned} \quad (3)$$

若给定式(1),并由  $C_0(p)$  设定光滑函数  $\varphi(x, y, 0)$ ,

则由式(3)可以确定出随时间演化的水平集函数  $\varphi(x, y, t)$ 。式(3)又称为曲线演化的欧氏公式或称为 Hamilton-Jacobi 型方程。

用水平集表示边界曲线具有以下3个优点:(1)只要  $F(k)$  是光滑的,则  $\varphi$  总能保持为一个函数,且边界曲线  $\varphi = 0$  能自然变化拓扑结构;(2)由于在演化过程中  $\varphi(x, y, t)$  保持为函数,因而很容易用数值方法求解演化方程,Osher 和 Sethian 给出了稳定的有限差分计算策略;(3)可以从水平集函数直接估计出曲线的内在几何特性,如法线、曲率等。

Osher 和 Sethian 所提出的标准水平集方法相对比较简单,且容易编程实现,但由于它是在定义域全范围内计算水平集函数,因此计算效率不高。为此 Adalsteinsson 和 Sethian 提出了只在零水平集(轮廓)附近进行计算的窄带(narrow banding)水平集方法<sup>[13,14]</sup>。若轮廓曲线是单方向演化,则可应用快速推进法(fast marching)<sup>[13,15]</sup>来求解演化方程。

### 3 图像分割技术

应用主动轮廓模型和水平集方法实现图像分割的基本思想是首先直接使用连续曲线来描述图像边缘,同时利用图像信息来定义某一能量泛函(自变量中包括边界轮廓曲线);然后应用 Euler-Lagrange 方程的动态格式来得到与该能量泛函相对应的曲线演化方程;最后应用水平集方法来模拟初始曲线沿能量下降最快的方向演化的过程,以便求得最佳的边界轮廓曲线。下面分别介绍基于边界信息、区域信息和边界与区域信息相结合的各种能量泛函及其演变。

#### 3.1 基于边界的主动轮廓图像分割模型

在计算机视觉领域中,底层任务(如边缘和线检测、立体视觉匹配与运动跟踪等)早期被认为是自主的自底向上的过程。Marr 提出的分层计算理论,只能充分利用从图像本身获得的信息自底向上进行计算。由于这种严格顺序的研究方法使得底层误差传播到高层,没有修正机会,所以需要非常可靠的底层视觉处理机制,这是个致命的弱点。Kass 等人向这种模型提出了挑战,试图定义这样的能量泛函,即其局部极值组成了可供高层视觉处理进行选择方案,这样在寻找显著图像特征时,即可通过将图像特征推向一个适当的局部极值点来与模型进行交互。鉴于此,1987年 Kass, Witkin 和 Terzopoulos 提出了 Snakes 模型<sup>[3]</sup>,该模型首次引进了变分法。

其基本思想是:首先给定图像  $I$  和初始曲线;然后使曲线沿法线方向演化,当运动到物体边界处时,则停止演化,即已检测到图像中物体的边缘,其中物体边界的判别需依赖于传统的基于图像梯度的边缘检测器。该模型的数学表述如下:

设  $\Omega$  是  $\mathbf{R}^2$  上有界子集,  $\partial\Omega$  为边界。假设  $I(x, y): \overline{\Omega} \rightarrow \mathbf{R}$  为给定图像,其中  $\overline{\Omega} = \Omega \cup \partial\Omega$ ,  $C(p): [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}^2$  为参数化曲线。则用于图像分割的 Snakes 模型能量泛函为

$$\min_c E(C(p)) = \alpha \int_0^1 \|C'(p)\|^2 dp + \beta \int_0^1 \|C''(p)\|^2 dp - \lambda \int_0^1 \|\nabla I(C(p))\|^2 dp \quad (4)$$

其中,  $\alpha, \beta, \lambda$  为正的权重因子,式(4)中前两项用于控制轮廓的光滑性和刚性,为主动轮廓的内部能量,第3项用于使轮廓朝图像中的物体边界移动,为主动轮廓的外部能量。应用 Euler-Lagrange 方程,并引入人工时间  $t$ ,运用最速下降法,即可得到以下式(4)的动态格式:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \alpha C'' - \beta C'''' + \lambda \nabla \|\nabla I(C(p))\|^2 \quad (5)$$

当给定初始化轮廓  $C(p, 0) = C_0(p)$ ,则曲线  $C$  朝着物体边界方向演化。当  $t \rightarrow \infty$  时,方程达到稳态状态,即  $C_t = 0$ ,则得到最小化曲线  $C$ ,这样使得  $\|\nabla I(C(p))\|$ (作为一个边缘检测器)不仅在曲线上各点取得最大值,同时还能保持曲线(即物体边界)的光滑性。

若 Snakes 模型中的初始曲线离物体边界较远,式(4)中第3项的作用较弱,此时演化曲线  $C(p, t)$  容易陷入局部极值点,则无法得到正确的物体边缘。针对该缺陷,Cohen 在 Snakes 模型中,引进了球形力(balloon force)  $\nu N$  来使轮廓沿着法方向向内或向外(取决于标量权重因子  $\nu$  的符号)演化,同时最大化光滑边界所围区域的面积<sup>[16]</sup>,其完整的数学模型如下:

$$\min_c E(C(p)) = \alpha \int_0^1 \|C'(p)\|^2 dp + \beta \int_0^1 \|C''(p)\|^2 dp - \lambda \int_0^1 \|\nabla I(C(p))\|^2 dp - \nu \iint_{\Omega} dx dy \quad (6)$$

其中,新增项为各向异性压力势能,控制由模型轮廓曲线所包围的面积。若把它想象成一个平面气球,则  $\nu$  的符号决定充气或放气。球形力使 Snakes 跨过假的、孤立的图像边缘,用以抵消收敛趋势。Cohen 等又提出了距离有势力(distance potential

force)模型<sup>[17]</sup>,虽极大拓展了主动轮廓捕获边界的范围,但该模型只适用于二值图像分割。

改进的 Snakes 模型虽降低了对曲线初始位置和图像噪声的敏感性,但仍需要人工决定充气还是放气,而且也不能自然地处理曲线拓扑变化,以便检测出图像中每一个物体,即一幅图像中包含多个物体,若初始曲线将它们都包含在内,则最终曲线仍然包含所有这些物体,因为参数曲线的拓扑结构在演化过程中保持不变。另外,Snakes 模型中的能量泛函只依赖曲线参数  $p$  的选择,跟物体几何形状无关。

1997 年, Caselles, Kimmel 和 Sapiro 提出了测地主动轮廓 (geodesic active contour, GAC) 模型<sup>[4,5]</sup>,该模型部分解决了 Snakes 模型不足。GAC 模型是 Snakes 模型的一个特例,即令式(4)中  $\beta = 0$ ,由于基于欧氏曲线收缩流 (euclidean curve shortening flow) 推导的式(8)足以保证测地轮廓曲线的正则性,因而不需要由  $\beta$  而引入的高阶光滑项;此外, $\beta = 0$ ,则可使主动轮廓与几何曲线演化联系起来。

引进单调下降函数:  $w: [0, +\infty] \rightarrow \mathbf{R}^+$ , 使得  $w(0) = 1, \lim_{z \rightarrow +\infty} w(z) = 0$ 。当修改式(4)能量泛函后,则式(4)变为

$$\min_c E(C(p)) = \alpha \int_0^1 \|C'(p)\|^2 dp + \lambda \int_0^1 w(\|\nabla I(C(p))\|)^2 dp \quad (7)$$

由于式(7)中的泛函及其极小值依赖于参数  $p$ ,故不是内蕴的。文中还证明了:若通过选择合适的权重因子  $\alpha$  和  $\lambda$ ,则最小化能量方程式(7)等价于求黎曼空间中的测地曲线(这可使得最优解与曲线参数  $p$  无关),即式(7)等价于

$$\min_c \int_0^1 w(\|\nabla I(C(p))\|) \|C'(p)\| dp \quad (8)$$

令  $ds = \|C'(p)\| dp$ , 则式(8)能量泛函变成  $\int_0^{L(C(p))} w(\|\nabla I(C(p))\|) ds$ , 式中  $L(C(p))$  表示曲线弧长,其几何解释为欧氏空间中权值为  $w(\|\nabla I(C(p))\|)$  的弧长元素  $ds$  的加权弧长,即权值函数  $w$  中包含了图像信息。

计算式(8)的 Euler-Lagrange 方程,可得到如下偏微分方程 (partial differential equation, PDE):

$$\frac{\partial C}{\partial t} = w(\|\nabla I(C)\|) kN - (\nabla w \cdot N)N \quad (9)$$

其中,  $k$  是欧拉曲率,  $N$  是内法向。权值函数  $w(\cdot)$  通常取为

$$w(\|\nabla I(x, y)\|) = \frac{1}{1 + \|\nabla G_\sigma(x, y) * I(x, y)\|^\rho}, \rho \geq 1$$

其中,  $G_\sigma(x, y)$  是高斯函数,通常取  $\rho = 1, 2$ 。则权值函数  $w(\|\nabla I(x, y)\|)$  在均匀区域为正,在图像边缘上为零。这样当主动轮廓达到物体边缘时,因式(9)右边为零,即演化速度为零,故停止演化。针对不同的应用场合,可以选取不同形式的权值函数  $w(\cdot)$ 。

同样为加快收敛速率,并脱离局部极小点,可在式(9)中引入一常数  $c$ ,得

$$\frac{\partial C}{\partial t} = w(\|\nabla I(C)\|) (c + k)N - (\nabla w \cdot N)N \quad (10)$$

$cN$  为球形力,这个常速率运动用于项推动曲线跨过虚假极小点,朝物体边缘前进,同时也削弱了正则性约束的作用。为使式(10)在边界演化时能自然处理拓扑变化,可将其表述成以下水平集函数的形式:

$$\begin{cases} \frac{\partial \phi}{\partial t} = w(\|\nabla I(x, y)\|) \|\nabla \phi\| \operatorname{div} \left( \frac{\nabla \phi}{\|\nabla \phi\|} \right) + \nabla w(I(x, y)) \times \\ \nabla I(x, y) + cw(\|\nabla I(x, y)\|) \|\nabla \phi\|, \text{在 } (0, \infty) \times \mathbf{R}^2 \text{ 里} \\ \phi(0, x, y) = \phi_0(x, y), \text{在 } \mathbf{R}^2 \text{ 里} \end{cases} \quad (11)$$

Malladi 和 Sethian 也提出了类似的基于边缘的几何主动轮廓模型<sup>[18]</sup>。这类主动轮廓模型虽在计算机视觉领域中得到了广泛应用,但由于其均使用一个依赖图像梯度  $\nabla I(x, y)$  的边缘检测函数  $w$  (即权值函数)来停止曲线演化,因而仅能检测由梯度定义的物体边缘。对于实际图像,由于离散梯度是有界的,边缘检测函数  $w$  在边缘上并不为零,所以演化曲线可以穿越边界(边缘泄漏)。Siddiqi 等人为解决该问题,对测地主动轮廓模型做了进一步改进<sup>[19]</sup>。Leventon 等人则将形状信息引入到测地主动轮廓模型中<sup>[20]</sup>,以提高模型的鲁棒性。

上述方法均假设主动轮廓内部和外部能量都能表示成积分形式,即曲线演化的内力和外力都是有势力,但实际上很多外力不能表示成外部能量的梯度,即非有势力。一些研究者从这个角度考虑,直接以 Snakes 模型的动态格式(见下式)作为起点,重点研究外力向量场  $V$ , 拓广其作用范围。

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \alpha C'' - \beta C''' + V \quad (12)$$

XU 等人通过最小化式(13)能量泛函,并将梯度向量流 (gradient vector flow, GVF)  $V = [u, v]$  定义为外力<sup>[21,22]</sup>

$$\zeta = \iint \mu(u_x^2 + u_y^2 + v_x^2 + v_y^2) + \|\nabla f\|^2 \|V - \nabla f\|^2 dx dy \quad (13)$$

对于灰度图像函数  $I(x, y)$ , 上式中  $f$  一般取为  $f = \|\nabla G_\sigma * I(x, y)\|^2$ ; 对于黑白线条图像取  $f = G_\sigma * I(x, y)$ 。由变分原理知,  $V$  是对  $\nabla f$  的平滑。这一方面, 因为在图像光强均匀区域,  $\|\nabla f\|$  很小, 式(13)能量主要由梯度向量  $V$  各项的微分平方和所控制, 所以可得到一个缓慢变化向量场; 另一方面, 当在图像边缘附近时, 光强变化很大, 即  $\|\nabla f\|$  很大, 式(13)能量主要由积分函数第2项控制, 极小化时,  $V \approx \nabla f$ 。这样式(13)就生成一个作用范围很广的外力场, 并降低了主动轮廓模型对初始曲线的敏感性。文献[23]建立了式(12)的隐式曲线描述方法, 使得可以运用水平集方法来求解该模型, 以便能自然地处理边界的拓扑变化; 另外, 在新模型中还可以方便地加入基于区域的外力项, 以克服单纯地基于边缘的 GAC 模型的不足。

上述改进模型与传统 Snakes 模型相比, 有很大的优越性, 但它们仍然均是使初始曲线沿着一个方向(向内或向外)演化。这需要特定的初始化步骤, 即初始化曲线必须完全在实际物体边界内部或外部, 否则, 就不能正确处理演化曲线的拓扑变化。针对这问题, 文献[24]~[26]分别提出了上述图像分割方法的修正模型, 即引入双向力, 使主动轮廓可双向演化, 这就降低了对曲线初始位置的要求。

### 3.2 基于区域的主动轮廓图像分割模型

基于边界的主动轮廓图像分割技术优于传统的基于边缘检测的分割, 但由于它也是建立在图像边缘检测基础上的, 因而与传统方法具有相同的局限性, 即对噪声很敏感。而基于区域的主动轮廓图像分割技术则由于直接使用主动轮廓内部和外部的全部光强信息, 没有使用基于梯度的边缘检测函数, 故对噪声较大的图像仍能工作得很好。

早期 Cohen 等人用基于区域的主动轮廓模型来进行曲面重构和图像恢复<sup>[27]</sup>, 即通过对包含区域项的能量泛函极小化来计算出主动轮廓的运动速度函数。文献[28]中做了另一项开拓性工作, 即 Ronfard 将只使用边缘信息的经典主动轮廓模型拓展为基于区域的主动轮廓模型。他认为曲线演化时的速度函数应该与物体和背景成比例, 即  $F = K^{\text{in}} - K^{\text{out}}$ , 其中  $K^{\text{in}}$  是物体区域统计模型,  $K^{\text{out}}$  是背景区域统计模型。文中采用的优化方法是启发式的, 没有给出严格证明, 但给出了一些直观的解释。

Chan 和 Vese 提出了基于 Mumford-Shah 泛函<sup>[29]</sup>的能量方程<sup>[30]</sup>, 用于静止图像分割。假设图

像由物体区域和背景区域两部分组成, 则文献[30]提出的能量泛函为

$$\min_c E(C(p)) = \lambda_1 \iint_{\Omega_{c_{\text{in}}}} |I(x, y) - c_1|^2 dx dy + \lambda_2 \iint_{\Omega_{c_{\text{out}}}} |I(x, y) - c_2|^2 dx dy + \mu \oint_c ds \quad (14)$$

其中,  $c_1$  是图像  $I$  在  $\Omega_{c_{\text{in}}}$  中的均值,  $c_2$  是图像  $I$  在  $\Omega_{c_{\text{out}}}$  中的均值, 当曲线演化时, 这两个值要重新估计。参数  $\lambda_1, \lambda_2, \mu$  是正的权重因子。演化时, 首先将曲线  $C(t)$  表示成水平集函数  $\varphi(x, y, t)$  的零水平集, 再通过 Heaviside 函数  $H(\varphi)$  把水平集函数  $\varphi(x, y, t)$  引入到式(14)中, 以便将式(14)对区域和边界的混合积分转化成对边界的单一积分。为使式(14)最小化, 求它的 Euler-Lagrange 方程如下:

$$\begin{cases} \frac{\partial \varphi}{\partial t} = \delta_\varepsilon(\varphi) \left[ \mu \operatorname{div} \left( \frac{\nabla \varphi}{\|\nabla \varphi\|} \right) - \mu - \lambda_1 (I(x, y) - c_1)^2 + \lambda_2 (I(x, y) - c_2)^2 \right], & \text{在 } \Omega \times (0, \infty) \text{ 里} \\ \varphi(x, y, 0) = \varphi_0(x, y), & \text{在 } \Omega \text{ 里} \\ \delta_\varepsilon(\varphi) \frac{\partial \varphi}{\|\nabla \varphi\|} = 0, & \text{在 } \Omega \text{ 上} \end{cases} \quad (15)$$

其中,  $\delta_\varepsilon(\varphi)$  是 Dirac 度量的正则化函数, 也是  $H(\varphi)$  的一阶导数。之后不久, 两人进一步运用多相水平集方法 (multiphase level set)<sup>[31]</sup> 将该模型拓展用于多均值图像分割。此外, 该模型很容易拓展到向量值图像 (RGB 图像和多光谱图像) 分割, 感兴趣读者可参考文献[32]。

Chan 等人提出的模型是 Mumford-Shah 泛函的特例, 只能用于包含物体和背景两个不同均值区域的图像, 其应用范围受很大限制。Tsai 等人应用一般的 Mumford-Shah 泛函, 给出了拓展的数学模型<sup>[33]</sup>:

$$\min_{\tilde{I}, c} E(\tilde{I}(x, y), C(p)) = \beta \iint_{\Omega} |\tilde{I}(x, y) - I(x, y)|^2 dx dy + \alpha \iint_{\Omega} \|\nabla \tilde{I}(x, y)\|^2 dx dy + \gamma \oint_c ds \quad (16)$$

这里函数  $\tilde{I}(x, y)$  是对图像函数  $I(x, y)$  的估计。该模型可以用于许多底层图像处理, 如图像降噪、恢复与分割。由于该泛函不能同时求得  $\tilde{I}(x, y)$  和  $C$ , 以使式(16)达到极值, 故只能采用分离变量的计算策略, 即首先固定曲线  $C$ , 使式(16)达到极值; 然后固定  $\tilde{I}(x, y)$ , 通过演化曲线  $C$  来使式(16)达到极值, 如此循环, 直到收敛到一个极小值。求解时, 同样可

以结合水平集方法来处理边界拓扑变化,但由于每次计算都需求解两个 PDE,且需要循环直到收敛,故与基于边界的主动轮廓图像分割技术相比,计算量较大。

### 3.3 基于边界和区域的主动轮廓图像分割模型

基于边界的主动轮廓图像分割模型由于其只是充分利用了不连续边界附近的局部信息,因此需要较理想的初始闭曲线,才能保证识别到正确的图像边缘。基于区域的主动轮廓图像分割模型则充分利用了全局信息,其初始曲线位置虽可以任意放置,但模型求解较困难;同时,用于纹理图像分割时,特别是图像物体和背景内光强均值相同时,效果不理想。为此,一些研究人员试图将边界信息和区域信息有机地结合在一个统一的主动轮廓模型中,通过集成以上两种方法的优点来拓宽应用范围。

1996 年,Chakraborty 等人提出了基于边界和区域信息的主动轮廓模型<sup>[34]</sup>,用于医疗图像分割。该模型中首先用傅里叶算子参数化边界,然后用图像强度的均匀性来表达区域信息,这虽然限制了模型的应用范围,但却是首次在 Snakes 能量泛函最小化的框架中,成功地合成边界和区域信息。

随后,ZHU 和 Yuille 提出了基于统计框架的“区域竞争”算法<sup>[35]</sup>,在 Mumford-Shah 能量泛函启发下,得到更一般的 Bayes/MDL 能量泛函,用于静止图像分割,其数学模型如下:

$$E(C(p), \{a_i\}) = \sum_{i=1}^M \left\{ \frac{\mu}{2} \int_{\partial\Omega_i} ds - \log P(\{I(x, y) : (x, y) \in \Omega_i \mid a_i\}) + \lambda \right\} \quad (17)$$

其中, $P(\cdot)$ 为概率密度函数, $a_i$ 是区域分布参数, $\mu$ 是权重因子, $s$ 表示弧长, $\Omega_i (i=1, \dots, M)$ 是 $\Omega$ 的一个划分。文中还证明了 Snakes 模型是式(17)的特例。如果用 Green-Riemann 理论将部分区域能量积分变换成边界能量积分,这样整个问题就简化成计算轮廓积分。一旦 $a_i$ 固定,由式(17)就可以直接导出主动轮廓演化方程。

近来,Paragios 和 Deriche 通过改进轮廓描述算符<sup>[36]</sup>,进一步拓展了 ZHU 和 Yuille 的工作。他们提出的区域描述算符可以应用于纹理图像分割和移动目标的检测,其数学模型如下:

$$E(C(p)) = \alpha \int_0^1 g(P_c(I(C))) \left\| \frac{\partial C}{\partial p} \right\| dp -$$

$$(1 - \alpha) \iint_{\Omega_1} \log[P_{\alpha_1}(I(C))] dx dy - (1 - \alpha) \iint_{\Omega_2} \log[P_{\alpha_2}(I(C))] dx dy \quad (18)$$

其中, $P(\cdot)$ 是概率密度函数, $\alpha$ 是正的权值, $P_c$ 是测量给定像素在真实边界 $C$ 上的概率边界分布, $g$ 是高斯函数, $\Omega_1, \Omega_2$ 是 $\Omega$ 的一个划分。其中基于区域项的推导跟 ZHU 和 Yuille 的推导相同。通过计算式(18)的 Euler-Lagrange 方程即可得到如下主动轮廓演化方程:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = -\alpha [\log(P_{\alpha_1}(I(C))) N_{\partial\Omega_1} + \log(P_{\alpha_2}(I(C))) N_{\partial\Omega_2} + (1 - \alpha) [g(P_c(I(C))) k - \nabla g(P_c(I(C))) \cdot N] N \quad (19)$$

ZHU、Yuille 和 Paragios、Deriche 等人均是利用概率知识将图像中的局部和全局信息融合在一起,这样就使模型结构较为复杂。与他们不同的是,Shah 是完全基于代数与几何知识将基于边缘的局部信息和基于区域的全局信息合成在统一框架中<sup>[37]</sup>,而且该模型经适当变形后,就可以得到由 Perno 和 Malik 提出的各向异性扩散方程(anisotropic diffusion)<sup>[38]</sup>。

## 4 基于主动轮廓的图像分割方法在图像对准中的应用

目前基于主动轮廓的图像分割方法已广泛用于图像对准<sup>[39-42]</sup>、运动估计和目标跟踪<sup>[43-48]</sup>以及 3 维重构<sup>[49-51]</sup>等领域。由于篇幅限制,本文着重讨论该方法在图像对准中的应用。

在许多图像处理应用中,如工业检测、航空图像分析和绘图、虚拟现实、手术规划和医疗监测中,必须对不同传感器或同一个传感器,但在不同时间、不同地点获得的图像进行比较。由于这些图像间有相对位移、旋转、比例、和其他几何变换,因此图像对准目标是建立两幅图像间的对应关系,以便确定两幅图像间的几何变换参数。

图像对准是机器视觉和图像处理领域中的基本问题,过去几十年里,国内外许多学者对其作了大量研究。文献[52]对过去所做的工作进行了总结和归类,将现有的图像对准方法大致分为基于光强(intensity-based)的方法<sup>[53-55]</sup>和基于特征(feature-based)的方法<sup>[56,57]</sup>两类。其中基于光强的方法虽充分利用了光强信息,但对噪声或光强变化很敏感。

由于图像特征(如物体边界),受这些变化的影响较小,因此基于特征的方法具有较强的鲁棒性。

传统的基于特征方法是首先用特征检测算法检测出图像上的特征(如边缘、角点等),再通过对这些特征进行几何匹配来得到图像间位姿信息。由此可见,由于图像分割和对准这两个问题的求解是相对独立的,但后者又依赖于前者解的存在性和精确性,故一些研究者试图并行求解这两个独立的步骤,以减少分割对对准的影响,同时提高对准精度。1999年 Bansal 等人提出了基于最小化最大熵(min-max entropy)的方法<sup>[57]</sup>,对图像进行分割和对准首次做了成功的尝试。2001年, Yezzi 等人第一次引入主动轮廓模型<sup>[40]</sup>,使基于水平集的分割表述和基于特征的对准方法有机结合在一起。随后, Chen 等人<sup>[41]</sup>和 Kim 等人<sup>[42]</sup>也对这一问题进行了研究。

Yezzi 等人提出的并行分割和对准数学模型表述如下。设:  $I(x, y): \bar{\Omega} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $\hat{I}(x, y): \hat{\Omega} \rightarrow \mathbf{R}$  表示两幅包含要分割和对准的公共物体的图像; 设  $h(\cdot): \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}^2$  表示一个几何变换,  $C, \hat{C}$  表示用来捕获图像所包含物体边界的主动轮廓, 其目的是找到变换  $h$  和轮廓  $C$ , 并使得  $\hat{C} = h(C)$ 。这样图像分割和对准问题就很自然地结合在一起。图像分割模型可以选用前文所介绍的任何一种模型, 本文选用 Chan 和 Vese 提出的分割模型<sup>[30]</sup>, 来得到能量泛函:

$$\begin{aligned}
 E(h, C) &= E_1(C) + E_2(h(C)) \\
 &= \iint_{\Omega_{C_{in}}} e_{in} dx dy + \iint_{\Omega_{C_{out}}} e_{out} dx dy \\
 &\quad + \iint_{\Omega_{\hat{C}_{in}}} \hat{e}_{in} dx dy + \iint_{\Omega_{\hat{C}_{out}}} \hat{e}_{out} dx dy \\
 &= \iint_{\Omega_{C_{in}}} (e_{in} + |h'| \hat{e}_{in} \circ h) dx dy + \\
 &\quad + \iint_{\Omega_{C_{out}}} (e_{out} + |h'| \hat{e}_{out} \circ h) dx dy \quad (20)
 \end{aligned}$$

其中,  $e_{in} = (I(x, y) - c_1)$ ,  $e_{out} = (I(x, y) - c_2)$ ,  $\hat{e}_{in} = (\hat{I}(x, y) - \hat{c}_1)$ ,  $\hat{e}_{out} = (\hat{I}(x, y) - \hat{c}_2)$ ,  $h'$  是变换函数  $h(C)$  的一阶导数,  $\circ$  为函数复合符号,  $\hat{c}_1$  是图像  $\hat{I}$  在  $\Omega_{\hat{C}_{in}}$  中的均值,  $\hat{c}_2$  是图像  $\hat{I}$  在  $\Omega_{\hat{C}_{out}}$  中的均值。通过循环优化  $h$  和  $C$ , 直到收敛到最优值, 即可得到两幅图像的分割和它们间的位姿。

## 5 结 语

本文回顾了近十多年来, 基于主动轮廓模型和

水平集方法的图像分割技术的研究和发展状况。从本综述可以看出, 基于边界信息的主动轮廓模型虽充分利用了图像边缘的梯度信息, 但由于在图像光强均匀区域, 梯度为零, 没有外力使初始曲线朝着物体边缘推进, 因而图像分割算法对初始曲线的位置比较敏感。相比较而言, 基于区域信息的主动轮廓模型由于利用了图像的全局信息, 因此具有较强的鲁棒性, 但计算求解比较困难, 另外不能用于纹理图像的分割。而基于边界和区域信息的主动轮廓模型则集成了上述两种模型的优点, 这样就拓宽了应用范围。应用水平集方法来描述主动轮廓和求解曲线演化方程, 不仅能自然地处理边界拓扑变化, 而且同时能检测图像中多个物体边缘。上述研究工作均是为了提高模型对初始值和噪声干扰的鲁棒性, 以及为了提高数值算法的稳定性而展开的, 其实这一直是计算机视觉领域研究所追求的目标。

多年以来, 由于基于特征的图像对准算法均是图像特征提取和对准作为两个独立问题来求解, 因而特征提取的精度直接影响对准精度。引入变分框架, 就可将特征提取与对准自然地耦合在一起, 从而使分割和对准的并行实现这一挑战性问题迎刃而解, 但由于求解该模型的计算量很大, 使该方法不能满足工业应用中的实时性要求, 因此新的分割和对准模型以及相应的快速求解算法还有待于进一步研究。

## 参考文献 (References)

- 1 Canny J F. A computational approach to edge detection[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1986, 8(6): 679 ~ 698.
- 2 Adams R, Bischof L. Seeded region growing[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1994, 16(6): 641 ~ 647.
- 3 Kass M, Witkin A, Terzopoulos D. Snakes: Active contour models [J]. International Journal of Computer Vision, 1988, 1(4): 321 ~ 331.
- 4 Caselles V, Kimmel R, Sapiro G. Geodesic active contours [A]. In: Proceedings 5th International Conference on Computer Vision [C], Boston, MA, USA, 1995: 694 ~ 699.
- 5 Caselles V, Kimmel R, Sapiro G. Geodesic active contours [J]. International Journal of Computer Vision, 1997, 22(1): 61 ~ 79.
- 6 Kichenassamy S, Kumar A, Olver P, et al. Gradient flows and geometric active contour models [A]. In: Proceedings of Fifth International Conference on Computer Vision [C], Cambridge, UK, 1995: 810 ~ 815.
- 7 ZHOU Yan-bo, ZHANG Zhi-guang. Deformable objects' contour extraction [J]. Acta Electronica Sinica, 1998, 26(7): 133 ~ 137.

- [周彦博, 张志广. 可变形物体的轮廓的提取[J]. 电子学报, 1998, 26(7): 133 ~ 137.]
- 8 JIA Chun-guang, TAN ou, DUAN Hun-long, *et al.* Medical image registration based on deformable contour[J]. *Journal of Computer Aided Design and Computer Graphics*, 1999, 11(2): 115 ~ 119. [贾春光, 谭鸥, 段会龙等. 基于变形轮廓的医学图像匹配方法[J]. 计算机辅助设计和图形学学报, 1999, 11(2): 115 ~ 119.]
  - 9 ZHU Fu-ping, TIAN Jie, LIN Yao, *et al.* Medical image segmentation based on level set method[J]. *Journal of Software*, 2002, 13(9): 1866 ~ 1871. [朱付平, 田捷, 林瑶等. 基于 Level Set 方法的医学图像分割[J]. 软件学报, 2002, 13(9): 1866 ~ 1871.]
  - 10 Sethian J A. Curvature and the evolution of fronts [J]. *Communication of Mathematical Physics*, 1985, 101(4): 487 ~ 502.
  - 11 Sethian J A. Numerical methods for propagating fronts; In variational methods for free surface interfaces[M]. New York, USA: Springer-Verlag, 1987: 155 ~ 164.
  - 12 Osher S, Sethian J A. Fronts propagating with curvature dependent speed; Algorithms based on Hamilton-Jacobi formulation[J]. *Journal of Computational Physics*, 1988, 79(1): 12 ~ 49.
  - 13 Sethian J A. Level set methods and fast marching methods[M]. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1996.
  - 14 Adalsteinsson D, Sethian J A. A fast level set method for propagating interfaces[J]. *Journal of Computational Physics*, 1995, 118(2): 269 ~ 277.
  - 15 Sethian J A. A fast marching level set method for monotonically advancing fronts[J]. *Proceedings of National Academic Science*, 1996, 93(4): 1591 ~ 1595.
  - 16 Cohen L D. On active contour models and balloons[J]. *CVGIP: Image Understanding*, 1991, 53(2): 211 ~ 218.
  - 17 Cohen L D, Cohen I. Finite-element methods for active contour models and balloons for 2-D and 3-D images[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1993, 15(11): 1131 ~ 1147.
  - 18 Malladi R, Sethian J A, Vemuri B C. Shape modeling with front propagation: A level set approach[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1995, 17(2): 158 ~ 175.
  - 19 Siddiqi K, Lauziere Y B, Tannenbaum A, *et al.* Area and length minimizing flows for shape segmentation[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 1998, 7(3): 433 ~ 443.
  - 20 Leventon M E. Statistical shape influence in geodesic active contours [A]. In: *IEEE Transactions Conference on Computer Vision and Pattern Recognition [C]*, Hilton Head Islands, South California, USA, 2000, 1: 1316 ~ 1323.
  - 21 XU Chen-yang, Prince J L. Gradient vector flow: A new external force for Snake[A]. In: *IEEE Proceedings Conference on Computer Vision and Pattern Recognition[C]*, San Juan, Puerto Rico, USA, 1997: 66 ~ 71.
  - 22 XU Chen-yang, Prince J L. Snakes, shapes, and gradient vector flow [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 1998, 7(3): 359 ~ 369.
  - 23 XU Chen-yang, Yezzi A, Prince J L. On the relationship between parametric and geometric active contours [A]. In: *Proceedings of 34th Asilomar Conferences on Signals, Systems, and Computers[C]*, Pacific Grove, Canada, 2000, 1: 483 ~ 489.
  - 24 Amadiou O, Debreuve E, Barlaud M, *et al.* Inward and outward curve evolution using level set method[A]. In: *IEEE Proceedings on International Conference of Image Processing [C]*, Kobe, Japan, 1999, 3: 188 ~ 192.
  - 25 Sumengen B, Manjunath B S, Kenney C. Image segmentation using curve evolution and flow fields [A]. In: *IEEE Proceedings 16th International Conference on Pattern Recognition [C]*, Rochester, NY, USA, 2002, 1: 105 ~ 108.
  - 26 Paragios N, Mellina-Gotardo O, Ramesh V. Gradient vector flow fast geodesic active contours[A]. In: *IEEE International Conference on Image Processing[C]*, Vancouver, BC, Canada, 2001, 1: 67 ~ 73.
  - 27 Cohen L D, Bardinet E, Ayache N. Surface reconstruction using active contour models[A]. In: *Proceedings of SPIE Conference on Geometric Methods in Computer Vision[C]*, San Diego, CA, USA, 1993: 38 ~ 50.
  - 28 Ronfard R. Region-based strategies for active contour models[J]. *International Journal of Computer Vision*, 1994, 13(2): 229 ~ 251.
  - 29 Mumford D, Shah J. Optimal approximation by piecewise smooth functions and associated variational problems[J]. *Communication of Pure Applied Math*, 1989, 42(5): 577 ~ 685.
  - 30 Chan T F, Vese L. Active contours without edges [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2001, 10(2): 266 ~ 277.
  - 31 Chan T F, Vese L A. Image segmentation using level sets and the piecewise-constant Mumford-Shah model [EB/OL]. *Technique Report CAM0014 University of California, Los Angeles, CA, USA*, <http://www.math.ucla.edu/applied/cam>, 2000.
  - 32 Chan T F, Sandberg B Y, Vese L A. Active contours without edges for vector-valued images[J]. *Journal of Visual Communication and Image Representation*, 2000, 11(2): 130 ~ 141.
  - 33 Tsai A, Yezzi A, Willsky A. Curve evolution implementation of the Mumford-Shah functional for image segmentation, denoising, interpolation, and magnification [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2001, 10(8): 1169 ~ 1186.
  - 34 Chakraborty A, Staib H, Duncan J. Deformable boundary finding in medical images by integrating gradient and region information [J]. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 1996, 15(6): 859 ~ 870.
  - 35 ZHU Song-chun, Yuille A. Region competition: Unifying Snakes, region growing, and Bayes/MDL for multiband image segmentation [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1996, 18(9): 884 ~ 900.
  - 36 Paragios N, Deriche R. Geodesic active regions for supervised texture segmentation[A]. In: *IEEE International Conference on Computer Vision[C]*, Kerkyra, Greece, 1999, 2: 926 ~ 932.
  - 37 Shah J. A common framework for curve evolution, segmentation and anisotropic diffusion[A]. In: *IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition [C]*, San Francisco, CA, USA, 1996: 136 ~ 142.



- 38 Perona P, Malik J. Scale-space and edge detection using anisotropic diffusion[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1990, **12**(7): 629 ~ 639.
- 39 LI Hui, Manjunath B S. A contour-based approach to multisensor image registration [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 1995, **4**(3): 320 ~ 334.
- 40 Yezzi A, Zöllei L, Kapur T. A variational framework for joint segmentation and registration [A]. In: *IEEE Workshop on Mathematical Methods in Biomedical Image Analysis [C]*, Kauai, HI, USA, 2001: 44 ~ 51.
- 41 CHEN Yun-mei, Thiruvankadam S, Feng Huang, *et al.* Simultaneous segmentation and registration for functional MR images [J]. In: *IEEE Proceedings 16th International Conference on Pattern Recognition [C]*, Québec, QC, Canada, 2002, **1**: 747 ~ 750.
- 42 Kim J, Tsai A, Cetin M, *et al.* A curve evolution-based variational approach to simultaneous image restoration and segmentation [A]. In: *Proceedings Conference on Image Processing [C]*, Rochester, New York, USA, 2002, **1**: 109 ~ 112.
- 43 Moelin M, Chan T F. Tracking objects with the Chan-Vese algorithm [R]. UCLA CAM Report[EB/OL], <http://www.math.ucla.edu/applied/cam>
- 44 Paragios N, Deriche R. Unifying boundary and region-based information for geodesic active tracking [A]. In: *IEEE Computer Society Conference on Computer Vision [C]*, Fort Collins, Colorado, USA, 1999, **2**: 23 ~ 25.
- 45 Paragios N, Deriche R. Geodesic active regions for motion estimation and tracking [A]. In: *Proceedings of the 7th IEEE International Conference on Computer Vision [C]*, Kerkyra, Greece, 1999, **1**: 668 ~ 694.
- 46 Paragios N, Deriche R. A PDE-based level-set approach for detection and tracking of moving objects [A]. In: *Proceedings of 6th International Conference on Computer Vision [C]*, Bombay, India, 1998: 1139 ~ 1145.
- 47 Paragios N, Deriche R. Geodesic active contours and level sets for the detection and tracking of moving objects[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2000, **22**(3): 266 ~ 280.
- 48 Kumar A, Kichenassamy S, Olver P. Active contours for visual tracking; A geometric gradient based approach [A]. In: *Proceedings of the 34th Conference on Decision & Control [C]*, New Orleans, LA, USA, 1995: 4041 ~ 4046.
- 49 Cohen L D, Cohen I. Finite element methods for active contour models and balloons for 2D and 3D images[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1993, **15**(11): 1131 ~ 1147.
- 50 SHEN Xin-quan, Hogg D. 3D-shape recovery using a deformable model[J]. *Image and Vision, Computing*, 1995, **13**(5): 377 ~ 383.
- 51 XIA Li-min, GU Shi-wen, SHEN Xin-quan. 3D Surface Adaptive Reconstructing Based on Deformable Models [J]. *Journal of Image and Graphics*, 2000, **5**(5): 396 ~ 400.
- 52 Brown L G. A survey of image registration techniques [J]. *ACM Computing Survey*, 1992, **24**(4): 325 ~ 376.
- 53 LAI Shang-hong. Robust image matching under partial occlusion and spatially varying illumination change[J]. *Computer Vision and Image Understanding*, 2000, **78**(1): 84 ~ 98.
- 54 LAI Shang-hong, FANG Ming. An accurate and fast pattern localization algorithm for automated visual inspection[J]. *Real-Time Imaging*, 1999, **5**(1): 3 ~ 14.
- 55 LAI Shang-hong, FANG Ming. A hybrid image alignment system for fast and precise pattern localization[J]. *Real-Time Imaging*, 2002, **8**(1): 23 ~ 33.
- 56 Can A, Stewart C V, Roysam B, *et al.* A feature-based, robust, hierarchical algorithm for registering pairs of images of the curved human retina [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2002, **24**(3): 347 ~ 364.
- 57 Bansal R, Staib L H, Chen Zhe, *et al.* Entropy-based, multiple-portal-to-3D CT registration for prostate radiotherapy using iteratively estimated segmentation [A]. In: *Proceedings of Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention [C]*, Cambridge, UK, 1999: 567 ~ 578.