

等值线自动建立拓扑关系算法与快速填充应用

张登荣¹⁾²⁾ 刘绍华¹⁾ 毛天露¹⁾ 王超²⁾

¹⁾ 浙江大学地球科学系、空间信息技术研究所 杭州 310027)

²⁾ 中国科学院遥感应用研究所 北京 100101)

摘要 通过构建“拓扑包含二叉树”找到了一种自动建立等值线拓扑关系的新方法,并且提出了一种基于拓扑关系的等值线图快速填充算法,从而很好地解决了在任意比例尺、任意高程间隔、任意边界情况下,实现等值线矢量快速填充应用效果的难题。该方法已在海底地形可视化与自动成图技术研究中实现了成功地应用,并取得了良好的效果。

关键词 等值线填色 拓扑包含二叉树 制图算法

中图法分类号: TP391.41 文献标识码: A 文章编号: 1006-8961(2001)03-0264-06

An Algorithm of Automatic Creation of Topological Relation and Its Application of Fast Color Fill between Contours

ZHANG Deng-rong¹⁾²⁾, LIU Shao-hua¹⁾, MAO Tian-lu¹⁾, WANG Chao²⁾

¹⁾ Institute of Spatial Information Technology, Zhejiang University, Hangzhou 310027)

²⁾ Institute of Remote sensing Applications, CAS, Beijing 100101)

Abstract A new method of automatic creation of topological relation between contours by constructing the “topologic contain binary tree” is discussed in this paper, and based on the binary tree data structure a fast color fill application is proposed to commendably realize the vector effect of contour color fill graph in random scale, random height interval, random boundaries surroundings. From the relationship between boundary lines and contours, the topologic relation among contours can be built and stored in the tree structure. Such a topologic structure displays the linking and closing between boundary lines and unclosed contours, the nesting among closed contours in the order of tree rings. It is successfully applied in visualization and automatically mapping of submarine topographic data observed by multibeam, and it overcomes the insufficiency of contour mapping produced by common algorithm, especially conquers the inconsistency between color blocks and contours produced by mapping software for multibeam postprocessing.

Keywords Contour color fill, Topologic contain binary tree, Mapping algorithm

0 引言

等值线是现代科学研究中一种常用而有效的重要表示方法^[1],尤其在地球科学、工程分析、辅助决策和计算等领域应用很广^[2],如航空航天测量的地形等高线图、温度场中的等温线图、有限元分析过程中等效应力应变场等值线图等^[3]。

然而基于拓扑关系的等值线填充和三维造型等技术难题却长期困扰着人们。由于目前大多数等值线图显示软件用的均是基于栅格的填充算法,这种算法虽然比较简单,但是填充的时间与空间效率都比较低,特别是在大比例尺、栅格较稀疏的情况下,还会出现锯齿状多边形边界,而且每次放大、缩小、漫游操作后,往往需要重新进行填充运算,因此,如果能够自动建立等值线之间的拓扑关系,然后基于

拓扑关系来完成等值线图的填充,乃至三维显示.那么只需要完成一次拓扑操作,便能在放缩、移动等任意操作后,反复地快速实现等值线填充.而且因为是矢量填充算法,所以它可以适用于任意比例尺、任意分辨率栅格大小、任意等值线间隔的情况下.根据以上思想,提出了一种等值线拓扑填充算法,它的核心是生成“拓扑包含二叉树”,同时自动建立等值线之间的拓扑关系,然后基于拓扑关系来实现许多重要的应用,例如笔者设计了该树的一种周游算法,并用 C/C++ 语言编写了相应的软件,从而解决了等值线的矢量填充难题.

1 算法原理

等值线间的包含关系是描述其拓扑关系的基础,因为它可以通过两条等值线的平面位置来判别,而矢量形式的等值线数据一般由特征点数和依次排列的特征点坐标来表示^[4],其一般形式为: $n(x_1, y_1)(x_2, y_2) \dots (x_n, y_n)$,其中, n 表示等值线的特征点数, (x_i, y_i) 表示第 i 个特征点的坐标, $i \in [1, n]$.

从图形学的角度讲,一幅典型的等值线图具有以下性质^[3].①等值线通常是一条连续曲线;②对于给定的某个高度值 Z_c ,相应的等值线数量可能不止一条;③由于定义域是有界的,因此等值线可能是闭合的,也可能是不封闭的,而不封闭等值线的端点必然落在边界线上;④等值线不能相互交错.

由于两条闭合等值线之间是不相交的,因此只要判断一条等值线上的任一点是否在另一条等值线之内,就可确定两条等值线之间的包含关系(见图 1).

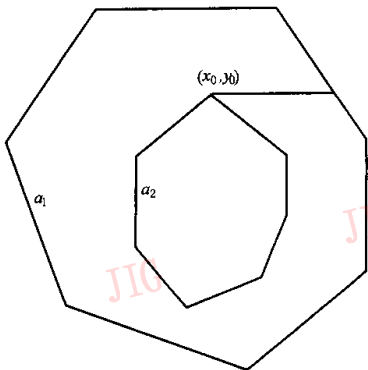


图 1 等值线拓扑包含关系判别示意图

设 a_1 和 a_2 是任意两条等值线,其中 a_1 的特征点坐标为 $\{(x_i, y_i), i \in [1, n]\}$,而 (x_0, y_0) 为 a_2 的任一个特征点坐标,则判别 (x_0, y_0) 是否在 a_1 之内的方法为:过 (x_0, y_0) 点向右作一水平射线,并求取该射线与 a_1 的交点数 m .若 m 为奇数,则表示 (x_0, y_0) 在 a_1 之内,即 a_1 包含 a_2 ,记为 $a_1 = I(a_2)$;若 m 为偶数,则表示 (x_0, y_0) 不在 a_1 之内,即 $a_1 \neq I(a_2)$;又设 (x_i, y_i) 和 (x_{i+1}, y_{i+1}) 为 a_1 第 i 条边两端点的坐标,则射线与之有交点的判别准则为^[4]

$$\max(x_i, x_{i+1}) \geq x_0 \tag{1}$$

$$\begin{cases} \min(y_i, y_{i+1}) < y_0 < \max(y_i, y_{i+1}) & \text{当 } y_i \neq y_0 \\ \min(y_{i-1}, y_{i+1}) < y_0 < \max(y_{i-1}, y_{i+1}) & \text{当 } y_i = y_0 \end{cases} \tag{2}$$

$$x_i + (x_{i+1} - x_i)(y_0 - y_i)(y_{i+1} - y_i) > x_0 \tag{3}$$

当式(1)(2)和(3)同时成立时,则射线与 a_1 的第 i 条边有交点,否则没有交点.

由于一条闭合等值线可能被制图区域截成一段或多段且端点落在边界线上的不闭合等值线,这些不闭合等值线会引起等值线间拓扑关系的不定性,从而使等值线自动建立拓扑关系不能顺利进行,因此,必须对这些不闭合的等值线进行闭合化处理,其基本思想是将这些等值线的两端点通过边界线连接起来,从而形成闭合的等值线^[5].另外,由于不闭合等值线的两端点间通过边界线的连接方式可能有两种情况,即一种是从某一端点出发,沿边界线顺时针闭合到另一端点;另一种则是沿逆时针方向闭合,因此这就需要给出一些附加条件,使其具有唯一性,其通常的做法是沿边界线依次人工给出每相邻两端点间的所有高程变换点^[4],但这样无疑降低了自动化的程度.

事实上,虽然针对不同的应用,其产生等值线的算法不尽相同,例如有些算法适用于规则离散点信息场的等值线图的生成,而有的算法则采用等参数插值函数的概念,因而适用于某些高次单元网格系统等,但是在等值线生成之前的原始数据中必定隐含了边界线上一些值的变化信息.在算法中借助于原始数据,可以自动地获得边界线上所有的高程变换点,即所有的高点与低点,记为 $Q_i, i \in [1, m], m$ 为边界线上高程变换点的个数.

在将不闭合等值线转化为闭合等值线后,就可将其与其他闭合等值线一并处理.虽然在进行闭合化处理时,同样应遵循等值线之间不交叉的原则,但此时允许等值线在边界线上出现部分重合的现象.

在自动建立拓扑关系时,构建等值线“拓扑包含二叉树”,这种“拓扑包含二叉树”具有以下特征,即任意一个父亲结点总是一阶包含(一阶包含,即在两条等值线 A、B 之间不存在第 3 条等值线 C,它包含 A,而又被 B 包含)其左儿子结点与该左儿子结点的所有右儿子序列,该父亲结点与其右儿子序列一阶并列.由此可见,创建“拓扑包含二叉树”是自动建立等值线拓扑关系算法的核心,也是后续基于拓扑的各类应用的基础.

该算法即使在奇异曲线情况下,只要略加处理后仍然适用,例如,对于悬空的峭壁及存在巨大凹体的山岩,它可能出现断点,并且不在绘制的边界线上,对于这种情况仍可在自动建立等值线拓扑关系之前,通过一些简单的判断,将其识别出来,然后将这些内部开曲线上的等值点序列,按照从头到尾,再从尾到头的顺序扩充为一条内部面积为零的闭合曲线.此外,由于测量精度误差的限制,在直接绘制等值线图时,某些等值线可能会出现相交或重合,为此在预处理时,可以加入相交判断,以找到相交曲线及其交点,而且对任意两条相交曲线 A 和 B,若将曲线 A 在交点处分断,然后将被分断的两段开曲线的端点沿着 B 相连,则可分别得到被曲线 B 包含和与曲线 B 并列的两条闭曲线,且该两条闭曲线与曲线 B 部分重合.这样一来,就能把奇异问题转换为典型情形处理,同时又不影响原有拓扑关系的稳定性.

2 自动建立等值线拓扑关系算法

该算法的基本流程参见图 2,包括生成等值线链表、开曲线连接成闭曲线和创建“拓扑包含二叉树”等.

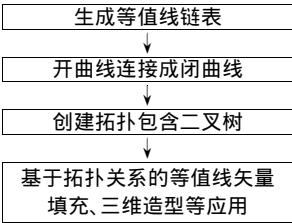


图 2 算法实现技术原理图

2.1 生成等值线链表

由于不论是基于何种追踪算法,或者是其他生成等值线的方法,都可以将等值线数据存储成链表数据结构^[6,7],于是在等值线的合并、插入等后续操

作中,就不会引起内存空间中大量元素的移动,为此,定义了两级链表存储结构.

该两级链表的连接关系参见图 3.

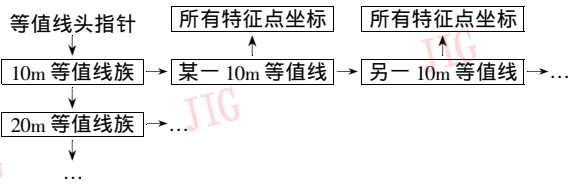


图 3 等值线两级链表数据结构示意图

2.2 开曲线连接成闭曲线

如前所述,一条或几条开曲线通过边界线可以连接成一条闭合曲线.为了阐述方便,以矩形图廓线作为边界线(见图 4),并规定边界线为一条从左上图廓点开始,按逆时针方向闭合的有向曲线,即 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$,并将边界线上的任意一点 P,沿边界线至左上图廓点 A 的距离定义为

$$S_p = \begin{cases} L_{AP} & \text{当 } P \text{ 在 } AB \text{ 上} \\ L_{AB} + L_{BP} & \text{当 } P \text{ 在 } BC \text{ 上} \\ L_{AB} + L_{BC} + L_{CP} & \text{当 } P \text{ 在 } CD \text{ 上} \\ L_{AB} + L_{BC} + L_{CD} + L_{DP} & \text{当 } P \text{ 在 } DA \text{ 上} \end{cases} \quad (4)$$

其中, L_{AB} 、 L_{BC} 、 L_{CD} 分别为左边界 AB,下边界 BC,右边界 CD 的长度, L_{AP} 、 L_{BP} 、 L_{CP} 和 L_{DP} 分别为 P 点沿边界线至图廓点 A、B、C、D 的距离.

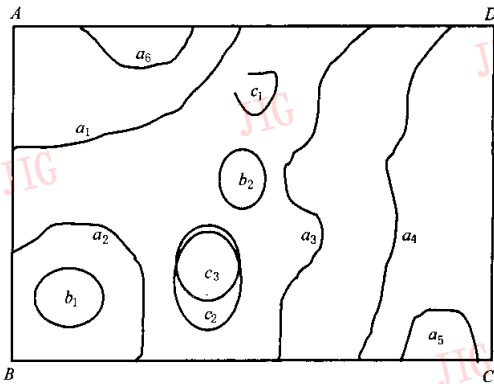


图 4 等值线与图廓点、边界线关系

a_i 表示开曲线, b_i 表示闭曲线, c_i 表示奇异曲线;
 a_1, a_2, a_5, a_6 高程值为 70m; a_3, a_4 高程值为 60m
 b_1 高程值为 80m; b_2 高程值为 60m
 c_1, c_2 高程值为 60m; c_3 高程值为 70m

据此,可以设计如下的曲线闭合化算法^[4]:

(1) 按沿边界线至左上图廓点距离的大小,对所有不闭合等值线的端点 P_i 和边界线上的高程变换点 Q_i 进行排序.

(2) 利用高程变换点 Q_i 来确定各个不闭合等值线端点处的走向. 设 t_i 表示端点 P_i 处的走向标志, $t_i = 1$ 表示该处由低到高, $t_i = -1$ 表示该处由高到低. 这样, 同一条不闭合曲线两端点处的走向必然是相反的.

(3) 寻找构成一条闭合等值线的各段不闭合曲线. 设 $t_i, i \in [1, n]$ 表示第 i 个端点处的走向标志, 之后从第一个端点开始, 依次向前 (当 $t_i = 1$ 时) 或向后 (当 $t_i = -1$ 时) 搜索, 直到某端点 k_1 满足条件 $\sum_{i=1}^{k_1} t_i = 0$ 时为止. 此时, 该端点 k_1 即为通过边界线并与第一个端点相连的下一个曲线端点, 但此时应将 t_1 和 t_{k_1} 的值修改为 0. 若 k'_1 为与第 k_1 个端点位于同一不闭合曲线上的另一端点, 则重新从第 k'_1 个端点开始, 用该方法继续搜索, 直到某端点与第一个端点位于同一不闭合曲线上时为止. 这样一来, 便找到了构成该闭合曲线的各段不闭合曲线.

(4) 将构成一条闭合等值线的各段不闭合等值线, 依次沿边界线连接. 其连接不闭合等值线的方法则是在应相互连接的曲线端点间依次插入介于二者之间的图廓点.

(5) 重复 (3) 和 (4), 直到所有不闭合等值线处理完毕为止.

例如, 对于图 4 所示的等值线图, 通过该算法可以顺序将开曲线 a_1 通过边界线和图廓点 A 逆时针连接成闭曲线 $a_1 \rightarrow A \rightarrow a_1$, 记为 b_3 ; a_2 通过边界线和图廓点 B 顺时针连接成闭曲线 $a_2 \rightarrow B \rightarrow a_2$, 记为 b_4 ; a_3 通过边界线和图廓点 B, A 逆时针连接成闭曲线 $a_3 \rightarrow B \rightarrow A \rightarrow a_3$, 记为 b_5 ; a_4 通过边界线和图廓点 C, D 连接成闭曲线 $a_4 \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow a_4$, 记为 b_6 ; 开曲线 a_5 直接通过边界线逆时针连接两个端点成闭曲线 $a_5 \rightarrow a_5$, 记为 b_7 ; 开曲线 a_6 也直接通过边界线逆时针连接两个端点成闭曲线 $a_6 \rightarrow a_6$, 记为 b_8 ; 奇异曲线 c_1 从头到尾, 再从尾到头连接成一条内部面积为 0 的闭曲线, 记为 b_9 ; 奇异曲线 c_2 不变, 记为 b_{10} ; c_3 则在交点处分断, 变成两条端点落在 c_2 上的开曲线, 然后分别连成在 c_2 上部分重合的闭曲线, 其中 c_3 被 c_2 包含部分记为 b_{11} , 而 c_3 不被 c_2 包含部分则成为与 b_{10} 并列的闭曲线, 记为 b_{12} .

2.3 创建“拓扑包含二叉树”

为描述方便, 本文把等值线“拓扑包含二叉树”的数据结构用 C 语言定义如下:

```
typedef struct BinaryTree* TreePoint;
//指向等值线“拓扑包含二叉树”结点的指针
typedef struct BinaryTree{
//等值线“拓扑包含二叉树”数据结构说明
int          PointNumber;
//该等值线所连接特征点的数目
float        ContourHeight;
//用于记录该等值线的高程值
TBrush      * FillBrush;
//设置填充该等值线区域的画刷
TPen        * ContourPen;
//设置描绘该等值线轮廓的画笔
int          * xy;
//记录该等值线各个特征点的屏幕坐标
TreePoint    LeftTree;
//指向该树结点的左儿子指针
TreePoint    RightTree;
//指向该树结点的右儿子指针
TreePoint    FrontTree;
//指向该树结点的“前驱”结点指针
TreePoint    FatherTree;
//指向该树结点的“父亲”结点指针
}BiTreeNode;
```

具体的算法实现步骤如下:

(1) 生成如图 3 所示的两级等值线链表, 并且将链表中的所有开曲线连接成闭曲线.

(2) 创建这一等值线“拓扑包含二叉树”(以下简称“树”)的根结点. 该树的每个结点都包含一条闭合等值线的所有特征点坐标和高程值, 其根结点一共有 5 个特征点, 即从边界线的左上图廓点出发, 沿着逆时针方向, 依次连接左下图廓点、右下图廓点、右上图廓点, 再回到左上图廓点. 此外, 3 个树结点指针型临时变量定义如下: “父亲指针”Father、“前驱指针”Front 和“当前指针”Current, 都指向根结点, 而将根结点内部 FatherTree (“父亲结点指针”)和 FrontTree (“前驱结点指针”)都初始化为空 NULL.

(3) 开始从等值线族链表中依次读入闭合等值线数据, 并且将该闭合等值线原始的世界坐标转换成屏幕显示坐标, 然后再将“当前指针”Current 指向这一经过了坐标转换的闭合等值线, 并将 Front 赋给 Current 所指向的树结点内部的 FrontTree.

(4) 如果 Front 非空, 则比较 Current 指向的等值线和 Front 指向的等值线间的拓扑关系.

(5) 如果二者是并列关系, 而非包含关系时, 则将 Front 修改为它所指向的树结点内部的 FrontTree,

并返回第(4)步,继续拓扑关系判断。

(6)如果 Current 包含 Front 的话,则将 Front 所指向树结点内部的 FatherTree 赋给 Father,并返回第(4)步,继续拓扑关系判断。

(7)如果 Father 非空,则比较 Current 和 Father 的拓扑包含关系。

(8)如果 Current 包含 Father,则将 Father 所指向树结点内部的 FatherTree 赋给 Father,返回第(7)步,继续拓扑关系判断。

(9)否则,如果 Current 被 Father 包含的话,那么就将 Father 赋给 Current 所指向树结点内部的 FatherTree,并使 Current 成为 Father 的左儿子,而 Father 原有的左儿子及该左儿子的所有右儿子序列,经过调整之后,则被 Current 包含,而成为 Current 的左儿子或左儿子的右儿子序列中的一员。最后将 Father 和 Front 置为空 NULL,并返回第(3)步,继续拓扑关系判断。

(10)如果 Current 被 Front 包含的话,则将 Front 赋给 Current 所指向树结点内部的 FatherTree,并使 Current 成为 Front 的左儿子,而 Front 的原有左儿子及该左儿子的所有右儿子序列经过调整之后,被 Current 包含成为 Current 的左儿子或左儿子的右儿子序列中的一员。最后将 Front 置为空 NULL,返回第(3)步,继续拓扑关系判断。

(11)不断地进行上述的操作,并从等值线链表中依次读入闭合等值线数据,并且将原始的世界坐标转换成屏幕显示坐标,然后插入到已有的部分“拓扑包含二叉树”中去,直到所有的闭合等值线都处理完毕,并添加到该“拓扑包含二叉树”中去为止。

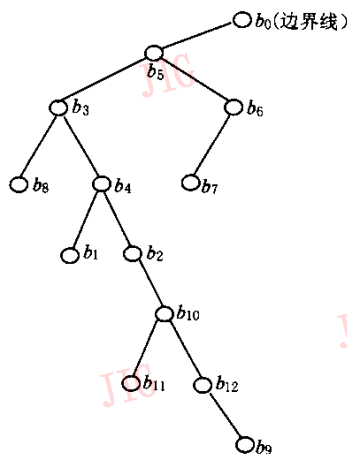


图5 由图4等值线生成的“拓扑包含二叉树”

例如,对于图4所示的等值线,可建立如图5所示的“拓扑包含二叉树”,其中,边界线 b_0 一阶包含由开曲线连接成的闭曲线 b_5 、 b_6 ; b_5 则一阶包含由开曲线连接成的闭曲线 b_3 、 b_4 和原来的闭曲线 b_2 ,以及由奇异曲线转化而来的闭曲线 b_9 、 b_{10} 、 b_{12} ;而 b_6 则一阶包含由开曲线连接成的闭曲线 b_7 ;而 b_3 则一阶包含开曲线连接成的闭曲线 b_8 ; b_4 则一阶包含原来的闭曲线 b_1 ;最后 b_{10} 一阶包含由奇异曲线转化成的闭曲线 b_{11} 。

3 基于“拓扑包含二叉树”的应用——等值线填色算法

在构造“拓扑包含二叉树”的过程中,首先自动建立等值线间的拓扑关系,然后,基于拓扑关系可以实现许多重要的应用,进而用于解决一些长期困扰人们的技术难题,如等值线快速的区域填充、三维造型与数字地形可视化等。

笔者结合“863”计划海洋领域研究课题,根据前述自动建立等值线拓扑关系算法的原理与步骤,采用 Borland C++ Builder 4.0 编写了相应的软件,现已成功地应用于有关多波束海底地形探测数据的后处理与自动成图技术中,并取得了良好的效果。

下面以实现等值线快速矢量填充的效果为例,来介绍“拓扑包含二叉树”的应用。

等值线快速填色算法与二叉树的先序遍历^[6,7]很类似,它是按一定的规律访问“拓扑包含二叉树”的所有结点,并对每个结点所代表的等值线进行填色,而且每一等值线只填色一次。其访问规律是:若二叉树非空,则按先序访问根结点,再按先序访问左子树,再按先序访问右子树。该过程如果用递归算法来实现,则算法虽然相当简明精炼,但效率较低,因此笔者设计了一个非递归算法,这种利用“拓扑包含二叉树”结点内部的 FatherTree 指针和 FrontTree 指针,设计出的等值线之间的区域填充算法如下:首先从二叉树的根结点开始,沿着其左支一直走到没有左孩子的结点时为止,在走的过程中需访问所遇到的结点,并对之进行等值线的区域填充操作,然后把非空的右孩子用 Father 指针变量保存起来。当找到没有左孩子的结点时,则按照“先进后出、后进先出”的原则,依次取出原来保存的某结点的右孩子,此时,因为该结点的左子树已访问完毕,所以可以再按上述过程继续访问该结点的右子树。如此重复,直到

二叉树中的所有结点都被访问到为止。

根据海底地形实测数据,在追踪出所有等值线,并存储成如图3所示的链表数据结构后,再将开曲线连接成闭合曲线,并通过构造“拓扑包含二叉树”,自动建立等值线之间的拓扑关系,然后采用上述填色算法而生成的一幅等值线填充图(图6),该图表明,即使等值线全都是开曲线,该算法也完全可以建立起它们之间的复杂拓扑、嵌套关系。

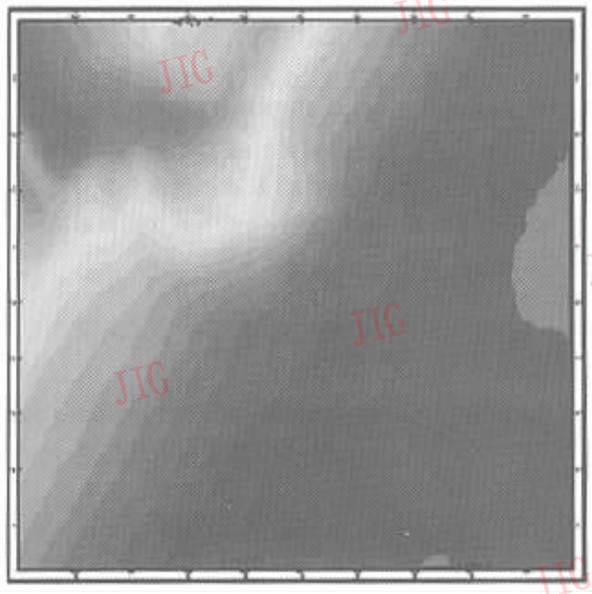


图6 海底地形实测数据等值线填充图

4 结 论

本文通过构建“拓扑包含二叉树”,找到了一种自动建立等值线之间拓扑关系的方法,并成功地应用于海底地形数据可视化与自动成图技术中,特别是应用“拓扑包含二叉树”,开发了一种基于拓扑关系的等值线图快速矢量填充算法,从而非常好地解决了在任意比例尺、任意等值线间隔、任意边界^[5]情况下实现等值线填充的难题。

通过与其他常规算法和一些商业软件,如“Win Surfer”等的比较发现,本算法填充效果好、运行速度快,而且它只需建立一次拓扑关系,就可以在放大、缩小、移动等任意多次操作后,反复地快速实现等值线填充,尤其是在图面变化复杂、格网密、内外边界多的情况下,很多填色算法(包括国外著名的制图软件)已经无法进行等值线填充,或者不能很好地填充时,采用本算法软件仍然可以正确填充制图^[5]。

本算法适用于任意追踪算法生成的等值线,它

能够准确、快速地自动建立不同等值线间的拓扑关系,这使得它也可以应用于特定区域的周长、面积、体积等^[5]的精确统计,相信在地理信息系统与计算机图形学等领域也会有广阔的应用前景。

参 考 文 献

1. Cronin T. Automated reasoning with contour maps. *Computers & Geosciences*, 1995, 21(5): 609618.
2. 陈述彭等. 地理信息系统导论. 北京: 科学出版社, 1999.
3. 孙家广等. 计算机图形学. 北京: 清华大学出版社, 1998.
4. 郝向阳. 基于拓扑关系的等值线高程自动赋值方法. *测绘学报*, 1997, 26(3): 247253.
5. 吴自银, 高金耀. 一种基于格网的快速等值线充填算法. *测绘学报*, 1999, 28(4): 350354.
6. 严蔚敏, 吴伟民. 数据结构. 北京: 清华大学出版社, 1992.
7. Ellis H *et al.* Fundamentals of data structures in C. New York: Computer Science Press, 1993.

张登荣 副教授, 硕士生导师. 主要从事遥感数字图象处理、滑坡数字仿真、水土流失遥感调查、网络地理信息系统、空间数据结构及空间数据库引擎、地理信息分析模型及空间数据可视化、3S技术基础及集成应用研究. 已发表研究专著1部, 论文20余篇。

刘绍华 硕士研究生. 专业领域包括遥感数字图象处理、GIS算法设计与软件开发, 主要研究方向是面向数字地球的空间数据仓库引擎设计, 以及基于CORBA组件技术的Web-GIS研发。

毛天露 硕士研究生. 专业领域包括遥感图象处理与模式识别、空间拓扑分析算法设计及其复杂度计算、海量信息处理. 主要研究方向是基于外存计算模型的GIS海量线段处理典型算法与数据结构。

王超 研究员, 博士生导师. 主要研究领域为雷达遥感图象处理、干涉雷达图象处理及应用。